

# 1. Kinematika

## Alapfeladatok

### Egyenletes mozgás

1.

Mennyi idő alatt halad el egy 90 km/h sebességgel haladó mozdony vezetője mellett a párhuzamos sínpáron szembejövő, 72 km/h sebességgel haladó, 225 m hosszú tehervonat?

2.

Hány másodperc alatt halad el a 40 km/h sebességű 200 m hosszú vonat mellett a 60 km/h sebességű gépkocsi egy adott pontja, ha

- a) a vonattal azonos irányban halad; **(36 s)**  
 b) a vonattal ellentétes irányban halad? **(7,2 s)**

3.

Egy autó 1 órahosszáig 40 km/h sebességgel, ezután további 1 órahosszáig 60 km/h sebességgel halad. Mennyi az átlagsebessége?

- A) 50 km/h                      B) 52 km/h                      C) 48 km/h

4.

Egy autó 120 km utat halad 40 km/h sebességgel, majd további 120 km-t 60 km/h sebességgel. Mekkora az egész útra számított átlagsebessége (átlagos sebességnagysága)?

- A) 50 km/h                      B) 48 km/h                      C) 52 km/h

5.

Egy kerékpáros 10 km/h sebességgel halad 5 km úton, majd 16 km/h sebességgel megtesz még 4,8 km-t. Mekkora az egész útra számított átlagsebessége?

6.

Sík úton 48 km/h sebességgel haladó autó 16 km utat tesz meg, majd ugyancsak állandó sebességgel haladva újabb 16 km utat tesz meg 10 perc alatt.

- a) Mekkora az autó megváltozott sebessége? **(96 km/h)**  
 b) Mekkora az autó átlagos sebessége a megfigyelt 32 km-es szakaszon? **(64 km/h)**  
 c) Rajzoljuk meg az autó mozgásának út - idő grafikonját!

### Egyenletesen változó mozgás

7.

Egy gépkocsi 15 s alatt gyorsult fel 108 km/h sebességre.

- a) Mekkora volt a gépkocsi gyorsulása? **(2 m/s<sup>2</sup>)**  
 b) Mekkora úton gyorsult fel a gépkocsi? **(225 m)**

8.

Egy gépkocsi álló helyzetből indulva, 2 m/s<sup>2</sup> gyorsulással egyenletesen gyorsul 100 m úton. Mennyi ideig tart ez és mekkora sebességet ér el?

9.

Álló helyzetből induló, egyenletesen gyorsuló test 10 s alatt 100 m utat tesz meg. Határozzuk meg az elért sebességet és a test gyorsulását!

10.

Egy gépkocsi álló helyzetből indul és egyenletesen gyorsulva 50 m út megtétele után éri el a 72 km/h sebességet. Mennyi ideig gyorsul és mekkora a gyorsulása?

11.

Egy 10 m/s sebességgel haladó jármű 5 s alatt egyenletesen gyorsul fel 20 m/s sebességre. Határozzuk meg a jármű gyorsulását és a megtett utat!

12.

Egy jármű  $8 \text{ m/s}$  sebességgel halad, majd  $6 \text{ s}$ -on keresztül egyenletesen gyorsulva mozog. A gyorsulás ideje alatt megtett út  $60 \text{ m}$ .

- a) Mekkora a gyorsítás végén a jármű sebessége?  
b) Mekkora a jármű gyorsulása?

13.

Egyenes pályán mozgó gépkocsi  $54 \text{ km/h}$ -ról  $90 \text{ km/h}$ -ra növelte sebességének nagyságát. Eközben gyorsulása  $1,6 \text{ m/s}^2$  volt. Mennyi ideig tartott a gyorsítás és mekkora utat tett meg a gépkocsi ezalatt?

14.

Egy  $36 \text{ km/h}$  sebességgel haladó jármű  $75 \text{ m}$  úton egyenletesen gyorsul fel  $72 \text{ km/h}$  sebességre. Mennyi ideig gyorsul és mekkora a gyorsulása?

15.

Egy  $72 \text{ km/h}$  sebességgel haladó autó egyenletesen lassulva  $5 \text{ s}$  alatt áll meg. Mekkora a fékút és a lassulás?

16.

A  $90 \text{ km/h}$  sebességű gépkocsi egyenletesen lassulva  $125 \text{ m}$  út megtétele után áll meg.

- a) Hány  $\text{s}$  alatt tette meg a gépkocsi a  $125 \text{ m}$  utat? ( **$10 \text{ s}$** )  
b) Mekkora utat tett meg a gépkocsi, amíg sebessége a kezdeti sebesség ötödére csökkent? ( **$120 \text{ m}$** )

17.

Egy jármű  $108 \text{ km/h}$  sebességről fékezi kezd  $5 \text{ m/s}^2$  lassulással. Mennyi idő alatt és mekkora úton áll meg?

### Összetett mozgások

18.

Egyenes országúton két gépkocsi ugyanazon helyről indul el ellenkező irányba  $0,5 \text{ m/s}^2$  illetve  $1 \text{ m/s}^2$  állandó gyorsulással.  $20$  másodpercig tartó gyorsítás után mindkettő állandó sebességgel halad tovább.

- a) Mekkora a két gépkocsi egymáshoz viszonyított sebessége a gyorsítás után? ( **$30 \text{ m/s}$** )  
b) Mekkora a távolság a két gépkocsi között az indulástól számított  $30$ . másodperc végén? ( **$600 \text{ m}$** )

19.

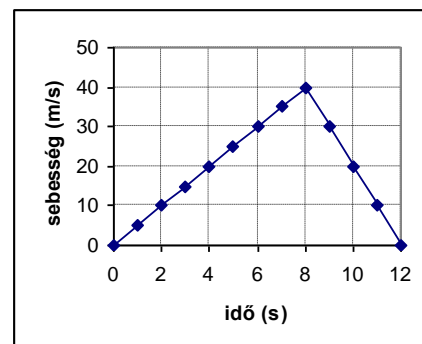
Egy gyorsulási versenyen induló jármű sebesség-idő grafikonja látható a mellékelt ábrán.

- a) Mekkora volt a jármű gyorsulása, miközben növelte a sebességét?

A)  $10 \text{ m/s}^2$     B)  $5 \text{ m/s}^2$     C)  $40 \text{ m/s}^2$

- b) Mekkora a jármű fékútja?

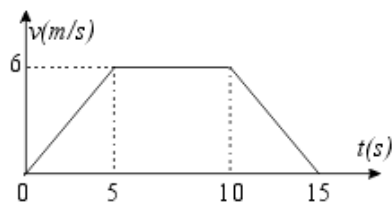
A)  $80 \text{ m}$  B)  $160 \text{ m}$     C)  $240 \text{ m}$



20.

Az ábra egy felvonó emelkedő mozgásának sebesség - idő grafikonja.

- a) Hány métert emelkedett a felvonó a 15 s alatt? **(60 m)**  
 b) Mennyi volt az átlagsebessége? **(4 m/s)**



### Szabadesés, függőleges hajítás

21.

Egy toronyból elejtünk egy vasgolyót és azt tapasztaljuk, hogy 3 másodpercig zuhan. Milyen magas a torony? Mekkora sebességgel csapódik a test a talajba?

22.

20 m magasban elejtünk egy testet. Mennyi ideig zuhan? Mekkora sebességgel csapódik a talajba?

23.

A Holdon a nehézségi gyorsulás a földi  $9,81 \text{ m/s}^2$  érték hatod része.

- a) Milyen magasból esik le a Holdon elejtett kődarab pontosan két másodperc alatt? **(3,27 m)**  
 b) Mekkora a sebessége félúton? **(2,31 m/s)**  
 c) Mennyi idő alatt nőtt a sebessége  $1 \text{ m/s}$ -ra? **(0,61 s)**

24.

Egy toronyból lefelé dobunk egy követ  $10 \text{ m/s}$  kezdősebességgel. A kő 1 s múlva ér talajt. Milyen magas a torony? Mekkora sebességgel csapódik a kő a talajba?

25.

Egy 40 m magas tornyból  $10 \text{ m/s}$  kezdősebességgel lefelé dobunk egy testet. Mennyi idő alatt ér talajt? Mekkora sebességgel csapódik a kő a talajba?

26.

Egy vasgolyót függőlegesen felfelé dobunk  $20 \text{ m/s}$  kezdősebességgel. Mekkora a golyó sebessége és milyen magasan van 1 s múlva?

27.

Egy vasgolyót függőlegesen felfelé dobunk  $20 \text{ m/s}$  kezdősebességgel. Milyen magasra röpül a golyó? Mennyi idő alatt ér pályája tetőpontjára?

28.

Egy követ függőlegesen felfelé dobunk  $10 \text{ m/s}$  sebességgel. Mennyi a kő elmozdulása a (0, 2 s) időszakban?

- A) 10 m      B) 0      C) 20 m

29.

Függőlegesen felfelé dobunk egy követ  $20 \text{ m/s}$  sebességgel.

- a) Mekkora lesz a sebessége 3 másodperc múlva? **(-10 m/s)**  
 b) Hol lesz ekkor a test? **(15 m magasan)**  
 c) Milyen irányban mozog ebben a pillanatban? **(lefelé)**

## Haladó szintű feladatok

### Egyenletes mozgás

30.

Egy kutya 40 méter távolságra van a gazdájától. Ha egymással szembe haladnak, akkor 10 másodperc múlva találkoznak, ha azonos irányba mozognak, akkor a kutya 20 másodperc múlva éri utol a gazdát. Határozzuk meg a kutya és a gazda sebességét! (Feltehetjük, hogy mindkettejük mozgása egyenes vonalú, egyenletes mozgás.)

31.

Egy autó azonos utat tesz meg 40 km/h sebességgel, majd 60 km/h sebességgel. Mekkora az egész útra számított átlagsebessége (átlagos sebességnagysága)?

- A) 50 km/h                      B) 48 km/h                      C) 52 km/h

32.

Egy sétahajó, amely állóvízben 8 m/s nagyságú sebességgel halad, egy 2 m/s sebességű folyón közlekedik. Elindul a kikötőből a folyón lefelé, majd visszafordul és visszatér a kikötőbe.

- a) Mekkora a hajó sebessége a parthoz képest lefelé és felfelé menet?  
b) Mekkora a hajó parthoz képesti átlagsebessége a teljes útra számolva?

33.

Egy hosszabb utazás alkalmával az egész út 1/10 részében lakott területen haladunk 60 km/h sebességgel, 9/10 részében pedig országúton 80 km/h sebességgel.

- a) Mennyi az egész útra számított átlagsebességünk?  
b) Hogyan változik az eredmény, ha lakott területen 50 km/h sebességgel haladunk?

34.

Mekkora a 3 m átmérőjű repülőgép-légcsavar legszélső pontjának sebessége a földhöz viszonyítva, miközben a gép 120 km/h nagyságú sebességgel gurul a földön, és a légcsavar fordulatszáma  $600 \frac{1}{\text{perc}}$ ?

35.

Egy csónak sebessége állóvízben 4 m/s. A csónakkal egy folyón kelünk át, és a lehető legrövidebb idő alatt el akarjuk érni a túlsó partot. A folyó sebessége 3 m/s. Mekkora a csónak parthoz képesti sebessége?

- A) 5 m/s                                      B) 7 m/s                                      C) 4 m/s

### Egyenletesen változó mozgás

36.

Ha két test úgy mozog, hogy az elsőnek minden pillanatban kétszer akkora sebessége van, mint a másodiknak, akkor igaz-e, hogy az első minden időszakaszban kétszer akkora utat tesz meg, mint a második?

- A) Igaz                                      B) Nem minden esetben igaz

37.

Két egyforma tömegű test úgy mozog, hogy az első mozgási energiája minden pillanatban négyszerese a másik test mozgási energiájának. Az első test 20 méter utat tesz meg. Mekkora a második test által megtett út, ugyanazon időszakaszban?

- A) 20 m                                      B) 5 m                                      C) 10 m.

38.

Ha egy test (pályamenti) gyorsulását grafikonon ábrázoljuk az eltelt idő függvényében, és meghatározzuk a görbe alatti „területet”, akkor a mozgás milyen jellemzőjét kapjuk meg?

- A) Sebességet                              B) Az utat                                      C) A sebességváltozást

39.

Egyenes vonalú pályán állandó gyorsulással mozgó test sebessége 2 perc alatt a kezdeti érték ötszörösére nőtt. Eközben a test 216 m utat tett meg.

- Mennyi volt a test kezdősebessége? (**0,6 m/s**)
- Mennyi volt a gyorsulás? (**0,02 m/s<sup>2</sup>**)
- Hányszorosára változott a test mozgási energiája? (**25-szörösére**)

40.

Vízszintes egyenes pályán egyenletesen gyorsuló, 1200 kg tömegű jármű 1 perc alatt a háromszorosára növeli a sebességét, miközben 600 m utat tesz meg.

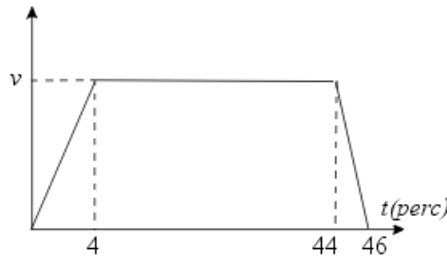
- Mekkora volt kezdeti sebessége? (**5 m/s**)
- Mekkora a mozgási energiájának megváltozása? (**120 kJ**)

### Összetett mozgások

41.

Egy gépkocsi először 6 másodpercig állandó gyorsulással mozgott, azután a megszerzett sebességgel egyenletesen haladt tovább. Összesen 11 másodperc alatt 115,2 méteres utat tett meg. Mekkora volt a gyorsulása? (**2,4 m/s<sup>2</sup>**)

42.



Egy vonat sebességének alakulását az idő függvényében az ábra mutatja. A vonat 4 percig gyorsul, 40 percig egyenletesen halad, majd 2 perc alatt leáll. A vonat 46 perc alatt 51,6 km utat tesz meg.

- Mekkora a vonat sebessége, amikor egyenletesen halad? (**20 m/s**)
- Mekkora a gyorsulás induláskor és leálláskor? (**0,0833 m/s<sup>2</sup>, -0,167 m/s<sup>2</sup>**)

43.

Két autó halad egyenes úton egymás után. Mindkét jármű sebessége  $v_0 = 72$  km/h. Az elől haladó fékezni kezd, és egyenletesen lassulva megáll, lassulása eközben  $a_1 = 5$  m/s<sup>2</sup> nagyságú. A másik autó vezetőjének reakcióideje  $\Delta t = 1$  s, és járműve  $a_2 = 4$  m/s<sup>2</sup> lassulásra képes.

- Legalább mekkora a követési távolság, ha a járművek nem ütköznek össze, és kitérő manőverre sem kényszerülnek?
- A minimális követési távolság betartása mellett az elől haladó jármű fékezésének megkezdése után, mennyi idő múlva lesznek a járművek  $d = 22$  m távolságra egymástól?

### Szabadesés, függőleges hajtás

44.

Álló liftben föl-le pattog egy labda. Hogyan viselkedik a labda a liftben lévők szerint, ha a felvonószekrény hirtelen leszakad. (Természetesen néhány másodperces szabadesés után a vészfék bekapcsol, és a megfigyelők túlélnek az eseményt.)

45.

Egy 5 kg tömegű golyót 12 m magasból leejtünk.

- Mennyi a sebesség 0,5 s másodpercnyi esés után? (**4,9 m/s**)
- Milyen magasban lesz a golyó mozgási energiája 50 J? (**3 m**)

46.

5 m/s kezdősebességgel függőlegesen lefelé hajtunk egy követ.

- Mennyi idő múlva lesz kétszeres a mozgási energiája? (**0,21 s**)
- Mekkora utat tesz eközben a kő? ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>) (**1,25 m**)

47.

Egy 0,25 kg tömegű vasgolyót 4,9 m magasból szabadon ejtünk. A légellenállás elhanyagolható,  $g=9,81 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora a golyó mozgási energiája abban a pillanatban, amikor 2,9 m magasan van a talaj felett? **(4,9 J)**  
 b) Mekkora a golyó sebessége a talajra érkezés előtt 0,1 másodperccel? **(8,83 m/s)**

48.

A talaj egy pontjáról, és a felette  $h = 10 \text{ m}$  magasan lévő pontból egyszerre dobunk el egy-egy acélgolyót egyformán  $v_0 = 10 \text{ m/s}$  kezdősebességgel függőlegesen felfelé, illetve lefelé. Mennyi idő múlva és milyen magasságban találkoznak a golyók? (Számoljunk  $g = 10 \text{ m/s}^2$  gravitációs gyorsulással!)

49.

A talaj fölött 3 m magasságból ólomgolyót dobunk függőlegesen fölfelé 2 m/s sebességgel.

- a) Mennyi idő múlva érkezik a golyó a talajra? **(1 s)**  
 b) Kezdeti mozgási energiájának hányszorosával ér a golyó a talajra? **(16)**  
 A nehézségi gyorsulás értékét vegyük  $10 \text{ m/s}^2$ -nek.

### Vízszintes hajítás

50.

Egy vonat egyenes pályán halad  $72 \text{ km/h}$  sebességgel. A pálya melletti toronyból kiejtenek egy testet, ami szabadeséssel zuhan. (A közegellenállás elhanyagolható.) Mit mondhatunk a test gyorsulásáról a vonathoz rögzített vonatkoztatási rendszerből vizsgálva a test mozgását?

- A) Nagyobb, mint  $g$ .    B) Kisebb, mint  $g$ .    C)  $g$ -vel egyenlő.

51.

5 m magasban  $10 \text{ m/s}$  kezdősebességgel vízszintesen eldobunk egy testet.

- a) Mennyi ideig röptül a test?  
 b) Mekkora a vízszintes irányú elmozdulása?  
 c) Mekkora sebességgel csapódik a talajba?  
 d) Becsapódáskor sebessége mekkora szöget zár be a vízszintessel?

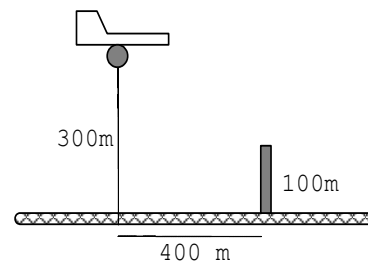
52.

Egy toronyból vízszintesen  $20 \text{ m/s}$  kezdősebességgel eldobunk egy testet, ami a torony lábától 40 méterre ér talajt.

- a) Mennyi ideig mozog a test?  
 b) Milyen magas a torony?  
 c) Mekkora sebességgel csapódik a test a talajba?  
 d) A talajba csapódó test sebessége mekkora szöget zár be a függőlegessel?

53.

Egy  $100 \text{ m/s}$  sebességgel haladó repülőgép 300 m magasságból, az ábrán látható helyzetben segélycsomagot "ejt" le. Átrepül-e a segélycsomag a 100 m magas torony felett? (A közegellenállást hanyagoljuk el.)



**Ferde hajítás****54.**

Egy ferdén felfelé 10 m/s kezdősebességgel elhajított test legkisebb sebessége a mozgása során 5 m/s. Mekkora szöget zár be a kezdősebessége a vízszintessel?

- A) 60°    B) 45°    C) 30°

**55.**

Egy ferdén felfelé eldobott kő kezdeti mozgási energiája kétszerese a mozgás közben létrejövő minimális mozgási energiának. A vízszinteshez képest mekkora szögben dobták el a követ?

**56.**

Egy testet a vízszintessel 60°-os szöget bezáró irányba ferdén felfelé 20 m/s sebességgel elhajítunk. Mekkora lesz a test minimális sebessége a mozgás során?

- A) 10 m/s    B) 0 m/s    C) 8,66 m/s.

**57.**

Egy testet 40 m/s kezdősebességgel, a vízszinteshez képest 30°-os szögben ferdén felfelé hajítunk.

- Mekkora a test kezdősebességének vízszintes és függőleges komponense?
- Mennyit mozdul el a test vízszintes, illetve függőleges irányba 1 s alatt?
- Mekkora ekkor a test sebességének vízszintes, illetve függőleges komponense? Mekkora a test sebessége? Mekkora szöget zár be a sebesség a vízszintessel?

**58.**

Egy testet 60°-os szögben 50 m/s kezdősebességgel ferdén felfelé hajítunk. Határozzuk meg a hajítás távolságát és az emelkedés magasságát!

**59.**

Egy testet 45°-os szögben ferdén felfelé hajítunk. A hajítás távolsága 100 m. Határozzuk meg a test kezdősebességét és az emelkedés magasságát!

**60.**

Milyen szögben kell elhajítanunk egy követ, ha azt akarjuk, hogy legmesszebb röpüljön? (A talaj vízszintes, a közegellenállás elhanyagolható.)

- a) 30°    b) 45°    c) 60°

**61.**

Egy puskával vízszintes terepen legfeljebb 500 m távolságra lehet lőni. Mekkora a puskagolyó kezdősebessége?

**62.**

Mekkora szögben kell egy testet ferdén felfelé elhajítani, hogy a hajítás távolsága kétszerese legyen az emelkedés magasságának?

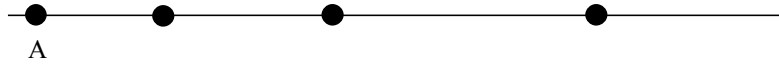
**Versenyfeladatok****63.**

Igaz-e, hogy az álló helyzetből induló, egyenletesen gyorsuló mozgást végző test által egyenlő idők alatt megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint a páratlan számok 1-től kezdődően?

- A) Igaz.    B) Nem igaz.

64.

A mellékelt ábrán egy A pontból induló test mozgása látható olyan formában, hogy az indulástól kezdődően egyenlő időközönként megjelöltük a test helyzetét. Elképzelhető-e, hogy a test egyenletesen változó mozgást végez?

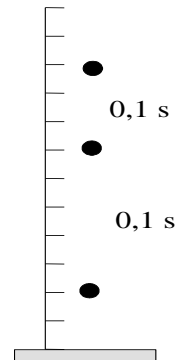


A) Igen      B) Nem

65.

Az ábrán egy függőleges mérőléccel szembe szabadon eső golyó három helyzetét jelöltük meg. Az egymást követő helyzetek között 0,1 s idő telt el.

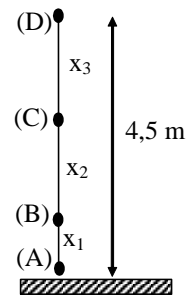
- a) Mekkora a golyó sebessége a legmagasabban lévő helyzetben?  
b) Milyen távol vannak egymástól a mérőléccel szembe lévő jelei?



66.

Egy 4,5 m hosszúságú fonálból ejtőzsinórt szeretnénk készíteni. A zsinór elejére és végére, valamint két belső pontjába fémgolyókat erősítünk. A golyók távolságát úgy választjuk meg, hogy ha a zsinórt az ábra szerinti függőleges kezdőhelyzetben a talaj felett elengedjük, akkor a golyók koppanásai egyenlő időközönként követik egymást. Mekkora a golyók közötti távolságok?

(Az A-golyó talaj feletti kezdeti magassága elhanyagolható, de koppanása már hallható.)



67.

Egy nem nulla kezdősebességgel induló, egyenletesen gyorsuló test által az egymást követő másodpercekben megtett utak: 3 egység, illetve 7 egység. Hány egységnyi utat tesz meg a harmadik másodpercben?

A) 9 egység      B) 11 egység      C) 13 egység

68.

Egy test egyenletesen lassulva mozog. Mozgásának utolsó másodpercében 1 méter utat tesz meg. Mennyi utat tett meg az utolsó két másodpercben?

A) 4 m      B) 3 m      C) 2 m

69.

Vízszintes asztalon meglökött könyv állandó lassulással mozog. Kezdősebessége 24 cm-es csúszás után csökken a felére.

- a) Hányad részére csökken a mozgási energiája ezalatt? (**1/4**)  
b) Mekkora utat tesz meg még a megállásig? (**8 cm**)

70.

Egyenletesen lassuló test sebessége 10 méter út megtétele után negyedére csökken. Mekkora további utat tesz még meg a test a megállásig?

71.



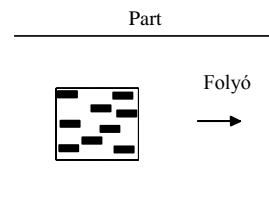
Egy mozgólépcsőn álló embert a lépcső  $t_1 = 40$  s alatt juttat el céljához. Ha a lépcső nem mozog, de az ember végigmegy rajta, akkor  $t_2 = 60$  s alatt ér célba. Mennyi idő alatt jut célba az ember, ha a lépcső mozog és az ember az előbbi sebességgel végigmegy rajta?

72.

Egy kezdetben nyugvó test egyenes pályán mozog, mozgása az O pontból indul. Mozgása során  $t_0$  ideig egyenletesen gyorsul, majd további  $t_0$  ideig az előbbivel ellentétes irányú gyorsulással mozog, és így  $2t_0$  idő elteltével újra az O pontba jut, de ekkor már sebességének nagysága  $v_0$ . Mekkora volt a test legnagyobb távolsága az O ponttól a mozgás során? ( $t_0 = 5$  s,  $v_0 = 2$  m/s)

73.

Egy széles folyó 2 m/s sebességgel folyik. A vízben farönkök úsznak. A rönkök egy 20 m oldalhosszúságú, négyzet alakú alakzaton belül helyezkednek el. A rönkök által meghatározott négyzetet egy motorcsónakkal meg akarjuk kerülni. Legalább mennyi időt vesz ez igénybe, ha a csónak vízhez képesti sebessége 5 m/s?



74.

Egy test sebessége 3 m/s, egy másik test sebessége pedig 4 m/s. A testek egymáshoz viszonyított sebessége 5 m/s. Mekkora szöveget zárnak be a testek sebességei egymással?

A)  $30^\circ$ B)  $60^\circ$ C)  $90^\circ$ 

75.

Egy 2,5 m/s sebességű 20 m széles folyón akarunk átkelni, de állóvízben csak 1,5 m/s nagyságú sebességgel tudunk úszni.

Milyen irányba ússzunk, ha a legrövidebb úton akarunk átélni a túlsó partra? Mennyi idő alatt érünk át ilyenkor?

76.

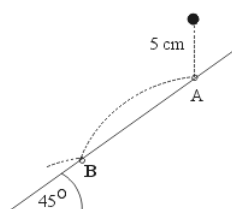
Egy függőlegesen feldobott test által az első, a második és a harmadik másodpercben megtett utak aránya  $65 : 17 : 35$ . Mekkora volt a test legnagyobb magassága a hajítás szintje felett?

77.

Egy  $a=1$  m/s<sup>2</sup> gyorsulással mozgó vonatban a padló felett  $H=0,8$  m magasságban, a vagon hátsó falától  $L=1,62$  m távolságban elejtünk egy rugalmas golyót. A golyó és a padló közötti ütközés tökéletesen rugalmas, közöttük a súrlódás elhanyagolható.  $g=10$  m/s<sup>2</sup>

Határozzuk meg, hogy milyen magasságban, és mekkora relatív sebességgel ütközik a golyó a vagon hátsó falának?

78.



Egy  $45^\circ$ -os lejtő A pontja fölött 5 cm magasságból leejtünk egy kis golyót. A golyó A-ban, majd B-ben teljesen rugalmasan ütközik. ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>.)

a) Mekkora sebességgel érkezik a golyó A-ba? (**1 m/s**)

b) Mekkora sebességgel érkezik a golyó B-be? (**2,236 m/s**)

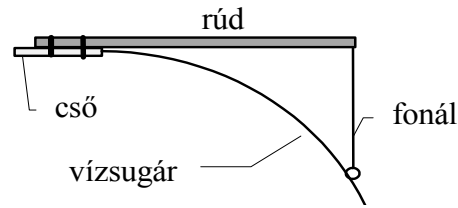
c) Mekkora az AB távolság? (**0,282 m**)

79.

Egy kézilabdázó 5 m távolságra áll egy függőleges faltól. Ezután álló helyzetben labdát dob a falnak, ami tökéletesen rugalmas ütközés után kezeibe pattan vissza. Mekkora sebességgel dobta el a labdát, ha a labda kezdősebessége  $60^\circ$ -os szöveget zárt be a vízszintessel?

80.

Egy méterrúdhoz egy gumicső kifolyócsonkját erősítjük az ábra szerinti módon, érintőlegesen. A cső másik vége egy nyitott csaphoz csatlakozik, ezért a csőből meghatározott sebességgel vízszög indul. A méterrúdra fonál segítségével apró nehezékeket függesztünk úgy, hogy a méterrúd vízszintes helyzetében a nehezék érinti a vízszögat. Ezután az eszköz helyzetét megváltoztatjuk úgy, hogy a rúd valamely  $\alpha$  szöget zár be a vízszintessel. Mit mondhatunk ekkor a vízszög és a nehezék egymáshoz képesti helyzetéről?



81.

Egy kicsiny acélgolyót  $h$  magasságból a vízszintes márványpadlóra ejtünk, és megállapítjuk, hogy az első ütközéstől kezdve 3 másodpercig halljuk a koppanások hangját. Feltételezhető, hogy a golyó sebességének nagysága minden ütközésben ugyanazon arányban csökken. Becsüljük meg, hogy mennyi ideig hallanánk a koppanások hangját, ha a golyót  $2h$  magasságból ejtenénk le a köre!

82.

Egy nagy űrállomás belsejében  $R = 2$  cm sugarú acélgolyók lebegnek a térben véletlenszerűen elhelyezkedve. A golyók térbeli eloszlása egyenletes, köbméterenként átlagosan 1000 golyó található. Az acélgolyók közé belövünk egy elhanyagolható tömegű,  $r = 1$  cm sugarú pingpong labdát, ami a golyókkal történő tökéletesen rugalmas ütközések miatt zezugosan mozog. Becsüljük meg, hogy átlagosan mekkora utat tesz meg két ütközés között a pingpong labda! (Feltételezhetjük, hogy az acélgolyók az űrállomáshoz képest mindvégig nyugalomban vannak, a labdával ütközve sem jönnek mozgásba.)

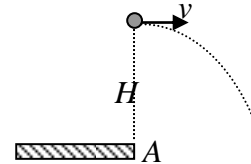
83.

Egy kis golyót egy asztal  $A$  sarka felett  $H = 1$  m magasságban vízszintes irányba  $v_0 = 2$  m/s nagyságú sebességgel eldobunk.

a) Mekkora lesz a golyó és az  $A$  pont legkisebb távolsága a golyó mozgása során?

b) Mekkora ekkor a golyó sebessége?

(A közegellenállás elhanyagolható,  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>.)



84.

Egyenes úton egy személygépkocsi teherautót követ. Mindkét jármű  $72$  km/h nagyságú sebességgel halad. Mekkora legyen a követési távolság, hogy a személygépkocsi biztosan védve legyen a teherautó hátsó kerekei által földobott kövektől?

(A probléma szempontjából a teherautó kerekei elhanyagolható méretűek.)

85.

Attila és Krisztina a következő feladat megoldásán dolgoznak: "Egy hosszú lejtő felületére merőlegesen ütközik egy kis gumilabda, ami visszapattanás után újra és újra a lejtőnek ütközve mozog. Az első és a második ütközés helye  $10$  cm távolságra van egymástól. Határozzuk meg az első és a harmadik ütközés helye közötti távolságot!

(Az ütközések tökéletesen rugalmasak, a lejtő és a labda közötti súrlódás elhanyagolható.)

Attila a szokásos módszerekkel kezd a feladat megoldásához, de belebonyolódik a sok számolásba. Krisztina szakít a hagyományokkal, és a gumilabda mozgását lejtőre merőleges, illetve lejtővel párhuzamos irányokban vizsgálja, és néhány soros megoldással eredményre jut.

Oldd meg Te is a feladatot!

## 2. Lendületmegmaradás törvénye

1.

Fogalmazza meg a lendületmegmaradás törvényét! (Válaszában térjen ki a következőkre: hogyan értelmezzük a lendületet; fogalmazza meg a törvényt; fejtse ki a törvény teljesülésének feltételeit; írjon le néhány konkrét szituációt, amelyben teljesül a törvény!)

### Alapfeladatok

#### Rugalmatlan ütközés

2.

Egy 0,2 kg tömegű 3 m/s sebességű kiskocsi utolér egy 0,3 kg tömegű 1 m/s sebességű kiskocsit. A testek az ütközésben összekapcsolódnak és együtt mozognak tovább. Határozzuk meg a kiskocsik közös sebességét!

3.

Egy 0,2 kg tömegű 3 m/s sebességű kiskocsi szemből ütközik egy 0,3 kg tömegű 1 m/s sebességű kiskocsival. A testek az ütközésben összekapcsolódnak és együtt mozognak tovább. Határozzuk meg a kiskocsik közös sebességét!

4.

10 kg tömegű, fonálon függő homokzsákba vízszintesen 10 g tömegű puskagolyót lőnek bele. A zsák 0,6 m/s nagyságú kezdősebességgel lendül ki. Mekkora volt a lövedék sebessége? (A zsák kezdetben nyugalomban volt. A becsapódó lövedék a zsákban marad.)

5.

2 kg tömegű test 3 m/s nagyságú sebességgel szemből ütközik egy 3 kg tömegű 1 m/s sebességű testtel. Az ütközésben összetapadó testek mekkora sebességgel mozognak tovább?

A) 1,8 m/s      B) 0,6 m/s      C) Megállnak

6.

Egy 1 dm<sup>3</sup> térfogatú vas- és egy 1 dm<sup>3</sup> térfogatú ólomtömb vízszintes felületen egymással szembehaladva ütközik, és összetapad. Az ütközés előtt mindkettő sebessége 2 m/s nagyságú volt. Mekkora az ütközés utáni sebességük?

(A vas és az ólom sűrűsége 7800 kg/m<sup>3</sup>, illetve 11300 kg/m<sup>3</sup>.)

7.

Egy  $m_1 = 100$  g tömegű és egy  $m_2 = 50$  g tömegű test súrlódásmentes, vízszintes felületen csúszik egymással szemben, egymáshoz képest 60 cm/s relatív sebességgel. A testek tökéletesen rugalmatlanul ütköznek, és az ütközés után már nem mozognak. Határozzuk meg a testek ütközés előtti sebességeit!



#### Testek szétlökődése, robbanása

8.

Egy kezdetben nyugvó, 4 kg tömegű puskából 400 m/s kezdősebességgel röppül ki a 0,01 kg tömegű lövedék. Mekkora sebességgel lökődik vissza a puska?

9.

Egy kisméretű, elhanyagolható tömegű összenyomott rugó vízszintes asztalon szétlök egy 120 gramm, és egy 90 gramm tömegű kiskocsit. A testek 3 másodperc alatt 168 cm távolságra távolodnak el egymástól. Mekkora sebességgel mozognak a kiskocsik? (A súrlódás elhanyagolható, a szétlökődés olyan rövid ideig tart, hogy a közben befutott utak elhanyagolhatók.)

**Egymást vonzó testek**

10.

Egy 60 kg tömegű ember leugrik egy létráról és 1 m/s sebességgel zuhan a Föld középpontja felé. Mekkora sebességgel "zuhan" ebben a pillanatban a  $6 \cdot 10^{24}$  kg tömegű Föld az ember felé?

- A) A Föld áll.      B)  $10^{-23}$  m/s.      C)  $6 \cdot 10^{-24}$  m/s.

**Általános ütközés**

11.

Két egyforma test ütközik szemben haladva. Egyikük sebessége 3 m/s-ról 1 m/s-ra csökken, miközben haladási iránya változatlan. A másik kezdetben 0,5 m/s nagyságú sebességgel mozgott. Ütközés után a sebessége:

- A) 1,5 m/s nagyságú      B) 2,5 m/s nagyságú      C) 4,5 m/s nagyságú

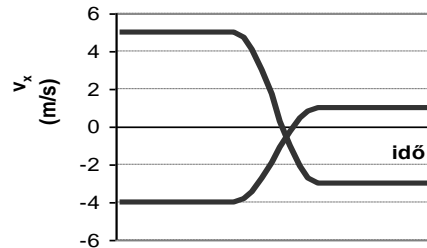
12.

Két egyforma tömegű kiskocsi egyikén  $m = 0,1$  kg tömegű teher van, a másik üres. A  $\vec{v}$  sebességgel érkező üres kocsi nekiütközik az álló másiknak, és  $-\frac{\vec{v}}{3}$  sebességgel pattan vissza,

a kezdetben álló másik pedig  $\frac{2\vec{v}}{3}$  sebességgel indul el. Mennyi a kocsik tömege?

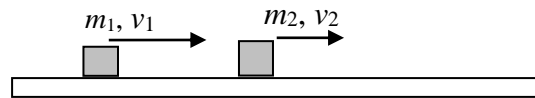
13.

Az ábra grafikonja az A és B test sebességének  $x$  komponensét mutatja az idő függvényében, miközben a testek az  $x$  tengely mentén mozogva ütköznek. Az A test kezdeti sebessége 5 m/s, a B testé pedig -4 m/s. Mekkora a B test tömege, ha az A test tömege 0,2 kg?

**Haladó szintű feladatok****Rugalmatlan ütközések**

14.

Egy  $m_1$  és egy  $m_2$  tömegű test súrlódásmentes, vízszintes felületen csúszik. A nagyobb sebességű  $m_1$  tömegű test utoléri a másikat. A testek összeütköznek, az ütközésben összetapadnak, és együtt mozognak tovább. Határozzuk meg az ütköző testek tömegeinek arányát, ha tudjuk, hogy az ütközésben az  $m_1$  tömegű test sebessége a felére csökkent, az  $m_2$  tömegű test sebessége pedig a kétszeresére növekedett.



15.

Merőleges útkereszteződésben karambol történt. Egy 1200 kg tömegű, 60 km/h sebességű autó összeütközött egy 3000 kg tömegű, 40 km/h sebességű autóval. Mekkora volt a roncs sebessége közvetlenül az ütközés után?

16.

Két egyenlő tömegű test egyformán  $1 \text{ m/s}$  sebességgel halad. A testek sebességei merőlegesek egymásra. A testek tökéletesen rugalmatlanul ütköznek. Mekkora lesz az ütközés utáni közös sebesség?

- A)  $1 \text{ m/s}$       B)  $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ m/s}$       C)  $0,5 \text{ m/s}$  [4]

17.

Egy kelet-nyugat és egy észak-dél irányú út kereszteződésénél karambol történt: A nyugatról érkező  $m_1 = 1000 \text{ kg}$  tömegű autó ütközött a délről jövő  $m_2 = 2000 \text{ kg}$  tömegű autóval: az összeakadt roncs pontosan északkeleti irányba csúszott, a csúszás nyomából megállapíthatóan  $50 \text{ km/h}$  nagyságú sebességgel. Melyik lépte túl a  $80 \text{ km/h}$  sebességhatárt?

18.

Egy  $200 \text{ kg}$  tömegű csónak  $5 \text{ m/s}$  sebességgel halad a nyugodt tó vizén. Egy adott pillanatban a csónak sebességének irányával  $60^\circ$ -os szöget bezárva vízszintesen  $10 \text{ m/s}$  sebességgel a csónakba ugrik egy  $40 \text{ kg}$  tömegű gyerek. Milyen irányú és nagyságú sebességgel fogja folytatni az útját a csónak a gyermekkel?

### Testek szétlökődése, robbanása

19.

Függőlegesen fellőtt  $17 \text{ kg}$  tömegű lövedék pályája legmagasabb pontján három darabra robban szét úgy, hogy minden darab vízszintes síkban levő sebességgel kezd mozogni. Egy  $4 \text{ kg}$  tömegű darab  $150 \text{ m/s}$  sebességgel északra, egy  $8 \text{ kg}$  tömegű darab  $60 \text{ m/s}$  sebességgel nyugatra repül. Határozzuk meg a harmadik darab sebességének nagyságát és irányát!

[ $153,6 \text{ m/s}$ ,  $DK 51,3^\circ$ ]

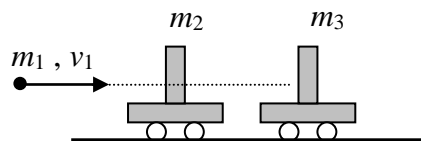
20.

Egy  $100 \text{ kg}$  tömegű lövedék  $1200 \text{ m}$  magasról szabadon esik. Miután megtett  $400 \text{ métert}$ , felrobban, és két darabra esik szét. A  $40 \text{ kg}$ -os darab vízszintes irányban folytatja útját  $160 \text{ m/s}$  sebességgel, a másik a függőlegessel szöget bezáró irányban indul lefelé. Határozzuk meg a darabok sebességét a robbanás után! A robbanás helyének függőlegesétől milyen távolságra estek le a darabok?

### Általános ütközés

21.

Két álló kiskocsi közül a baloldali egy lövedéket lövünk, amely azt „átüti” és ezután a jobboldali kocsiba csapódva azzal együtt mozog tovább  $0,8 \text{ m/s}$  sebességgel. Határozzuk meg az  $m_2$  tömegű kiskocsi ütközés utáni sebességét! ( $m_1 = 0,01 \text{ kg}$ ,  $v_1 = 400 \text{ /s}$ ,  $m_2 = 2 \text{ kg}$ ,  $m_3 = 3,99 \text{ kg}$ .)



## Versenyfeladatok

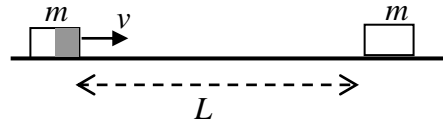
22.

Mit állíthatunk biztosan egy magára hagyott, zárt testrendszer tömegközéppontjának mozgásáról?

- A) Sebessége nulla. B) Gyorsulása nulla. C) Egyenletesen gyorsul.

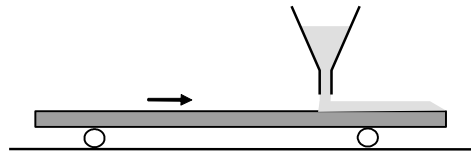
23.

Jégen egy mágnes közeledik egy vasdarabhoz. A mágnes és a vasdarab tömege egyenlő. Amikor a mágnes és a vasdarab közötti távolság  $L = 20$  cm, akkor a mágnes sebessége  $v = 5$  cm/s, a vasdarab sebessége 0. Ezután a testek  $t = 3$  s múlva összeütköznek. Mekkora utat tett meg az ütközésig a mágnes, illetve a vasdarab? (A testeket tekintjük pontszerűeknek, a súrlódást hanyagoljuk el!)



24.

Egy  $M = 10$  kg tömegű kiskocsi  $v_0 = 1$  m/s nagyságú sebességgel egyenletesen mozog, amíg egy homok-adagoló alá nem érkezik. Az adagolóból másodpercenként 5 kg tömegű homok hull az érdes felületű kiskocsira. Adjuk meg és ábrázoljuk a kiskocsi sebességét a az adagoló alatt eltöltött idő függvényében a 0 - 3 s időszakaszban!



(A kiskocsi vízszintes felületen mozog, a felület által a kocsira kifejtett súrlódási erő elhanyagolható.)

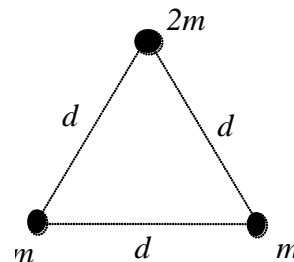
25.

Két,  $m_A = 40$  kg, illetve  $m_B = 60$  kg tömegű tanuló görkorcsolyát visel és  $d = 10$  m távolságra áll egymástól. A tanulók egy vízszintes kötél két végét fogják, majd az egyik tanuló meghúzza a kötelet, aminek következtében a tanulók egyenletesen mozognak egymás felé. Indulásuk pillanatában egy légy indul az egyik tanulótól a másikig, majd vissza. A légy mindaddig röpköd a B tanuló sebességénél 5-ször nagyobb sebességgel, amíg a tanulók találkoznak. Mekkora utat tesz meg a légy a tanulók találkozásáig?

26.

Az ábrán látható tömegek a világűrben egymástól  $d = 5 \cdot 10^5$  km távolságra, más tömegektől távol helyezkednek el és vonatkoztatási inerciarendszerünkben az ábrázolt helyzetben nem mozognak. A gravitációs vonzás hatására azonban mozgásba jönnek, és tökéletesen rugalmatlanul ütköznek.

- Mekkora sebességgel mozognak a tömegek, amikor az összes ütközés lezajlott?
- Indulási helyétől milyen távol ütközik a  $2m$  tömegű test?



### 3. Egy-test dinamika

#### Alapfeladatok

##### Erő fogalma, erőtörvények

1.

Két különböző testet egyforma erőhatás ér azonos ideig. Melyiknek nagyobb a lendületváltozása

- A) a nagyobb tömegűnek B) egyforma C) a kisebb tömegűnek

2.

Egyforma méretű vas- és alumínium golyót leejtünk, ugyanolyan magasból (egyszerre). A közegellenállás elhanyagolható. Melyik állítás igaz?

- a) a vasgolyó hamarabb leér  
b) a vasgolyó nagyobb sebességgel érkezik le  
c) a vasgolyónak leérkezéskor nagyobb a lendülete

3.

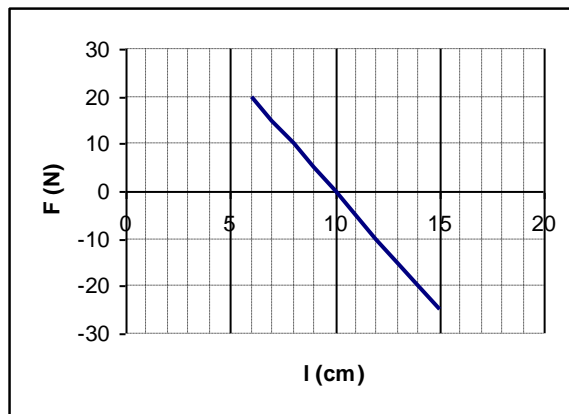
A mellékelt ábra egy rugó által kifejtett erőt mutatja a rugó hosszának függvényében.

a) Mekkora a rugó feszítetlen hossza?

- A) 5 cm B) 10 cm C) 15 cm

b) Mekkora a rugóállandó?

- A) 500 N/m B) 5 N/m C) 50 N/cm



4.

Az 5 cm-rel megnyújtott, vagy az 5 cm-rel összenyomott ideális rugó tud nagyobb sebességváltozást okozni ugyanannak a testnek?

- A) az összenyomott B) a kihúzott C) egyformát okoz

5.

Ha valamely közegben, a közeghez képest kis  $v$  sebességgel mozog egy  $r$  sugarú golyó, akkor a golyóra ható közegellenállási erő nagysága  $F = 6\pi\eta r v$ , ahol  $\eta$  a közegre jellemző állandó, neve viszkozitás. Mi a viszkozitás mértékegysége?

- A)  $\frac{kg}{ms}$  B)  $\frac{kgm}{s}$  C)  $\frac{kg s}{m}$

##### Állandó eredő erő – egyenletesen változó mozgás

6.

Vízszintes síkon levő 10 kg tömegű testet vízszintes irányú 10 N nagyságú erő gyorsít. A súrlódás elhanyagolható.

Mekkora utat tesz meg a test az indulástól számított 10 s alatt? (**49 m**)

7.

Vízszintes talajon levő 5 kg tömegű téglára 20 N erő hat vízszintes irányban. A súrlódástól eltekintünk.

a) Mekkora a téglá gyorsulása? (**4 m/s<sup>2</sup>**)





**Egymásra merőleges erők - növekvő sebesség****17.**

Vízszintes, súrlódásmentes talajon levő testre négy erő hat: 6,6 N észak felé, 5,5 N kelet felé, 4,4 N dél felé és 3,3 N nyugat felé. Ezek együttes hatására a test  $2,2 \text{ m/s}^2$  gyorsulással mozog.

- a) Milyen irányban gyorsul a test? (**Északkelet felé**)  
 b) Mekkora a test tömege? (**1,41 kg**)

**18.**

Egy hosszú futószőnyeg tömege 8 kg. A szőnyeget egyik végénél fogva valaki 60 N nagyságú erővel húzni kezdi. A szőnyeg és a folyosó kövezete közötti súrlódási együttható 0,5. Mekkora gyorsulással indul meg a szőnyeg?

**19.**

Egy 4 kg tömegű, álló testet vízszintes talajon állandó, vízszintes irányú erővel húzni kezdünk, és a test 4 m úton  $4 \text{ m/s}$  sebességre gyorsul fel. A test és a talaj közti súrlódási tényező 0,3. Határozzuk meg a test gyorsulását és a húzóerő nagyságát!

**20.**

Vízszintes talajon a  $6 \text{ m/s}$  kezdősebességű, 6 kg tömegű testre a súrlódási erőn kívül 30 N nagyságú, a sebességgel megegyező irányú, állandó erő hat. A test és a talaj között a súrlódási együttható  $\mu = 0,2$ ;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora a test sebessége 2 s múlva?  
 b) Mekkora utat tesz meg a test ez alatt az idő alatt?

**21.**

Vízszintes talajon  $F = 30 \text{ N}$  nagyságú vízszintes erővel húzni kezdünk egy  $m = 20 \text{ kg}$  tömegű szánkót. A szánkó és a talaj közötti súrlódási tényező  $\mu = 0,05$ .

- a) Határozzuk meg a szánkó gyorsulását!  
 b) Határozzuk meg a szánkó által  $t = 4$  másodperc alatt elért sebességet és megtett utat, ha szánkó kezdetben nyugalomban volt!

**Egymásra merőleges erők - lassuló mozgás****22.**

Vízszintes talajon egy test  $5 \text{ m/s}$  kezdősebességgel indul. Mekkora út megtétele után áll meg a test, ha a súrlódási tényező 0,4? ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ). (**3,1 m**)

**23.**

A  $4 \text{ m/s}$  nagyságú sebességgel elütött korong a jégen 36 m út megtétele után áll meg. Mekkora a súrlódási együttható a korong és a jég között?

**24.**

Vízszintes talajon  $v_0$  kezdősebességgel elindítunk egy testet, ami ezután a súrlódás hatására egyenletesen lassulva mozog, majd megáll. Az alábbi táblázat a test által megtett utat mutatja az indítástól eltelt idő függvényében.

$t$ (s)	0	1	2	3	4	5
$s$ (m)	0	3,5	6	7,5	8	8

- a) Határozzuk meg a test  $v_0$  kezdősebességét!  
 b) Határozzuk meg a test és a talaj közötti súrlódási tényezőt!

**25.**

Vízszintes talajon levő 12 kg tömegű ládát 3 másodpercig húzunk vízszintes, állandó irányú  $40 \text{ N}$  nagyságú erővel, majd a ládát magára hagyjuk. A láda nyugalomból indult, a súrlódási együttható 0,2. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

- a) Mekkora utat tesz meg a láda az elindulástól a megállásig? (**10 m**)

b) Mennyi ideig mozgott a láda összesen? (5 s)

26.

Vízszintes talajon nyugvó,  $M = 2,99$  kg tömegű fahasábba vízszintes irányból  $m = 10$  gramm tömegű puskagolyót lönek. A fahasáb és a benne maradó golyó  $s = 40$  centiméter csúszás után áll meg. A hasáb és a talaj közötti súrlódási tényező  $\mu = 0,5$ . Mekkora volt a puskagolyó sebessége a becsapódás előtt?

**Nem merőleges erők**

*Gyorsuló mozgás lejtőn*

27.

Egy  $30^\circ$  hajlásszögű, elhanyagolható súrlódású lejtőn elengedünk egy testet. Mekkora gyorsulással mozog a test?

- A)  $10 \text{ m/s}^2$       B)  $5 \text{ m/s}^2$       C) A test egyenletesen mozog.

28.

Egy  $30^\circ$ -os  $2,8$  m hosszú lejtő tetejéről a lejtővel párhuzamosan  $6 \text{ m/s}$  kezdősebességgel lefelé indítanak el egy tárgyat. Mennyi idő múlva ér a lejtő aljára?

(A súrlódástól eltekintünk;  $g=10 \text{ m/s}^2$ .) (0,4 s)

29.

Egy  $45 \text{ cm}$  magas,  $30^\circ$ -os hajlásszögű lejtőről súrlódás nélkül csúszik le egy test;  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

a) Mekkora sebességgel érkezik a test a lejtő aljához? (3 m/s)

b) Mennyi ideig csúszik a test lejtőn? (0,6 s)

30.

Egy  $30^\circ$ -os  $4 \text{ m}$  hosszú lejtő tetejéről lecsúszik egy test. A csúszási súrlódási tényező  $0,1$ .

a) Mekkora a test gyorsulása?

b) Mennyi idő alatt és mekkora sebességgel ér a lejtő aljára?

31.

Egy  $45^\circ$ -os lejtőn lecsúszó test gyorsulása  $5 \text{ m/s}^2$ . Mekkora a csúszási súrlódási tényező a test és a lejtő között?

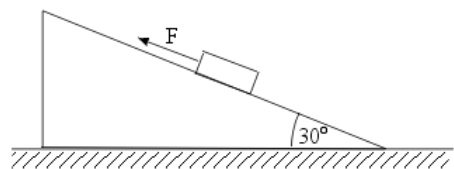
32.

Vízszintes rajztáblára egy radírt helyezünk. A radír és a rajztábla közötti tapadási súrlódási együttható értéke  $0,3$ , a csúszási súrlódási együtthatóé pedig  $0,2$ . A rajztábla egyik oldalát lassan addig emeljük, amíg a radír megcsúszik.

a) Mekkora szöveget zár be ekkor a rajztábla a vízszintessel?

b) Mekkora gyorsulással csúszik le a radír?  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

33.



Egy testet álló helyzetéből lejtőn felfelé állandó gyorsulással mozgatunk. A test tömege  $3 \text{ kg}$ , a lejtő hajlásszöge  $30^\circ$ , a gyorsulás értéke  $0,2 \text{ m/s}^2$  ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

a) Mekkora a test függőleges elmozdulása  $3 \text{ s}$  alatt? (45 cm)

b) A test ilyen mozgatásához mekkora, a lejtő síkjával párhuzamos erő szükséges, ha a lejtő és a test között a súrlódási együttható  $0,25$ ? (22,1 N)

34.

Egy  $30^\circ$ -os hajlásszögű súrlódásmentes lejtőn, egy testet indítunk felfelé  $8 \text{ m/s}$  sebességgel. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

a) A visszaérkezésig összesen mennyi utat tesz meg a test? (12,8 m)

b) Mennyi idő telik el közben? (3,2 s)

35.

Egy  $30^\circ$ -os lejtőn  $5 \text{ m/s}$  kezdősebességgel felfelé csúszik egy test.

- Mekkora a lassulása, ha a csúszási súrlódási tényező  $0,2$ ?
- Mennyi idő alatt, és mekkora út megtétele után áll meg a test?

### Egyenletes mozgás lejtőn

36.

Egy  $30^\circ$ -os lejtőn egyenletesen mozogva tolnuk fel egy  $10 \text{ kg}$  tömegű testet. Mekkora erővel kel a testet tolni, ha

- a súrlódás elhanyagolható;
- a súrlódási tényező  $0,2$ ?

37.

Egy  $30^\circ$ -os lejtőn egy  $4 \text{ kg}$  tömegű test egyenletes mozgással csúszik le. Legalább mekkora (lejtővel párhuzamos) erővel tudjuk a testet felhúzni a lejtőn?

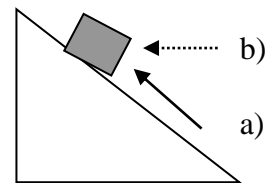
- A)  $40 \text{ N}$       B)  $20 \text{ N}$       C)  $80 \text{ N}$ .

38.

Egy  $30^\circ$ -os hajlásszögű lejtőre fel akarunk tolni egy  $40 \text{ kg}$  tömegű testet. Legalább mekkora erőt kell alkalmazni

- ha a lejtővel párhuzamos irányú erővel toljuk,
- ha vízszintes irányú erővel toljuk?

(A súrlódás elhanyagolható.)



39.

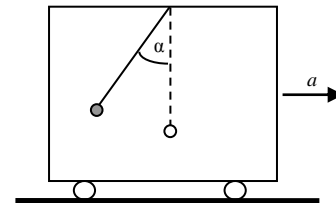
A vízszintessel  $20^\circ$ -os szöget bezáró lejtőn  $2 \text{ m/s}$  állandó sebességgel csúszik le egy láda. Egy adott helytől kezdve a lejtő felülete érdesebbé válik. Ezen a szakaszon a láda  $3 \text{ m}$  utat tesz meg a megállásig. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- Mekkora a súrlódási együttható a pálya felső szakaszán? **(0,364)**
- Mekkora a súrlódási együttható a pálya alsó szakaszán? **(0,435)**

### Egyéb -nem merőleges- erőkkel kapcsolatos feladatok

40.

Egy metrószerelvény már hosszú ideje  $a$  gyorsulással egyenes pályán növeli sebességét, ezért a benne felfüggesztett fonálinga a függőlegeshez képest  $\alpha = 30^\circ$  szöggel kitérített helyzetben lóg. Határozzuk meg a szerelvény  $a$  gyorsulását!



## Haladó szintű feladatok

### Erő fogalma, erőtörvények

41.

Van három egyforma rugónk. Mindegyik rugóállandója  $600 \text{ N/m}$ . A rugók végeit az ábra szerint összekapcsoljuk. Mennyi az így kapott egyetlen rugó rugóállandója?



- A)  $600 \text{ N/m}$ ;      B)  $1800 \text{ N/m}$ ;      C)  $200 \text{ N/m}$ .

42.

Van három egyforma rugónk. Mindegyik rugóállandója  $600 \text{ N/m}$ . A rugók végeit az ábra

szerint összekapcsoljuk. Mennyi az így kapott egyetlen rugó rugóállandója?



- A) 600 N/m;      B) 1800 N/m;      C) 200 N/m.

### Állandó eredő erő – egyenletesen változó mozgás

43.

A 4 kg tömegű test egyenes pályán, sebességével megegyező irányú,  $2 \text{ m/s}^2$  nagyságú gyorsulással mozog.

- a) Mekkora a testre ható erők eredője? (**8 N**)  
 b) Mekkora a test lendületének (impulzusának) megváltozása 3 s alatt? (**24 kg·m/s**)

44.

Egy 5 kg tömegű lövedék 1,5 m hosszú csövön átfutva egyenletes gyorsulással  $400 \text{ m/s}$  sebességre tett szert.

- a) Mekkora a mozgási energiája a cső elhagyása pillanatában? (**400 kJ**)  
 b) Mekkora a ráható erő a cső belsejében? (**267 kN**)

45.

Egy 900 kg tömegű gépkocsi egyenletesen gyorsulva 12 másodperc alatt növelte sebességét  $18 \text{ km/h}$ -ról  $54 \text{ km/h}$ -ra.

- a) Mekkora erő gyorsította a gépkocsit? (**750 N**)  
 b) Mekkora utat tett meg a gépkocsi a gyorsulás közben? (**120 m**)  
 c) Hányszorosára nőtt a gépkocsi mozgási energiája? (**9**)

46.

Egy vonat egyenletesen lassítva 2 km távolságon csökkentte sebességét  $90 \text{ km/h}$ -ról  $54 \text{ km/h}$ -ra.

- a) Mennyi idő alatt teszi meg ezt a 2 km-es távolságot? (100 s)  
 b) Mennyi a vonat sebessége fékezési idő felénél? (72 km/h)  
 c) Mekkora erő lassítja az  $5 \times 10^5 \text{ kg}$  tömegű vonatot? (50 kN)

47.

Egy 2500 kg-os gépkocsi  $54 \text{ km/h}$  sebességgel halad vízszintes úton.

- a) Mekkora állandó fékező erővel lehet ezt a gépkocsit 29 másodperc alatt megállítani?  
 b) Mekkora a gépkocsi sebessége akkor, amikor már megtette a fékút háromnegyed részét?

48.

Ha egy személygépkocsi nem túl nagy sebességgel szemből egy falnak ütközik, akkor a gépkocsi elején kialakított ütköző zóna (karosszéria elemek, motortér) deformálódik, de az utasteret magában foglaló védett zóna sértetlen marad. Tételezzük fel, hogy egy gépkocsi  $36 \text{ km/h}$  sebességgel falnak ütközik, és a védett zóna 0,5 méter úton egyenletesen lassulva megáll. Becsüljük meg, hogy a biztonsági öv által a gépkocsivezetőre kifejtett fékezőerő hányszorosa a gépkocsivezető súlyának!

### Egyenes mentén ható erők

49.

Egy ház földszintjén egy  $m = 60 \text{ kg}$  tömegű ember beszáll egy liftbe és rááll egy szobamérlegre. A lift elindulása után a szobamérleg  $t_1 = 2$  másodpercig 69 kilogrammot jelez, majd további  $t_2 = 5$  másodpercig 60 kg-ot és végül  $t_3$  ideig 48 kilogrammot. Ezután az ember kiszáll az álló liftből.

- a) Mennyi ideig mutat a mérleg 48 kg-ot?  
 b) Határozzuk meg a lift által összesen megtett utat!

(Számoljunk  $g = 10 \text{ m/s}^2$  értékkel!)

50.

A  $200 \text{ kg}$  tömegű testet egy emelőberendezés  $5 \text{ s}$  alatt  $8 \text{ m}$  magasra emeli. Az út első felében a mozgás egyenletesen gyorsuló, a második felében egyenletesen lassuló. A kezdő- és a végsebesség zérus,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

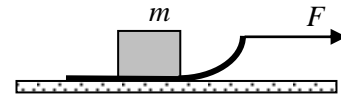
Határozzuk meg és ábrázoljuk:

- a sebesség nagyságát az idő függvényében;
- az emelőerő nagyságát az idő függvényében;
- az emeléshez szükséges teljesítményt az idő függvényében!

### Egymásra merőleges erők - növekvő sebesség

51.

Vízszintes talajon egy kezdetben álló,  $m = 20 \text{ kg}$  tömegű szánkót vízszintes irányú,  $F = 24 \text{ N}$  nagyságú állandó erővel húzunk  $t = 2 \text{ s}$  ideig. A szánkó és a havas talaj közötti súrlódási tényező  $\mu = 0,02$ .



- Határozzuk meg a szánkó gyorsulását, a vizsgált időszakban általa megtett utat és az elért sebességet!
- Határozzuk meg, hogy az általunk végzett munka hány százaléka növelte a szánkó mozgási energiáját!

52.

Vízszintes talajon vízszintes irányú húzóerővel egyenes pályán gyorsítunk egy testet. Ha a húzóerő  $F_1 = 10 \text{ N}$ , akkor a test gyorsulása  $a_1 = 1 \text{ m/s}^2$ , ha a húzóerő nagysága  $F_2 = 12 \text{ N}$ , akkor a test gyorsulása  $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$ . Határozd meg a test tömegét és a testre ható súrlódási erő nagyságát!

53.

Egy testet vízszintes talajon, vízszintes erővel, egyenes pályán állandó sebességgel mozgattunk. Hány százalékkal kell megnövelni a húzóerőt, ha  $1 \text{ m/s}^2$  gyorsulással akarjuk mozgatni a testet. A súrlódási tényező  $\mu = 0,5$ .

### Egymásra merőleges erők - lassuló mozgás

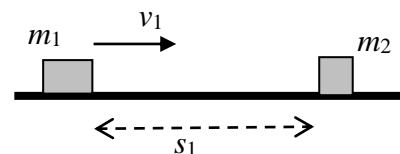
54.

Vízszintes talajon csúszó  $12 \text{ kg}$  tömegű láda mozgási energiája a megfigyelés kezdetekor  $408 \text{ J}$ . A láda és a talaj között a súrlódási együttható  $0,2$ . ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- Mekkora út megtétele után áll meg a láda? (**17 m**)
- Határozza meg a láda gyorsulását! (**-2 m/s<sup>2</sup>**)

55.

Az  $m_1 = 0,3 \text{ kg}$  tömegű testet vízszintes talajon  $v_1 = 4 \text{ m/s}$  sebességgel indítják  $s = 3 \text{ m}$  távolságból az álló,  $m_2 = 0,1 \text{ kg}$  tömegű test felé. A testek tökéletesen rugalmatlanul ütköznek, és az ütközés után együtt mozognak tovább. A súrlódási tényező a talaj és a testek között  $\mu = 0,2$ . Mekkora utat tesznek meg a testek az ütközés után megállásukig?



56.

Egy fahasábot  $4 \text{ m/s}$  kezdősebességgel meglökve végigcsúsztatunk egy  $2,3 \text{ m}$  hosszú asztalon. Az asztal és a fahasáb közti súrlódási együttható  $0,2$ .

- Mekkora sebességgel érkezik a hasáb az asztal végéhez?
- Milyen, az asztal szélétől vízszintesen mért távolságban ér földet, ha az asztal magassága  $1,2 \text{ m}$ ?

57.

Utasaival együtt 100 kg tömegű szánkót nyugalmi helyzetből indulva vízszintes pályán állandó gyorsulással 50 kg tömegű fiú tol. 50 m-es út megtétele után ő maga is felugrik a szánra. Felugráskor a szánkóhoz képest 3 m/s a sebessége, majd együtt mozognak tovább. További 50 m út megtétele után a szánkó megáll. A súrlódási együttható 0,02. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- a) Mekkora volt a szánkó sebessége, mielőtt a fiú felugrott rá? **(3,47 m/s)**  
 b) Mekkora vízszintes erővel tolt a fiú a szánkót? **(32,1 N)**

### Nem merőleges erők

58.

Egy 1 kg tömegű testre csak két erő hat. Mindkét erő nagysága 1 N. Mekkora szöget zárnak be az erők, ha a test gyorsulása  $1 \text{ m/s}^2$ .

- A)  $90^\circ$                       B)  $60^\circ$                       C)  $120^\circ$

### Gyorsuló mozgás lejtőn

59.

Egy  $15^\circ$ -os lejtésű, 50 m hosszú lejtőn súrlódás nélkül fut le egy 500 kg tömegű kocsi.  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora a sebesség a lejtő alján, ha álló helyzetből indult el a kocsi? **(16,1 m/s)**  
 b) Mekkora a lejtő alján a kocsi mozgási energiája? **(65 kJ)**

60.

A vízszintessel  $10^\circ$ -os szöget bezáró havas lejtő tetejéről induló szánkó 10 s alatt csúszik le. A lejtőt követő vízszintes pályán ugyanennyi ideig mozog, mint a lejtőn.

- a) Mekkora a végig állandónak tekinthető súrlódási együttható? **(0,0875)**  
 b) Mekkora a szánkó legnagyobb sebessége? **(8,58 m/s)**

61.

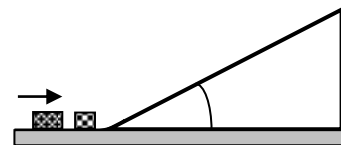
Az 5 m magas,  $45^\circ$ -os hajlásszögű lejtő tetejére egy téglateetet helyezünk. A téglát csúszni kezd. és a lejtő alján a mozgási energiája a helyzeti energia megváltozásának a felével egyenlő.

- a) Mekkora a téglát sebessége a lejtő alján? **(7 m/s)**  
 b) Mekkora a súrlódási együttható a téglát és a lejtő között? **(0,5)**

62.

$30^\circ$ -os síkos lejtő alján álló hasábnak kétszer nagyobb tömegű, 6 m/s nagyságú sebességgel mozgó hasáb ütközik. Ütközés után együtt haladnak tovább a lejtőn felfelé.

- a) Mekkora sebességgel indulnak el?  
 b) Milyen magasra jutnak a lejtőn?  
 (A súrlódás mindenhol elhanyagolható.)



63.

Egy  $15^\circ$ -os lejtőn egy kezdetben nyugalomban lévő 1,2 kg tömegű testet húzunk a lejtőn felfelé a lejtővel párhuzamos irányú, 7,5 N állandó nagyságú erővel. A súrlódási együttható a lejtő és a test között 0,25;  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora a test mozgási energiája 2 s múlva? **(3,75 J)**  
 b) Mekkora magasságra jut fel a test az eredeti szinthez képest, ha a második másodperc végén magára hagyjuk? **(0,81 m)**

64.

Súrlódásmentes,  $30^\circ$ -os lejtő aljára 10 kg tömegű testet helyeztünk. A testet állandó nagyságú, a lejtővel párhuzamos erővel húzzuk fel a lejtőn. A húzóerő nagysága akkora, hogy a test mozgási energiája minden pillanatban a helyzeti energia növekedésének a felével egyezik meg.

- a) Mekkora a test sebessége akkor, amikor indulási helyzetéhez képest 5 m-rel magasabban van? **(7,1 m/s)**

b) Mekkora a húzóerő? (75 N) A nehézségi gyorsulás értéke  $10 \text{ m/s}^2$ .

### Egyenletes mozgás lejtőn

65.

Egy  $15^\circ$ -os hajlásszögű lejtőn egy testet állandó sebességgel húzunk, először felfelé, azután lefelé, mindkét esetben mozgás irányú erővel. A testet felfelé kétszer akkora kell húznunk, mint lefelé.

a) Mekkora súrlódási együttható? (0,804)

b) Mekkora hajlásszögűre kellene a lejtőt beállítani, hogy a magára hagyott test egyenletesen mozoghasson rajta? (38,8°)

66.

Egy szánkópálya  $\alpha = 15^\circ$ -os hajlásszögű lejtő. A szánkón ülő ember és a szánkó együttes tömege  $m = 80 \text{ kg}$ . A csúszási súrlódási tényező  $\mu = 0,05$ . A légellenállás a sebesség négyzetével arányos és  $1 \text{ m/s}$  sebességnél  $0,2 \text{ N}$  értékű;  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

a) Mekkora a szánkóra ható csúszási súrlódási erő? (38,6 N)

b) Mekkora sebességre gyorsul fel a szánkó? (29 m/s)

c) Mennyi ekkora mechanikai energiavesztés egy másodperc alatt? (6 kJ)

### Egyéb -nem merőleges- erőkkel kapcsolatos feladatok

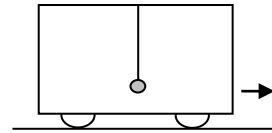
67.

Könnyen gördülő kiskocsiban fonálinga függ. Mekkora szöget zár be a fonál a függőlegessel, ha a kocsi vízszintes talajon, egyenes pályán

a) egyenletesen halad,

b)  $a = 1 \text{ m/s}^2$  nagyságú gyorsulással mozog?

(A fonálinga nem leng.)



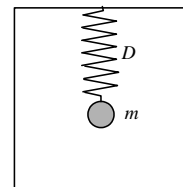
68.

Az ábrán látható dobozba egy  $D$  rugóállandójú rugó segítségével egy  $m$  tömegű testet függesztettünk fel. A dobozt  $a$  gyorsulással mozgatjuk. A gyorsítás olyan hosszú ideig tart, hogy a rugó és a test a dobozhoz képest már nem mozog. Határozd meg a rugó megnyúlását, ha

a) a dobozt függőlegesen felfelé gyorsítjuk;

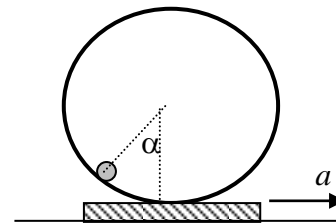
b) a doboz vízszintes irányban gyorsul.

( $m = 1 \text{ kg}$ ,  $D = 100 \text{ N/m}$ ,  $a = 2 \text{ m/s}^2$ )



69.

Egy deszkára szerelt gömb belsejében csúszhat egy apró test. Ha a deszkát vízszintes irányba gyorsítjuk, akkor a testhez húzott sugár  $\alpha = 30^\circ$ -os szöget zár be a függőlegessel. Határozzuk meg a deszka gyorsulását! (A gömb és a test közötti súrlódás elhanyagolható, a test nem mozog a gömbhöz képest.)



70.

Mekkora erővel lehet egy  $100 \text{ kg}$ -os szánkót egyenletesen vontatni olyan kötéllal, amely a vízszintessel  $30^\circ$ -os szöget zár be? A súrlódási együttható értéke  $0,1$ .

71.

Egy  $30^\circ$ -os mozgatható éket vízszintes talajon növekvő sebességgel toljuk. Az éken egy apró test van. Az ék és a test közötti súrlódás elhanyagolható. Mekkora gyorsulással mozgassuk az éket, ha azt szeretnénk, hogy a test ne mozogjon az ékhez képest?

72.

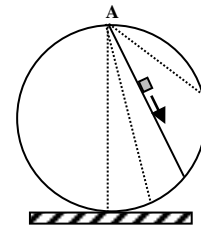
Egy rajztáblán könyv fekszik. A rajztábla egyik szélét lassan emelve,  $30^\circ$ -os hajlásszög esetén a könyv éppen csúszni kezd.

- a) Mekkora a súrlódási együttható? **(0,577)**  
 b) Mekkora a lecsúszó könyv gyorsulása a tábla 60°-os helyzetében? **(5,77 m/s<sup>2</sup>)**  
 c) Mekkora legkisebb vízszintes gyorsulással kellene a 60°-os hajlásszögű táblát előre tolni ahhoz, hogy a könyv ne csússzon meg? **(5,77 m/s<sup>2</sup>)**  
 A csúszási és súrlódási együtthatót tekintjük egyenlőnek.  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

## Versenyfeladatok

73.

Az ábra szerinti A pontból a hurok, mint lejtők mentén súrlódásmentesen csúszhatnak le kis testek. Melyik húr mentén mozgó test éri el leghamarabb a kör kerületét?



74.

Egy liftbe lejtőt teszünk. Mikor csúszik le rövidebb idő alatt a lejtőn egy tárgy  
 A) ha a lift felfelé gyorsulva mozog, B) ha a lift áll?

75.

Egy 2,5 m hosszú, 30°-os hajlásszögű lejtő tetejéről, a lejtő síkjában a legnagyobb lejtés irányára merőlegesen 2m/s kezdősebességgel meglökünk egy testet. Mennyi idő alatt és mekkora sebességgel ér a lejtő aljára, ha a csúszási súrlódás elhanyagolható?

76.

30° hajlásszögű lejtőn húzunk egy testet a lejtő síkjával párhuzamos erővel. A test a lejtőn fekvő vízszintes egyenes mentén egyenes vonalú egyenletes mozgást végez. A húzóerő nagysága egyenlő a testre ható nehézségi erő nagyságával.

- a) Mekkora szöget zár be a húzóerő iránya a mozgás irányával? **(30°)**  
 b) Mekkora a súrlódási együttható? **(1)**

77.

Egy lejtő és a ráhelyezett test között a súrlódási tényező a lejtő felső szakaszán  $\mu_1 = 0,3$ , az alsó szakaszán pedig  $\mu_2 = 0,4$ . Ha a testet a lejtő felső szakaszára helyezük, akkor azt tapasztaljuk, hogy a test növekvő sebességgel halad a szakaszhatárig, majd lassulva megáll. Megfigyelésünk szerint a test ugyanakkora utat tesz meg mindkét lejtőszakaszon. Határozzuk meg a lejtő hajlásszögét!

78.

Egy sugárhajtású repülőgép hajtóművének tesztelése során a gépet a talajhoz rögzítik, és a hajtóművet működtetik. A hajtóműből másodpercenként 20 kg tömegű forró gáz lövell ki 200 m/s sebességgel. Mekkora a hajtómű tolóereje?

- A) 10 kN B) 4 kN C) 0,1 kN

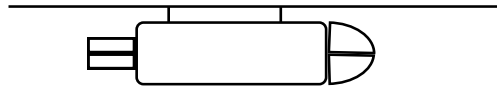
79.

Egy űrhajó mikro-meteorok felhőjébe kerül. Egy köbméter térfogatban átlagosan egy meteor van 0,02 g tömeggel. Az űrhajó sebességére merőleges keresztmetszete 50 m<sup>2</sup>, a meteorokhoz képesti sebessége 10 km/s. A meteorok az űrhajóba rugalmatlanul ütköznek. Mekkora tolóerővel kell működtetni a hajtóművet, hogy az űrhajó sebessége ne változzon?



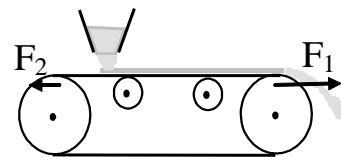
80.

Egy játék rakéta hajtóműve másodpercenként 10 gramm hajtóanyagot lövell ki a rakétához képest 10 m/s sebességgel. A rakétát vízszintes kötélpályára függesztjük és hajtóművét bekapcsoljuk. A felfüggesztés súrlódás nélkül csúszik a kötélen. A rakéta mozgását a sebesség négyzetével arányos közegellenállás fékezi. A közegellenállási erő 1 m/s sebességnél 0,004 N. Mekkora maximális sebességre gyorsulhat fel a rakéta?



81.

Egy szállítószalagra egyenletesen ömlik a homok, percenként 1,2 t. A vízszintes szalagot a meghajtó tárcsa  $F_1 = 300$  N erővel húzza. A szalag másik végén lévő tárcsa  $F_2 = 180$  N erővel tartja vissza. Tételezzük fel, hogy közben a görgők csak alátámasztják a szalagot, mozgását nem akadályozzák.



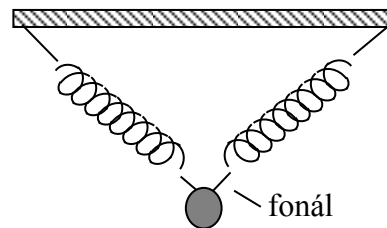
a) Mekkora egyenletes sebességgel halad a szalag?

b) A szalag végén leömlő homok egy teherautóra kerül. Mekkora fékező erő szükséges a teherautó egy helyben tartásához?

82.

Egy 2 kg tömegű testet két rugó tart egyensúlyban. Mindkét rugó  $30^\circ$ -os szöget zár be a vízszintessel.

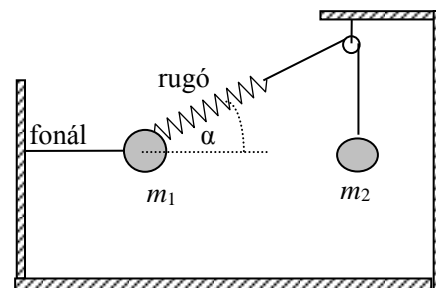
- Mekkora erőt fejtenek ki az egyes rugók?
- Az egyik rugót a testhez rögzítő fonál elszakad. Milyen irányba és mekkora gyorsulással indul el a test?



83.

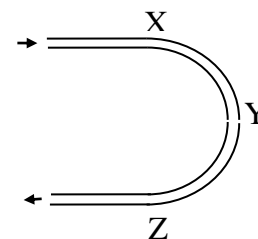
Az ábra szerinti elrendezésben  $m_1 = 1$  kg,  $\alpha = 30^\circ$ . A testek nyugalomban vannak. Az  $m_1$  tömeget a falhoz rögzítő fonál vízszintes.

- Határozzuk meg az  $m_2$  tömeg nagyságát!
- Az  $m_1$  tömeget a falhoz rögzítő fonál elszakad. Határozzuk meg, hogy mekkora gyorsulással kezdenek mozogni a testek!



84.

Egy  $A = 1$  cm<sup>2</sup> keresztmetszetű, félkörben meghajlított gumicsőben  $p = 10^5$  Pa nyomású víz áramlik  $v = 5$  m/s nagyságú sebességgel. Mekkora (eredő) erővel hat a víz a cső XYZ darabjára? (A vízre ható gravitációs erő és a folyadék belső súrlódása elhanyagolható.)



## 4. Több-test dinamika

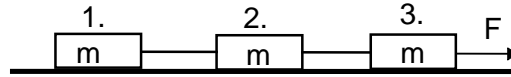
### Alapfeladatok

1.

Három darab, egyformán  $m = 2 \text{ kg}$  tömegű, vízszintes talajon fekvő hasábot az ábra szerint fonalakkal egymáshoz kötöttük.

Mekkora erőt fejtenek ki az egyes fonalak a

2. hasábra, ha a 3. hasábot  $F = 3 \text{ N}$  nagyságú, vízszintes irányú erővel húzzuk? (A súrlódás, a fonalak tömege és megnyúlása elhanyagolható.)

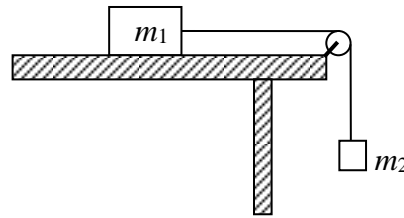


2.

Az ábrán látható  $m_1 = 4 \text{ kg}$  tömegű test és az asztal között a csúszási súrlódási tényező  $\mu = 0,1$ .

Az elhanyagolható tömegű, súrlódás nélkül forgó csigán átvett fonál végén levő test tömege  $m_2 = 1 \text{ kg}$ .

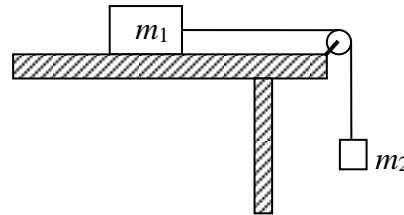
- Mekkora gyorsulással mozognak a testek?
- Határozzuk meg a kötelet feszítő erő nagyságát!



3.

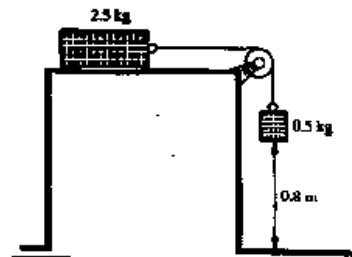
Az ábrán látható  $m_1 = 2 \text{ kg}$  tömegű test és az asztal között a csúszási-, és tapadási súrlódási tényező  $\mu = 0,2$ .

- Legalább mekkora legyen az elhanyagolható tömegű, súrlódás nélkül forgó csigán átvett fonál végén levő test  $m_2$  tömege, hogy az  $m_1$  tömegű test elinduljon?
- Mekkora gyorsulással mozognak a testek, ha  $m_2 = 0,5 \text{ kg}$ ?



4.

Az ábra szerinti elrendezésben milyen messze tehetjük a  $2,5 \text{ kg}$  tömegű testet az asztal szélétől, hogy - a rendszert magára hagyva - ne essen le az asztaltól?  $\mu=0,1$ .

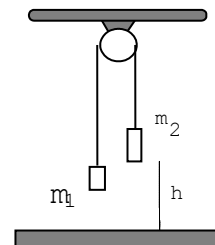


5.

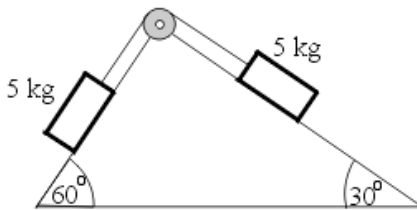
Az ábrán látható elrendezésben a testeket magukra hagyjuk.

- Határozd meg a testek gyorsulását és a kötelet feszítő erőt!
- Mekkora sebességgel csapódik az  $m_2$  tömeg a talajba?

( $m_1=2 \text{ kg}$ ,  $m_2=3 \text{ kg}$ ,  $h=1 \text{ m}$ . A csiga tömege és súrlódása elhanyagolható.)



6.

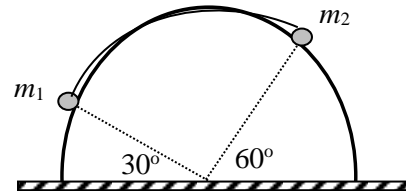


A kettős lejtő oldalain levő 5-5 kg tömegű testeket a csigán átvetett fonál végeire erősítettük. A súrlódás elhanyagolható. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- a) Mekkora gyorsulással mozognak a testek? ( **$1,83 \text{ m/s}^2$** )  
 b) Mekkora és milyen irányú erő terheli a csiga tengelyét? ( **$48,3 \text{ N}$ , lejtőhöz mérve  $45^\circ$** )

7.

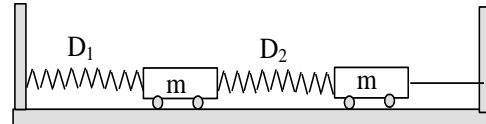
Vízszintes alapú fél-hengeren vékony kötélt van átvetve. A kötélt egyik végén  $m_1 = 0,1 \text{ kg}$ , a másik végén pedig  $m_2 = 0,3 \text{ kg}$  tömegű, elhanyagolható kiterjedésű testek lógnak. A testekhez húzott sugarak  $30^\circ$ -os, illetve  $60^\circ$ -os szöget zárnak be a vízszintessel. A súrlódás mindenhol elhanyagolható. A két testet egyszerre elengedjük.



- a) Mekkora gyorsulással kezdenek mozogni a testek?  
 b) Mekkora erő feszíti induláskor a fonalat?

8.

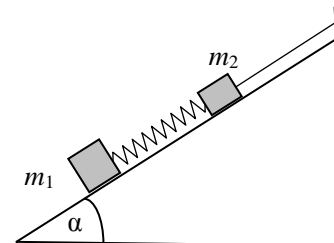
Az ábrán látható elrendezésben a két kiskocsi egyensúlyban van. Mindkét kocsi tömege  $m = 1 \text{ kg}$ . A jobb oldali kiskocsit a falhoz rögzítő fonál olyan hosszú, hogy a bal oldali,  $D_1 = 200 \text{ N/m}$  rugóállandójú rugó megnyúlása  $\Delta l_1 = 5 \text{ cm}$ .



- a) Mekkora a megnyúlása a jobb oldali,  $D_2 = 100 \text{ N/m}$  rugóállandójú rugónak?  
 b) Mekkora gyorsulással indulnak a kiskocsik, ha a fonalat elvágjuk?  
 (A kocsik és a talaj közötti súrlódás elhanyagolható.)

9.

Az  $\alpha$  hajlásszögű lejtőn az  $m_1$  és  $m_2$  tömegű testek az ábra szerinti helyzetben egyensúlyban vannak. A testek között elhanyagolható tömegű rugó feszül. Az  $m_2$  tömeget rögzítő fonál elszakad. Mekkora az egyes testek gyorsulása közvetlenül a fonál elszakadása után? (A testek és a lejtő közötti súrlódás elhanyagolható,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $m_1 = 0,5 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 1 \text{ kg}$ .)



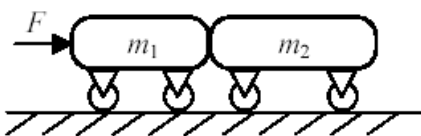
10.

Vízszintes, súrlódásmentes talajon  $F=18 \text{ N}$  nagyságú erővel tolunk két testet az ábra szerinti elrendezésben. A testek egymáshoz képest nem mozognak, tömegük  $m$ , illetve  $2m$ . Mekkora erőt fejt ki a rugó? ( $m = 3 \text{ kg}$ )



- A) 18 N    B) 9 N    C) 12 N

11.



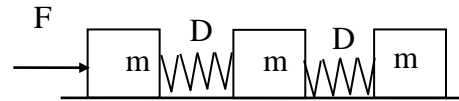
Vízszintes sínen szorosan egymás mellett áll két kiskocsi. Az egyik 100 gramm, a másik 150 gramm tömegű. A kocsik a sínen súrlódás nélkül mozoghatnak. A kisebb tömegű kocsival megtoljuk a nagyobbat úgy, hogy a

kisebbikre  $0,5 \text{ N}$  erőt fejtünk ki vízszintes irányban, az ábra szerint.

- a) Mekkora a kiskocsik közös gyorsulása? ( **$2 \text{ m/s}^2$** )  
 b) Mekkora nyomóerő lép fel a kocsik között? ( **$0,3 \text{ N}$** )  
 c) Módosul-e az a) illetve b) kérdésre adott válasz, ha a nagyobb kocsira fejtünk ki a másik felé irányuló, ugyancsak  $0,5 \text{ N}$  nagyságú, vízszintes irányú erőt? (**nem;  $0,2 \text{ N}$** )

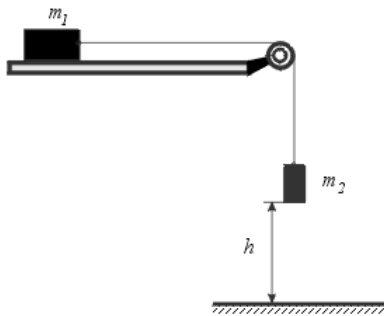
12.

Vízszintes, súrlódásmentes talajon  $F=18\text{ N}$  nagyságú erővel tolunk három egyforma testet az ábra szerinti elrendezésben. A testek között  $D=100\text{ N/m}$  rugóállandójú rugók vannak. A testek egymáshoz képest nem mozognak. Határozzuk meg a rugók összenyomódásait!



### Haladó szintű feladatok

13.

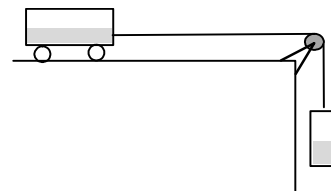


Vízszintes asztallapra helyezett  $m_1=10\text{ kg}$  tömegű testhez csigán átvett fonál végére függesztett testet kötünk, melynek tömege  $m_2=5\text{ kg}$ . Kezdetben az  $m_1$  tömegű test  $3\text{ m}$  távolságra áll a csigától, az  $m_2$  tömegű test pedig  $h=1,2\text{ m}$  magasan van a talaj felett. Az asztallap és a rajta levő test között a súrlódási együttható  $0,3$ .

- Mekkora sebességgel ér a fonál végén függő test a talajhoz? ( **$1,82\text{ m/s}$** )
- A csigától milyen távolságban áll meg az  $m_1$  tömegű test? ( $g=10\text{ m/s}^2$ ) ( **$1,25\text{ m}$** )

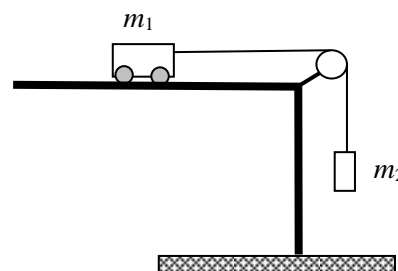
14.

Vízszintes asztalon lévő,  $0,5\text{ kg}$  tömegű kiskocsit csigán átvett vékony fonállal egy  $0,5\text{ kg}$  tömegű edényhez kapcsolunk. A rendelkezésünkre álló  $3\text{ kg}$  tömegű homok egy részét a kocsiba öntjük, a maradékot az edénybe. A testeket álló helyzetből elengedjük. Mennyi homokot rakhatunk a kocsira, ha azt akarjuk, hogy a  $7,5\text{ N}$  teherbírású fonál ne szakadjon el a testek mozgása idején? (A súrlódás és a csiga tömege elhanyagolható,  $g = 10\text{ m/s}^2$ .)



15.

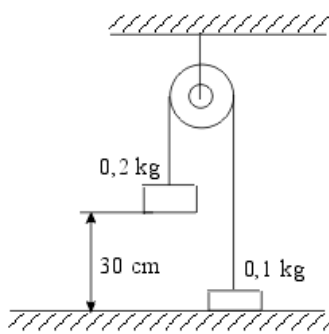
Az ábra szerinti elrendezésben az  $m_1$  tömegű kiskocsi súrlódásmentesen mozoghat a vízszintes asztalon. A kiskocsinhoz fonalat kötünk. A fonalat könnyű, súrlódás nélkül forgó csigán vetjük át, és másik végéhez egy  $m_2$  tömegű nehezéket rögzítünk, majd a testeket elengedjük. A testek mozgása közben a fonalat feszítő erő  $80\%$ -a az  $m_2$  tömegre ható gravitációs erőnek.



- Határozzuk meg a testek gyorsulását!
- Határozzuk meg az  $m_2/m_1$  tömegarányt!

16.

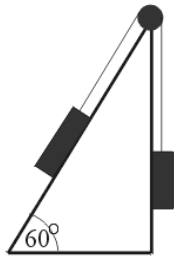
Csigán átvett fonál egyik végén  $0,1\text{ kg}$ -os, a másik végén  $0,2\text{ kg}$ -os tömegű test van. Míg a



kisebbs tömeget a földön tartjuk, a nagyobbik tömeg 30 cm magasan van a talaj felett.

- a) Mekkora a kisebbik tömeg mozgási energiájának legnagyobb értéke, ha elengedjük? **(0,0981 J)**  
 b) Milyen magasra emelkedik a kisebb tömeg, miután elengedtük? **(40 cm)**

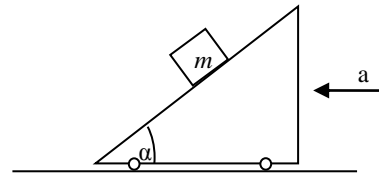
17.



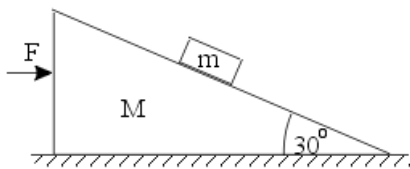
Csigán átvett fonál egyik végén a  $60^\circ$ -os súrlódásos lejtőn fekvő tömeg  $0,5$  kg, a fonál másik végén szabadon függő tömeg  $1$  kg. A létrejövő mozgás gyorsulása:  $a$ . Ha viszont az  $1$  kg-os tömeg fekszik a lejtőn, és a  $0,5$  kg-os tömeg lóg szabadon, a létrejövő gyorsulás:  $a/2$ . Mekkora a súrlódási tényező? **(0,22)**

18.

Az ábrán látható,  $\alpha = 30^\circ$ -os lejtőre egy  $m$  tömegű testet helyezünk. A test és a lejtő közötti súrlódás elhanyagolható. Mekkora vízszintes irányú gyorsulással kell mozgatnunk a lejtőt, ha azt akarjuk, hogy a test ne mozogjon a lejtőhöz képest?



19.



A  $8$  kg tömegű,  $30^\circ$ -os hajlásszögű ékre  $2$  kg tömegű testet helyezünk. Az ék vízszintes gyorsításával elérjük azt, hogy a test az ékhez viszonyítva nyugalomban maradjon. A súrlódások elhanyagolhatók.

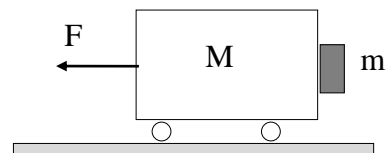
a) Mekkora az ékre ható vízszintes erő? **(56,6 N)**

b) Mekkora erő hat az ék és a test között? **(22,66 N)**

c) Mekkora a talaj és az ék között ható erő? **(98,1 N)**

20.

Az ábrán látható kiskocsi tömege  $M=1$  kg. Függőleges hátlapja vaslemezből készült és ide tapad egy  $m=0,4$  kg tömegű mágneses korong. A mágneses vonzóerő  $F_m=20$  N, a korong és a vaslemez közötti tapadó súrlódási tényező  $\mu=0,4$ . A kocsi súrlódásmentesen gördülhet a vízszintes asztallapon. A kocsit vízszintes irányú,  $F$  nagyságú erővel balra kezdjük húzni. Legalább mekkora legyen  $F$  értéke, hogy a korong megmozduljon a kocsihoz képest?



## Versenyfeladatok

21.

Az  $5$  kg tömegű fahasáb vízszintes, súrlódásmentes felületen fekszik. A hasábra hossz tengelye mentén  $5$  g tömegű,  $400$  m/s sebességű lövedék fúródik, és  $10^{-3}$  s alatt lefékeződik. Tekintsük a lassulást állandónak.

a) Mekkora lesz a hasáb és a közös sebessége? **(0,4 m/s)**

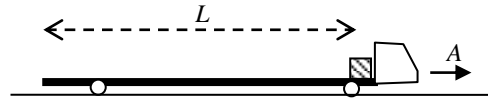
b) Mekkora a hasáb és a lövedék között fellépő erő? **(2 kN)**

c) Milyen mélyen hatolt be a lövedék a hasádba? (0,2 m)

22.

Egy teherautó tömege 2 t, sebessége 20 m/s. A rakománya és a rakodófelülete közötti súrlódási tényező 0,3. Mekkora fékező erővel lehet a kocsit megállítani a rakomány megcsúszásának veszélye nélkül? Mekkora távolságon belül történik a megállás?

23.



Egy álló teherautó rakfelületén egy kis láda van a rakfelület végétől  $L = 4$  m távolságra. Az autó elindul, és  $A = 6$  m/s<sup>2</sup> gyorsulással mozog. A láda és a rakfelület közötti súrlódási tényező  $\mu = 0,4$ .

- Mekkora lesz a láda talajhoz képesti gyorsulása?
- Mennyi idő múlva esik le a láda az autóról?
- Mekkora lesz a láda talajhoz képest sebessége a leesés pillanatában?
- Mennyit mozdul el a láda a talajhoz képest a leesésig?

Tételezzük fel, hogy a láda ütközésmentesen ér talajt és a talajon a súrlódási tényező továbbra is  $\mu = 0,4$ !

- Mennyi ideig csúszik a láda a talajon? Mekkora úton áll meg?
- Ábrázoljuk a láda sebesség - idő grafikonját a teljes mozgás időszakára!

24.

Egy autó induláskor egyenletesen gyorsulva 4 s alatt éri el a 10 m/s sebességet. Ezután egyenletesen halad. Összesen mennyivel csúszik hátra a rakfelületen levő láda, ha a láda és a rakfelület között a súrlódási együttható 0,2?

25.

Az eső testek a levegőben több-kevesebb idő alatt egyenletes sebességet érnek el. Egy 4 g tömegű pingpong labda például 15 m/s sebességgel esik.

- Mekkora sebességgel esik az ugyanakkora méretű 256 g tömegű fémgolyó?
- A pingpong labdát és a fémgolyót hosszú fonállal összekötjük, mekkora lesz ebben az esetben a közös sebességük egyenletes esés közben?  
(A közegellenállási erő a sebesség négyzetével arányos.)

26.

Azonos anyagból egy  $R$  és egy  $2R$  sugarú tömör gömböt készítünk. A gömböket vékony, elhanyagolható tömegű fonállal kötjük össze és a rendszert elegendően nagy magasságban elejtjük. A közegellenállási erő miatt a testek sebessége egy idő után állandósul. Mekkora erő feszíti ekkor a fonalat? Az  $R$  sugarú gömb tömege 1 kg. Ismeretes, hogy egy gömbre ható közegellenállási erő egyenesen arányos a gömb főkörének területével.

27.

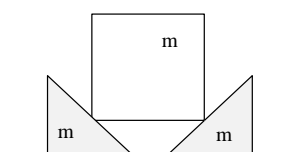
Asztalra 5 kg tömegű 30°-os lejtőt és erre 3 kg tömegű testet helyezünk, amely lecsúszik a lejtőn. (A lejtő az asztalon nem csúszik el.)

Mekkora függőleges erő nyomja az asztal lapját a test csúszása közben,

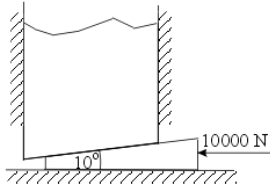
- ha a súrlódást elhanyagoljuk, (**71,1 N**)
- ha a súrlódási együttható 0,2? (**73,6 N**)

28.

Két darab, egyformán 45°-os hajlásszögű és  $m$  tömegű lejtőre ugyancsak  $m$  tömegű kocka alakú testet helyezünk. Határozzuk meg a testek gyorsulásait, ha a súrlódás a lejtők és az asztal és a lejtők és a test között is elhanyagolható.



29.



Egy oszlopot az ábra szerinti elrendezésben  $10^\circ$ -os ékkel emelünk. A súrlódást csak az ék és a talaj közt vesszük figyelembe, itt a súrlódási együttható  $0,2$ . Az ék tömegétől tekintsünk el.  $g=10$   $\text{m/s}^2$ . Az oszlop egyenletes emeléséhez az ékre  $10000$  N nagyságú, vízszintes erővel kell hatni.

- a) Mekkora az oszlop tömege? **(266 kg)**
- b) Mekkora a munkavégzésünk hatásfoka az oszlop emelése közben? **(47 %)**
- c) Mekkora vízszintes erő szükséges az oszlop egyenletes süllyesztéséhez? **(63 N)**

## 5. Körmozgás

### Alapfeladatok

#### Kinematika, elemi dinamika

1.

Egy 810 km/h sebességű repülőgép 10 km sugarú körön halad.

- Mennyi a repülőgép gyorsulása?
- Mennyi idő alatt tesz meg egy félkört?

2.

Egy centrifugában az anyagminta percenként 3000-es fordulatszámmal 15 cm sugarú körpályán mozog.

- Mekkora a kerületi sebesség? (**47,1 m/s**)
- A gyorsulás hányszorosa a nehézségi gyorsulásnak? (**1480-szorosa**)

3.

A 60. szélességi kör mentén ül egy ember a szobájában. Mekkora sebességgel mozog és mekkora a gyorsulása a Föld tengely körüli forgása miatt? A Föld sugara 6370 km.

4.

A Föld a Nap körül jó közelítéssel egyenletesen körpályán kering, amelynek sugara 150 millió kilométer. Mekkora a Föld sebessége és gyorsulása?

5.

Vízszintes, súrlódásmentes asztallapon 1m hosszú fonál végén levő 2 kg golyótömegű egyenletes körmozgást végez. Keringési ideje 1,2 s.

- Mekkora a golyó kerületi sebessége? (**5,23 m/s**)
- Mekkora erő feszíti a fonalat? (**54,8 N**)

6.

Egyenletes körmozgást végző test sebessége 2 m/s, szögsebessége 15 1/s.

- Hány fordulatot tesz meg a test 1 s alatt? (**2,39 1/s**)
- Mekkora a test tömege, ha a körmozgás fenntartásához szükséges erő 15N? (**0,5 kg**)

7.

A 2 kg tömegű test 0,6 m sugarú körpályán mozog 3 m/s állandó nagyságú sebességgel.

- Mekkora az eredő erő? (**30 N**)
- Hány fordulatot tesz meg a test percenként? (**47,7**)

8.

Vízszintes asztalon egy 0,5 kg tömegű kis test 1 m/s nagyságú sebességgel mozog, miközben 2,5 N nagyságú vízszintes erő hat rá, sebességére merőlegesen.

- Mekkora időközönként változik a test sebességének irány ellentétesre?
- Mekkora utat tesz meg a test ezalatt?



### Függőleges síkú körpálya állandó sebességgel

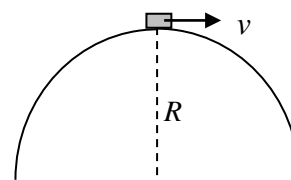
9.

Egy dimbes-dombos úton 1000 kg tömegű autó halad 72 km/h nagyságú sebességgel. Pályája a dombtetőn és a völgy alján 100 m sugarú, függőleges síkú körpályának tekinthető. Mekkora erővel nyomja a talaj az autót a dombtetőn, illetve a völgy alján?

10.

Egy vidámpark óriásvasútján a kocsi  $v = 36$  km/h sebességgel érkezik egy domb tetejére. A dombtetőn a pálya  $R = 40$  m sugarú, függőleges síkú kör, melynek középpontja a kocsi alatt van. A kocsi tömege  $m = 200$  kg.

- Határozd meg a kocsi centripetális gyorsulását!
- Mekkora ebben a pontban a nyomóerő a kocsi és a pálya között?



### Körmozgás a tapadási erő hatására

11.

Legfeljebb mekkora állandó nagyságú sebességgel haladhat egy gépkocsi az  $R = 200$  m sugarú kanyarban a kicsúszás veszélye nélkül, ha kerekei és a talaj között a tapadási súrlódási tényező  $\mu = 0,5$ ?

12.

Egy lemezjátész tengelyétől 10 cm távolságra apró testet teszünk. A tapadási súrlódási tényező 0,4. Legfeljebb mekkora fordulatszámmal foroghat a lemezjátész, ha azt akarjuk, hogy a test ne csússzon le a tányérról?

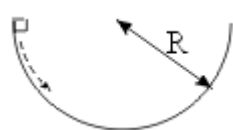
### Ingamozgás

13.

Fonálinga hossza 40 cm, a végén rögzített tömeg 0,2 kg. Az ingát vízszintes helyzetig kitérítjük és ott elengedjük.

- Határozzuk meg a test sebességét a fonál függőleges helyzetében!
- Mekkora a fonalat feszítő erő a függőleges helyzeten való átlendüléskor?

14.



Egy félgömb alakú edényben a perem magasságából lecsúszó jégkocka súrlódás nélkül csúszik fel-le. Tömege 30 g, az edény sugara 20 cm.

a) Mekkora a kocka sebessége az edény legmélyebb pontjain?  
(2 m/s)

b) Mekkora erővel hat ekkor az edény a jégkockára? ( $g = 10$  m/s<sup>2</sup>) (0,9 N)

### Körmozgás rugó hatására

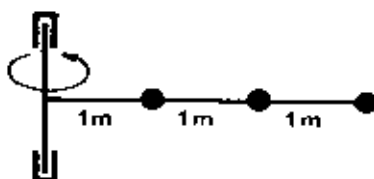
15.

Két 3 kg tömegű testet rugó köt össze. A rugó hossza feszítetlen állapotban 50 cm, a rugóállandó 100 N/m. A rendszert a Föld körül keringő űrhajóban a rugó körül állandó fordulatszámmal forgásba hoztuk. A rugó rugalmas megnyúlása 50 cm.

- Mekkora a fordulatszám? (0,91 1/s)
- Mekkora munkával hoztuk ebbe az állapotba a rendszert? (37 J)

16.

Három darab, 1-1 m hosszúságú fonállal az ábra szerint összekötött, pontszerű, 0,2-0,2 kg tömegű testet forgatunk vízszintes síkban, egyre gyorsabban. Milyen fordulatszámnál és melyik kötélszakad el először? A fonalak mindegyike 96 N erőt bír el. A nehézségi erőt ne vegyük figyelembe.



### Haladó szintű feladatok

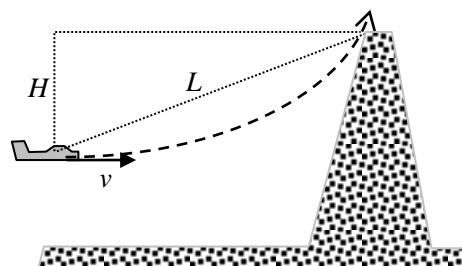
#### Függőleges síkú körpálya állandó sebességgel

17.

Az ember szervezete a nehézségi gyorsulás 5-szörösét viseli el károsodás nélkül. Legalább mekkorának kell lenni azon körpálya sugarának, amelyen függőleges síkban teljes kört írhat le egy 720 km/h sebességgel haladó repülőgép? (1000 m)

18.

Vízszintes pályán,  $v = 200$  m/s sebességgel repülő vadászgép pilótája csak az ábrán látható helyzetben vette észre az előtte tornyosuló hegygerincet. A hegygerinc pereme tőle légvonalban  $L = 800$  m távolságban volt, a horizont felett  $H = L/2 = 400$  m magasságban. Az ütközés elkerülése céljából a pilóta függőleges síkú körpályára állt és így éppen csak sikerült elkerülnie a katasztrófát.



- Mekkora sugarú körpályára állt a pilóta?
  - Mennyi idő alatt érte el a gép a hegygerincet?
  - Mekkora volt a repülőgép gyorsulása a manőver során?
  - Mekkora nyomóerővel hatott az ülés a pilótára a manőver kezdetén, ha a pilóta tömege  $m = 70$  kg?
- (Feltételezhető, hogy a repülőgép sebességének nagysága nem változott a manőver során.)

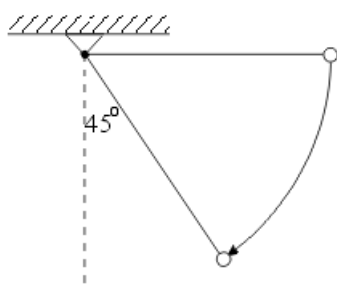
#### Ingamozgás

19.

Fonálinga hossza 40 cm, a végén rögzített tömeg 0,2 kg. Az ingát vízszintes helyzetig kitérítjük és ott elengedjük. Tekintsük az inga azon helyzetét, amikor a fonál  $30^\circ$ -os szöget zár be a függőlegessel!

- Határozzuk meg a test sebességét és centripetális gyorsulását!
- Mekkora a test tangenciális gyorsulása és gyorsulása a vizsgált helyzetben?
- Mekkora a fonalat feszítő erő?

20.



Egy fonálinga hossza 1 m. Az ingát vízszintes helyzetéből engedjük el.

Az inga  $45^\circ$ -os helyzeténél

- a) mekkora a fonálon függő test sebessége, mekkora szöget zár be a sebességvektor a függőlegessel, ( **$3,72 \text{ m/s}$ ;  $45^\circ$** )  
 b) mekkora a test gyorsulása? ( **$15,48 \text{ m/s}^2$** )

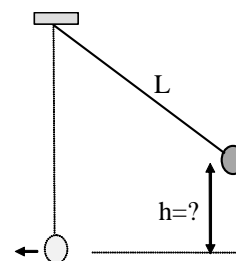
21.

Két, egyenként  $0,05 \text{ kg}$  tömegű kis golyót  $60 \text{ cm}$  hosszú fonál köt össze. Az azonos magasságban, egymástól  $60 \text{ cm}$ -re lévő golyókat egyszerre elengedjük.  $50 \text{ cm}$  esés után a fonál közepe egy szögön fennakad, majd a két golyó összeütközik. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

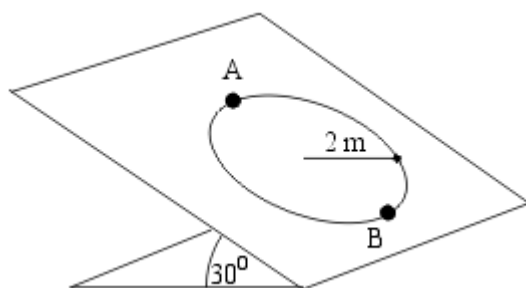
- a) Mekkora a golyók legnagyobb sebessége? ( **$4 \text{ m/s}$** )  
 b) Mekkora a szögre ható legnagyobb erő? ( **$6,33 \text{ N}$** )

22.

Egy  $L = 1 \text{ m}$  hosszúságú fonálingát kitérített helyzetében elengedünk. Mekkora magasságban engedhetjük el a testet, ha nem akarjuk a fonalat elszakítani, de tudjuk, hogy a fonál a test súlyának legfeljebb a kétszeresét bírja el, nagyobb erő hatására elszakad?



23.



Egy  $30^\circ$ -os hajlásszögű lejtőn, a lejtő síkjában, egy  $5 \text{ kg}$  tömegű, pontszerűnek tekinthető test körpályán mozog. A testet a körpályán a pálya középpontjában rögzített  $2 \text{ m}$  hosszú zsineg tartja. A körpálya legfelső (A) pontján a zsineget  $200 \text{ N}$  erő feszíti.  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora a test sebessége az A pontban? ( **$9,5 \text{ m/s}$** )

Az AB íven a pálya legalsó (B) pontjáig haladva a súrlódási munka  $95 \text{ J}$ .

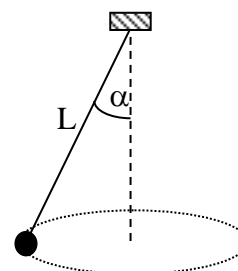
- b) Mekkora erő feszíti a zsineget a B pontban? ( **$255 \text{ N}$** )

### Kúpinga

24.

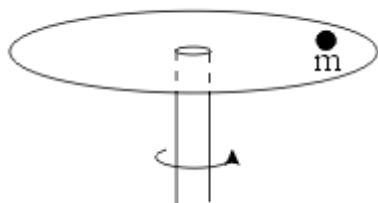
Egy  $L = 1 \text{ m}$  hosszúságú fonál végén egy  $m = 0,2 \text{ kg}$  tömegű test kúpinga mozgást végez. A fonál  $\alpha = 30^\circ$ -os szöget zár be a függőlegessel. Határozzuk meg

- a) a fonalat feszítő erőt,  
 b) a centripetális gyorsulást,  
 c) a periódusidőt!



## A sebesség, illetve a lendületvektor változása

25.



Vízszintes tárcsa függőleges tengely körül egyenletesen forog úgy, hogy 3 s alatt 5 fordulatot végez. A tárcsán, a tengelytől 12 cm-re egy kis méretű, 20 g tömegű testet rögzítettünk.

- a) Mekkora a tárcsára rögzített test gyorsulásának nagysága? **(13,2 m/s<sup>2</sup>)**  
 b) Határozzuk meg két, egymást 0,1 s-mal követő helyzet között a lendületvektor megváltozásának nagyságát!

(0,0251 kg.m/s)

26.

Egy test egyenletes körmozgást végez. Lendületének nagysága 2 kg.m/s, szögsebessége 2 s<sup>-1</sup>. Mekkora a testre ható eredő erő nagysága?

- A) 8 N                      B) 2 N                      C) 4 N.

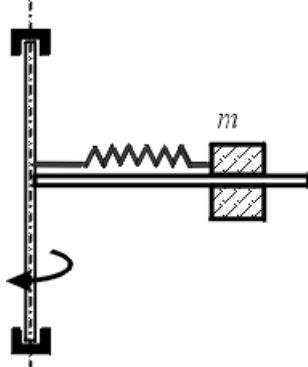
27.

Egy testre állandó nagyságú erő hat, úgy, hogy a pályára az erő mindig merőleges. Egy adott időpillanatban a test impulzusa 0,2 kg.m/s, majd 0,05 s múlva az impulzusvektor megváltozását 0,2 kg.m/s nagyságúnak találjuk.

- a) Milyen a pálya alakja és a mozgás lefolyása? **(egyenletes körmozgás)**  
 b) Mekkora az erő nagysága? (A mozgás síkban történik.) **(4,19 N)**

## Körmozgás rugó hatására

28.



Egy függőleges tengelyhez mereven van hozzáerősítve egy vízszintes rúd. A rúdra a vázlat szerint egy  $m=0,2$  kg tömegű testet fűzünk fel, és egy rugóval kötjük a tengelyhez. A rugó feszítetlen állapotában 0,5 m-re van a test a forgástengelytől. A rugó 50 N erő hatására nyúlik meg 1 cm-rel.

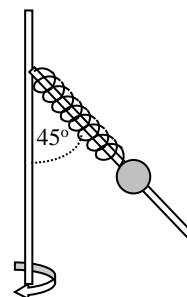
- a) Mekkora lesz a test távolsága a forgástengelytől, ha a tengelyt 10 1/s fordulatszámmal forgatjuk? **(59,4 cm)**  
 b) Mekkora lesz a rugóból és az  $m$  tömegű testből álló rendszer energiája az adott fordulatszámmal a nyugalmi állapothoz képest? **(161 J)**  
 c) Mekkora az a fordulatszám, amely fölött nem találunk olyan sugarat, amelyen a test forgás közben megmarad? **(25,2 1/s)**

Elhanyagolható a test és a rúd közti súrlódás és a rugó tömege.

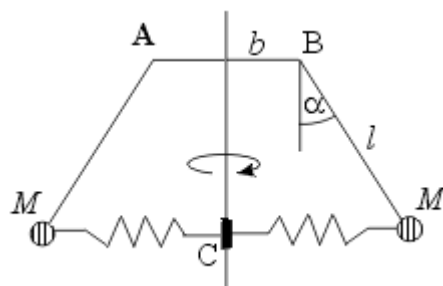
29.

Függőleges tengelyhez 45°-os szögben egy sima fém rudat, valamint egy 100 N/m rugóállandójú, 10 cm alaphosszúságú rugót rögzítünk. A rugó másik végéhez egy 1 kg tömegű test kapcsolódik, ami gyöngyszerűen fel van fűzve a fémrúdra és azon súrlódás nélkül csúszhat.

- a) Határozzuk meg a rugó hosszát, ha a rendszer egyensúlyban van!  
 b) Milyen hosszú a rugó, ha a rendszer 1 s<sup>-1</sup> fordulatszámmal forog?



30.



Az ábrán vázolt fordulat-szabályozó a függőleges tengely körül foroghat. Az A és B csuklók, valamint C csúszógyűrű súrlódása elhanyagolható. A rendszer tömegét a golyók tömege képviseli. Adatok:  $b=0,1$  m,  $M=0,1$  kg és  $l=0,2$  m. A terheletlen rugó hossza  $0,1$  m, és  $1$  N erővel  $0,1$  m-rel nyújtható meg.

a) Mekkora a fordulatszám, ha  $\alpha = 60^\circ$ ? **(1,79 1/s)**

b) Mekkora munkával gyorsíthatjuk fel a szabályozót

az  $\alpha=60^\circ$ -hoz tartozó fordulatszámra? **(1,44 J)**

### Egyenletesen változó körmozgás

31.

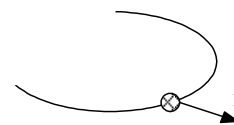
Egy test sebessége egy adott pillanatban nulla, de gyorsulása nem nulla. Milyen irányú a test gyorsulása a pálya-érintőhöz képest.

- a) merőleges rá    b) párhuzamos vele    c) tetszőleges szöget bezárhatnak

32.

Egy test az ábrán látható pályán mozog. Mutathat-e a testre ható eredő erő az ábrán berajzolt irányba?

- A) Igen.    B) Nem.



33.

Egy test  $1$  m sugarú körpályán mozog. Gyorsulása  $2$  m/s<sup>2</sup> nagyságú és  $60^\circ$ -os szöget zár be a testhez húzott sugárral. Mekkora a test sebessége?

- A)  $\sqrt{2}$  m/s    B)  $1$  m/s    C)  $0,93$  m/s

34.

Motorkerékpár álló helyzetből indulva, egyenletesen növekvő nagyságú sebességgel,  $20$  m sugarú, vízszintes körpályán halad. Érintő irányú gyorsulásának nagysága  $2$  m/s<sup>2</sup>.

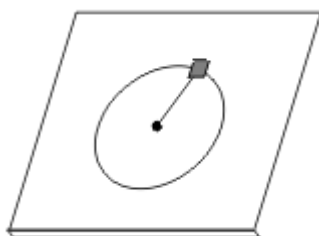
- a) Mennyi idő múlva lesz a gyorsulás nagysága kétszerese a kezdő értéknek? **(4,16 s)**  
 b) Mekkora szöget zár be a ekkor a gyorsulás iránya a sebességgel? **(60°)**

35.

Egy játékmozdonyt  $50$  cm sugarú, kör alakú pályán indítunk el. Felgyorsulás közben  $0,2$  m/s<sup>2</sup> nagyságú, állandó kerületi gyorsulással mozog.

- a) Az indulás után mennyi idő múlva lesz a centripetális gyorsulás  $0,2$  m/s<sup>2</sup>? **(1,58 s)**  
 b) Mekkora szöggel fordul el ezalatt a gyorsulás vektora? **(73,7°)**

36.

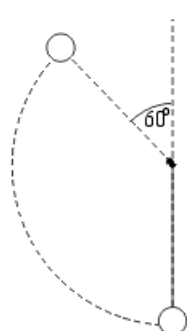


A  $0,2$  m hosszú fonállal kikötött testet vízszintes felületen körpályára indítjuk  $3$  m/s kezdősebességgel. A test tömege  $0,5$  kg, a súrlódási együttható  $0,4$ ,  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

- a) Mekkora szöggel fordul el a fonál az indulástól a megállásig? **(5,625 rad = 322,3°)**  
 b) Mekkora fonálerő az indítástól számított  $0,6$  s múlva? **(0,9 N)**

## Elválási határsebesség, elválási határhelyzet

37.

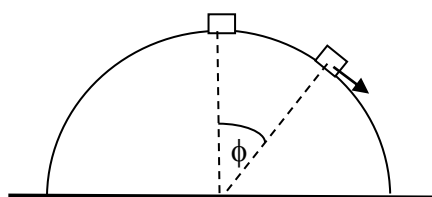


Egy pontszerű test 2 m hosszú és elhanyagolható tömegű fonálon függ. A testet ebből a helyzetéből vízszintes irányú kezdősebességgel kilendítjük. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

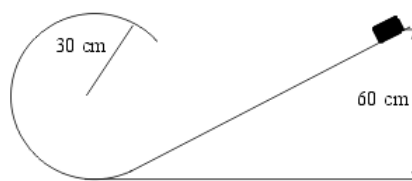
- Legalább mekkora kezdősebességgel elindítani a testet, hogy függőleges síkban körbeforduljon?
- Mekkora kezdősebesség esetén lazul meg a fonál az ábra szerinti helyzetben?

38.

Egy rögzített félgömb tetejéről elhanyagolható kezdősebességgel egy kisméretű test csúszik le. Határozzuk meg, hogy mekkora  $\Phi$  szögnél válik el a test a félgömbtől. (A test és a félgömb közötti súrlódás elhanyagolható.)



39.

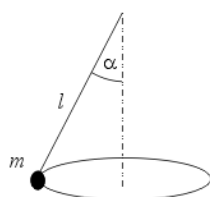


Egy 30 cm sugarú függőleges körpályára egy lejtőről 60 cm magasságból engedünk rácsúszni egy testet. A súrlódás elhanyagolható;  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- Milyen magasan válik el a test a körpályától? (**50 cm**)
- Mekkora a sebesség az elválás pillanatában? (**1,41 m/s**)

## Versenyfeladatok

40.



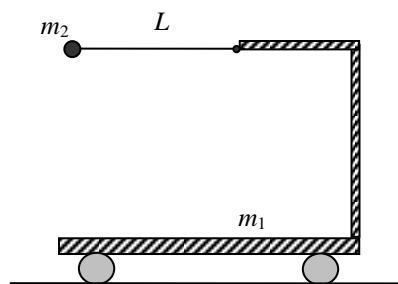
Egy lift mennyezetéhez  $m$  tömegű golyót kötünk  $l=70 \text{ cm}$  hosszúságú fonállal. A lift  $a=3 \text{ m/s}^2$ -el gyorsul lefelé. A test az ábra szerint úgy mozog, hogy a fonál a függőlegessel mindig  $\alpha=26^\circ$ -os szöget zár be.

Határozzuk meg a körülfordulás idejét! ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )  
(**1,88 s**)

41.

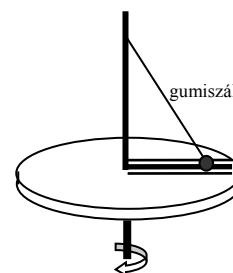
Az ábrán látható  $m_1 = 0,4 \text{ kg}$  tömegű kiskocsira  $L = 25 \text{ cm}$  hosszúságú,  $m_2 = 0,1 \text{ kg}$  tömegű fonálingát rögzítünk. Az ingát vízszintes helyzetéig kitérítjük, majd elengedjük. Az inga elengedésének pillanatában a kiskocsi sem mozog.

- Határozzuk meg a kiskocsi és a nehezeék talajhoz képesti sebességét abban a pillanatban, amikor az inga a függőleges helyzeten lendül át!
- Határozzuk meg ugyanebben a pillanatban az inga fonalát feszítő erő nagyságát! (A kiskocsi a talajon súrlódás nélkül mozog.)



42.

Függőleges forgástengelyre  $l_0$  nyugalmi hosszúságú gumiszál és egy vízszintes körlapot erősítenek, amiben sugárirányú vajat van. A körlap a tengely mentén függőlegesen mozgatható. A gumiszál másik végén egy  $m$  tömegű test van, amit a körlap vajatába helyeznek. A rendszert  $n = 1 \text{ s}^{-1}$  fordulatszámmal forgatni kezdik. Bizonyos idő eltelte után a vajatban lévő test is egyenletes körmozgást végez. Ezután a tányért szakaszosan lejjebb és lejjebb engedik, mindig kivárva a test egyenletes körmozgását- mindaddig, amíg a test elválik a tányértól.



- a) Változik-e a gumiszál hossza a tányér süllyesztése közben? Ha igen, akkor hogyan?  
 b) Mekkora a gumiszál felfüggesztési pontjának a körlaptól való távolsága akkor, amikor a test elválik a laptól?

(A gumiszál erő kifejtés szempontjából egy rugalmas rugóhoz hasonlóan viselkedik, a súrlódás elhanyagolható, a test rezgéseit az egyéb energiavesztések csillapítják le.)

43.

Egy vízszintes síkú korong a középpontján átmenő függőleges tengely átmenő tengely körül foroghat. A korongra a középponttól 20 cm távolságra egy kis méretű testet teszünk. Ha a korongot nyugalmi helyzetéből indítva  $2,1 \text{ 1/s}^2$  szöggyorsulással forgatjuk, a test az indulástól számított 1,2 s múlva megcsúszik.

- a) Mekkora utat tesz meg a test a megcsúzásáig? **(0,3 m)**  
 b) Mekkora a tapadási súrlódási együttható együtthatója? **(0,134)**

A nehézségi gyorsulás értékét vegyük  $10 \text{ m/s}^2$ -nek.

44.

Egy autó 70 méter sugarú kanyarban halad. Az úttest és a kerekek között a tapadási súrlódási tényező 0,4.

- a) Legfeljebb mekkora állandó nagyságú sebességgel haladhat az autó a megcsúzás veszélye nélkül?  
 b) A gépkocsi az imént meghatározott maximális sebesség 75%-ával halad. Ha fékezni kényszerül, akkor mekkora lehet a maximális érintő irányú lassulása, ha nem akar megcsúszni?

## 6. Általános tömegvonzás

### Alapfeladatok

#### Gravitációs erő, gravitációs gyorsulás

1.

Egy test tömege a Holdon mérve 6 kg. Mekkora a tömege a Földön mérve?

- A) 1 kg                      B) 6 kg                      C) 36 kg

2.

A Mars tömege 0,107-szerese a Föld tömegének, sugara pedig 0,533-szorosa a Föld sugarának. A Föld-felszíni gravitációs gyorsulást  $9,81 \text{ m/s}^2$ -nek véve határozzuk meg a Mars-felszíni gravitációs gyorsulást!

- A)  $3,69 \text{ m/s}^2$             B)  $1,97 \text{ m/s}^2$     C)  $0,21 \text{ m/s}^2$

3.

Valaki a Földön 100 kg tömegű testet képes felemelni. Mekkora tömegű testet tudna az illető felemelni, ha a Föld sugara feleakkora lenne, de a sűrűsége nem változna?

4.

Mekkora a gravitációs gyorsulás a Föld felszíne felett 300 km magasságban? (A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .)

#### Körmozgás egy égitest gravitációs terében

5.

Űrhajót szeretnénk Föld körüli, az Egyenlítő felett húzódó pályára állítani, de takarékoskodni akarunk az üzemanyaggal, ezért a Föld forgását hívjuk segítségül. Honnan indítsuk az űrhajót?

- A) az Egyenlítőről    B) Debrecenből    C) Helsinkiből

A feladatban vázolt űrhajó milyen irányba kering a Föld körül?

- A) nyugatról keletre    B) keletről nyugatra

6.

Ha a Hold tömege a jelenleginek fele lenne, és a mostani pályán mozogna, változna-e keringési ideje?

- A) Igen, növekedne.    B) Igen, csökkenne.    C) Nem változna.

7.

A Föld felszíne felett 200 km magasságban körpályán kering egy műhold. A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , sugara 6370 km. Határozzuk meg a műhold sebességét és keringési idejét! A gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .

8.

Egy Föld körül keringő műhold legnagyobb és legkisebb távolsága a Föld középpontjától 21000 km, ill. 7000 km. Mekkora kellene ezeken a helyeken növelni, ill. csökkenteni a műhold sebességét, hogy körpályán folytassa az útját?

(A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .)

9.

A Jupiter Callisto nevű holdja  $1,887 \cdot 10^9 \text{ m}$  sugarú (közelítőleg) kör alakú pályán kering az anyabolygó körül. Keringési ideje 16 nap 16 óra 32 perc. Állapítsa meg a Jupiter tömegét ezekből a mérési adatokból!



10.

A Föld egyenlítője felett körpályára akarunk állítani egy műholdat úgy, hogy keringés közben a műhold Földfelszínhez képesti helyzete ne változzon.

- Milyen irányba keringjen a műhold (Nyugatról Keletre vagy fordítva)?
- Mekkora legyen a keringési ideje?
- Mekkora sugarú pályán kering?

(A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24}$  kg, a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

11.

A Föld körül körpályán keringő 200kg tömegű mesterséges égitest mozgási energiája  $5,5 \cdot 10^9$  J.

- Mekkora sebességgel mozog? (**7,42 km/h**)
- Mekkora a pálya sugara? (**7240 km**)

(A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24}$  kg, a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

12.

A két egyenként  $5,074 \cdot 10^{30}$  kg tömegű csillag egymástól mért távolsága 8 millió km. Távolságuk felezőpontja körül körpályán keringenek. A gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>. Mennyi a csillagok keringési ideje? (**2 nap**)

### Haladó szintű feladatok

13.

Melyek teljesülnek az alábbi mozgásokban a következő megállapítások közül:

- a sebesség nő – a sebesség csökken – a sebesség nagysága állandó
- a gyorsulás nő – a gyorsulás csökken – a gyorsulás nagysága állandó.

- Egy golyó vákuumban szabadon esik néhány métert.
- Egy műanyag golyó szabadon esik a 10. emeletről.
- Egy meteor zuhan a Föld felé néhány földszögnyi távolságból.
- Egy műhold a Föld körüli körpályán kering.
- Egy műhold a Föld körüli ellipszispályán kering, és most jutott túl pályájának a Földhöz legközelebbi pontján.

Válaszait indokolja!

### Körmozgás egy égitest gravitációs terében

14.

Tekintsük a Földet tökéletesen gömb alakúnak! Tételezzük fel, hogy az Északi sarkon venni akarjuk egy Föld körüli szinkron pályán keringő távközlési műhold adását. Határozzuk meg, hogy legalább milyen magasra kell telepíteni a parabola antennát! (A Föld sugara  $R=6370$  km, tömege  $M=5,97 \cdot 10^{24}$ kg, a gravitációs állandó  $\gamma=6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

15. "

Egy bolygó felszínéhez közel  $T=2$  óra periódusidővel körpályán kering egy űrhajó. Határozzuk meg a bolygó sűrűségét! (A gravitációs állandó  $\gamma=6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>)

### A Föld tengely körüli forgása

16.

Az Egyenlítő mentén épült vasútvonalon két mozdony halad ellenkező irányban. Mindkét mozdony tömege egyenlő:  $m=25000$  kg, és a sebességük is egyenlő nagyságú: 72 km/h.

- A Föld forgását figyelembe véve melyik mozdony nyomja kisebb erővel a síneket? (**a Kelet felé haladó**)
- Mennyi a két nyomóerő különbsége? (**150 N**)

A Föld sugara  $6,4 \cdot 10^3$  km.

17.

Határozzuk meg az átlagos sűrűségét annak a gömb alakú bolygónak, amely 6 óra alatt fordul meg a tengelye körül, és amelynek egyenlítőjén 10%-kal kisebbnek mérjük (rugós erőmérővel) valamely test súlyát, mint a pólusain! (**3030 kg/m<sup>3</sup>**)

A gravitációs állandó:  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg} \cdot \text{s}^2$ .

**Második kozmikus sebesség**

18.

Egy  $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  tömegű égitest középpontjától  $2r$  távolságra kezdősebesség nélkül „elejtünk” egy testet. Mekkora lesz a test sebessége az égitest középpontjától  $r = 7000 \text{ km}$  távolságra? ( $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ )

19.

Legalább mekkora sebességgel kell indítani egy űrszondát a Föld felszínéről, hogy kikerüljön a Föld gravitációs teréből? (A Föld sugara  $R=6370 \text{ km}$ , tömege  $M=5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , a gravitációs állandó  $\gamma=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .)

20.

A Hold tömege  $7,5 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ , sugara  $1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$ , a gravitációs állandó értéke  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .

a) Mekkora sebességgel kell kilőni egy testet a Holdon, hogy az a Hold körül, a Hold felszínének közelében körpályán keringjen? (**1,69 km/s**)

b) Legalább mekkora függőleges irányú sebességgel kell a testet fellőni a Holdon, hogy ne essék vissza? (**2,38 km/s**)

(Más égitestek hatását és a Hold mozgását ne vegyük figyelembe!)

**Ellipszis és hiperbolapályák gravitációs térben**

21.

Egy test olyan ellipszis pályán kering a Föld körül, amelyen földközelpontban fele olyan távol van a Föld középpontjától, mint földtávolban. Hányszor nagyobb földközelpontban a test sebessége, mint földtávolban.

- A) 4-szer      B) 2-szer      C)  $\sqrt{2}$ -ször

22.

A Föld körül ellipszis pályán keringő űrhajó legkisebb távolsága a Föld középpontjától  $6870 \text{ km}$ . Sebessége ekkor  $10 \text{ km/s}$ .

a) Mekkora az űrhajó legnagyobb távolsága a Föld középpontjától? ( **$42,6 \cdot 10^6 \text{ m}$** )

b) Mekkora az űrhajó legkisebb sebessége? ( **$1,6 \text{ km/s}$** )

A Föld tömege  $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .

**Versenyfeladatok**

23.

A Földbe egy mély kutat fúrunk. A kút alján nagyobb vagy kisebb a gravitációs gyorsulás, mint a Föld felszínén?

- A) Nagyobb.      B) Kisebb.      C) Egyenlők.

24.

Ha a Föld sűrűsége mindenhol  $\rho$  lenne, és lehetne belé egy olyan kutat fúrni, ami az Északi pólustól a Déli pólusig vezetne, akkor mekkora lenne a  $g$  gravitációs gyorsulás a kútban, a Föld középpontjától  $r$  távolságban? (A gravitációs állandó:  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$ )

- A)  $g = 4\pi\gamma\rho r / 3$       B)  $g = 4\pi\gamma\rho^2 / 3r$       C)  $g = 4\pi\gamma\rho r^2/3$

25.

Egy  $m_1$  és egy  $m_2=2m_1$  tömegű csillag körpályán kering az egymásra kölcsönösen kifejtett gravitációs vonzóerő hatására. A csillagok közötti távolság állandóan  $d$ . Határozd meg a csillagok keringési idejét!

$$(m_1=3 \cdot 10^{30} \text{ kg}, d=9 \cdot 10^9 \text{ m}, \text{ a gravitációs állandó } 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2)$$

26.

Egy  $R$  sugarú bolygó körül  $2R$  sugarú körpályán kering egy műhold. Keringési ideje 4 óra 10 perc 30 másodperc. Határozzuk meg a bolygó átlagsűrűségét!

(A gravitációs állandó  $f = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .)

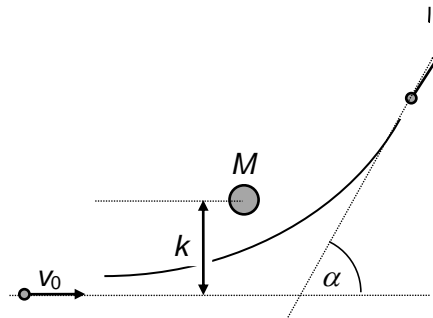
27.

Egy űrállomás  $r$  sugarú körpályán kering a Föld körül, keringési ideje 20 óra. Ha a Föld középpontjától ugyanezen  $r$  távolságra elejtenénk egy testet, akkor az mennyi idő alatt esne le a Földre. (A Föld sugara elhanyagolható  $r$ -hez képest, a légellenállás hatását is hanyagoljuk el.)

- A) 10 óra      B) 5 óra      C)  $10/\sqrt{2}$  óra

28.

A csillagászok megfigyelték, hogy egy  $M$  tömegű, nyugvó égitestet egy űrszonda közelített meg. Az égitesttől nagyon nagy távolságra a szonda sebessége  $v_0$ , és pályájának érintő egyenese  $k$  távolságra volt az égitest középpontjától. A megfigyelések szerint a szonda megközelítette az égitestet, majd újra eltávolodott tőle, a sebességvektora összességében  $\alpha = 60^\circ$ -kal fordult el. A szonda egy másik esetben



ugyancsak  $M$  tömegű égitestet közelít meg. A szonda és az égitest távoli helyzetében a  $v_0/2$  sebességgel mozgó szonda a  $-v_0/2$  sebességgel mozgó égitest felé közeledik. A párhuzamos pályaérintők most is  $k$  távolságra vannak egymástól. Feltehető, hogy az űrszonda mozgását kizárólag a vizsgált égitest gravitációs vonzása határozza meg.

- Az első megfigyelés adatainak felhasználásával állapítsuk meg, hogy a második esetben összességben mekkora szöggel fordul el a szonda sebességvektora!
- Hányszorosára növekszik a szonda mozgási energiája az égitesttel való kölcsönhatás eredményeként?

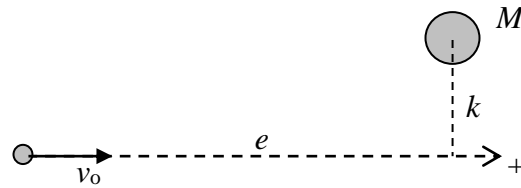
29.

Egy műhold körpályán kering egy bolygó körül, keringési ideje  $T_1 = 8$  h. Mivel át kíván állni egy  $T_2 = 27$  h keringési idejű körpályára, ezért pályamódosítást hajt végre. Első lépésben a rakéták rövid idejű bekapcsolásával megváltoztatja sebességének nagyságát, és egy átmeneti ellipszis pályán kering, majd elérve a megfelelő távolságot ismét bekapcsolja a hajtóművet és kizárólag a sebesség nagyságának változtatásával átáll a  $T_2$  keringési idejű körpályára.

- Mennyi időt vesz igénybe a pályamódosítás?
- Hány százalékkal változott a műhold sebességének nagysága a rakéták bekapcsolása miatt az első, ill. a második lépésben a bolygóhoz rögzített forgásmentes vonatkoztatási rendszerben?

30.

Egy  $K$  inerciarendszerben nyugvó,  $M$  tömegű égitest felé közeledik egy űrhajó. Amikor még az űrhajó olyan távol van az égitesttől, hogy a gravitációs vonzás elhanyagolható, akkor pályájának érintő egyenese  $k$  távolságra van a bolygó középpontjától, és az űrhajó sebessége olyan nagy, hogy ezzel a sebességgel



$\frac{k}{\sqrt{3}}$  sugarú körpályán keringhetne a bolygó körül. A következőkben az űrhajó mozgását

fogjuk vizsgálni. A vizsgálat során feltételezhetjük, hogy az űrhajó nem kapcsolja be a hajtóműveit, nem ütközik a bolygóba és mozgását a bolygó gravitációs terén kívül más égitest nem befolyásolja.

- Jelölje  $v_0$  az űrhajó sebességét a bolygótól nagy távolságra! Határozd meg  $v_0$ -t  $M$ -el és  $k$ -val kifejezve!
- Jelölje  $r_{\min}$  az űrhajó minimális távolságát a bolygó középpontjától! Határozd meg ezt a távolságot  $k$ -val kifejezve!
- Tudva azt, hogy az űrhajó hiperbola pályán mozog, határozd meg, hogy a bolygó mellett elhaladó, majd attól nagy távolságra eltávolodó űrhajó végsebessége mekkora szöveget zár be a kezdeti  $v_0$  sebességgel!
- Tekintsünk egy olyan  $K'$  vonatkoztatási rendszert, amely a  $K$  vonatkoztatási rendszerhez képest  $v_0/2$  nagyságú sebességgel egyenletesen eltolódik az  $e$  egyenessel párhuzamosan, annak pozitív irányában. A  $K'$  vonatkoztatási rendszerből nézve hányszorosára növekszik az űrhajó mozgási energiája, és mekkora szöggel fordul el sebessége a bolygó gravitációs vonzása miatt?

31.

A régiek úgy gondolták, hogy a Föld egy nagy, lapos korong. Képzeld el, hogy a Föld valóban nem  $R$  sugarú gömb, hanem igen nagy sugarú,  $H$  vastagságú lapos korong. Mekkora  $H$  vastagság esetén tapasztalnánk a korong felszínén (a szélektől messze), hogy a gravitációs gyorsulás ugyanakkora, mint amekkorának a gömb alakú Föld felszínén tapasztaljuk?

( $R = 6370$  km. A két „Föld”-modellben a sűrűségeket tekintjük állandónak és egymással egyenlőnek.)

32.

- Egy  $m$  tömegű műhold ellipszispályán kering egy  $M$  tömegű bolygó körül. Mutassuk meg, hogy a műhold mechanikai energiája (a mozgási és gravitációs potenciális energia összege) meghatározható az

$$E = -\frac{\gamma m M}{2a}$$

összefüggés alapján, ahol  $a$  a pályaellipszis félnagy tengelye,  $\gamma$  a gravitációs állandó.

- Egy űrhajó ellipszispályán kering egy bolygó körül. A pálya nagy tengelye kétszerese a kistengelynek. A keringés során, egy alkalmas pillanatban, az űrhajó a hajtómű rövid idejű működtetésével megváltoztatja sebességének irányát, miközben sebességének nagysága változatlan marad. A manőver eredményeképpen az űrhajó körpályán kering tovább. Határozzuk meg, hogy mekkora szöggel fordult el az űrhajó sebessége a manőverben? (A manőver során az űrhajó tömegének változása elhanyagolható.)

**33.**

Tekintsük egy tökéletesen gömb alakú,  $R$  sugarú,  $M$  tömegű bolygót, ami  $T$  periódusidővel forog a tengelye körül. A bolygó felszínét összefüggő, nem túlságosan mély (mélység  $\ll R$ ) óceán fedi. Becsüljük meg, hogy mennyivel mélyebb az óceán a bolygó egyenlítője mentén, mint a pólusoknál! (A bolygónak nincs holdja, és pálya-menti mozgása, valamint a központi csillag vonzó hatása a jelenség leírása szempontjából elhanyagolható. ( $M = 6 \cdot 10^{24}$  kg,  $R = 6370$  km,  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

## 7. Munka, energia

### Alapfeladatok

#### A munka fogalma

1.

A 2 tonna tömegű kocsi álló helyzetből indulva 50 méteres úton állandó gyorsulással mozog. A kocsi felgyorsításához szükséges munka 100 kJ.

- a) Mekkora a kocsira ható erők eredője? (**2 kN**)
- b) Mennyi ideig tartott a gyorsítás? (**10 s**)

2.

A 10 kg tömegű nyugvó terhet a hozzáerősített kötél segítségével 200 N nagyságú függőleges erővel emeljük.

- a) Mennyi ennek az erőnek a munkája, ha a terhet 10 m magasra emeli?
- b) Mennyi a gravitációs erő munkája ugyanekkor?
- c) Mekkora a teher sebessége az emelés végén

#### Mechanikai teljesítmény

3.

Hány joule energia az 1 kWh?

- A) 3 600 J
- B) 3 600 000 J
- C) 60 000 J

4.

Egy vasúti kocsi 45 km/h állandó sebességgel való vontatásához vízszintes pályán 12 kW állandó teljesítmény szükséges.

- a) Mekkora a vonóerő? (**960 N**)
- b) Mekkora a menetellenállási tényező, ha a kocsi tömege 1000 kg ? ( **$\mu = 0,0098$** )

5.

Vízszintes pályán 40 kg tömegű testet 3 m/s sebességgel, a pályával párhuzamos állandó erővel vontatunk.

- a) Mekkora erő szükséges a vontatáshoz? (**80 N**)
- b) Mekkora a vontatóerő teljesítménye? (**240 W**)

A súrlódási együttható 0,2.

6.

A 80 kg tömegű szánkót vízszintes, havas úton 50 W teljesítménnyel, 14,4 km/h sebességgel vontatjuk.

- a) Mekkora a vonóerő? (**12,5 N**)
- b) Mekkora a súrlódási tényező? (**0,016**)

#### Mechanikai energiatétel

7.

Vízszintes síkon fekvő 5 kg tömegű testet elhanyagolható súrlódás mellett 5 másodperc alatt gyorsítunk fel állandó gyorsulással 36 km/h sebességre.

- a) Mennyi munkát végzünk? (**250 J**)
- b) Mennyi az átlagos teljesítmény? (**50 W**)

8.

Mikor fogyaszt több benzint egy 1000 kg tömegű autó motorja, ha a gépkocsi álló helyzetből 54 km/h sebességre felgyorsul, vagy ha állandó sebességgel felmegy egy 12,5 méter magas dombra? (A közegellenállás hatását elhanyagolhatjuk.)

9.

Vízszintes talajon 3 kg tömegű test 5 m/s kezdősebességgel indul.

- a) Mekkora a test mozgási energiája induláskor? **(37,5 J)**  
 b) Mekkora út megtétele után áll meg a test, ha a súrlódási tényező 0,4? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ). **(3,1 m)**

10.

Vízszintes talajon csúszó 12 kg tömegű láda mozgási energiája a megfigyelés kezdetekor 408 J. A láda és a talaj között a súrlódási együttható 0,2. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- a) Mekkora út megtétele után áll meg a láda? **(17 m)**  
 b) Határozza meg a láda gyorsulását! **(-2 m/s<sup>2</sup>)**

### Mechanikai energia megmaradása

11.

Egy testet 5 m magasban elejtünk. Mekkora a test sebessége a becsapódást közvetlenül megelőző pillanatban?

12.

Függőlegesen fellőtt 1,6 kg tömegű lövedék mozgási energiája a talaj fölött 100 m magasságban  $2 \cdot 10^3 \text{ J}$ .

- a) Mennyit fog még emelkedni?  
 b) Mekkora sebességgel lőtték ki?  
 (A közegellenállás elhanyagolható.)

13.

A talaj fölött 3 m magasságból egy golyót dobunk függőlegesen felfelé 2 m/s nagyságú kezdősebességgel. A kezdeti mozgási energiájának hányszorosával ér a golyó a talajra?

14.

Egy 45 cm magas, 30°-os hajlásszögű lejtőről súrlódás nélkül csúszik le egy test;  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora sebességgel érkezik a test a lejtő aljához? **(3 m/s)**  
 b) Mennyi ideig csúszik a test lejtőn? **(0,6 s)**

15.

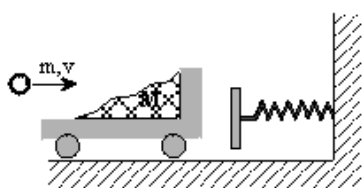
Egy 15°-os lejtésű, 50 m hosszú lejtőn súrlódás nélkül fut le egy 500 kg tömegű kocsi.  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora a sebesség a lejtő alján, ha álló helyzetből indult el a kocsi? **(16,1 m/s)**  
 b) Mekkora a lejtő alján a kocsi mozgási energiája? **(65 kJ)**

16.

Vízszintes talajon egy 200 N/m rugóállandójú, 0,1 méterrel összenyomott rugó egyik vége egy falhoz rögzített, a másik végénél pedig egy 0,5 kg tömegű kiskocsit tartunk. A kiskocsit elengedve a rugó egy bizonyos sebességre gyorsítja a kocsit. Mekkora lesz a test sebessége akkor, amikor a rugó összenyomódása már megszűnik? A kocsi mozgása során a súrlódás elhanyagolható.

17.



A 10 kg tömegű, 21 m/s sebességű golyó a nyugvó kiskocsin levő homokba fúródik. A golyó lefékezésé után a kocsi 2000 N/m rugóállandójú ütközőbaknak fut. A kocsi és a homok együttes tömege 200 kg.

- a) Mekkora sebességgel fut a kocsi az ütközőbaknak? **(1,05 m/s)**  
 b) Mekkora a rugó maximális összenyomódása? **(0,33 m)**

## Haladó szintű feladatok

### A munka fogalma

18.

Egy szállítószalag a vízszintessel  $30^\circ$ -os szöget zár be. A szalag alkotta lejtő hossza 12 m, a szalag állandó sebessége 0,8 m/s. A teher a szalagon nem csúszik meg. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- a) Mekkora a munkavégzés, ha a szalag 60 kg tömegű terhet szállít fel? **(3600 J)**  
 b) Mekkora a hasznos teljesítmény? **(240 W)**

19.

Legalább mennyi munkát kell, végezzünk, ha egy földön fekvő, 2 méter hosszú, 2 kg tömegű lánc végét 2 méter magasra akarjuk emelni?

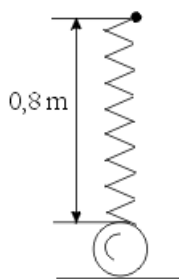
- A) 20 J                      B) 40 J                      C) 10 J

20.

Egy álló helyzetből induló autó egyenletesen gyorsul. Hogyan aránylanak egymáshoz a motor által az első-, a második-, és a harmadik másodpercben végzett munkák?

- A) 1:2: 3                      B) 1: 3: 5                      C) 1: 4: 9

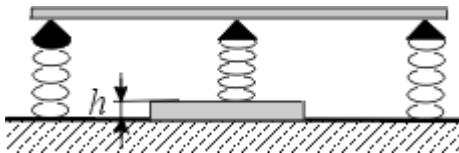
21.



Egy rugó nyújtatlan hossza 0,8 m,  $D=25 \text{ N/m}$ . A rugó alsó végére a földön fekvő 1,5 kg tömegű testet erősítettük. A rugó felső végét függőlegesen a test felett tartjuk, 0,8 m magasságban. Ezután lassan felemeljük a rugó felső végét 0,8 m-ről 1,7 m magasságba. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- a) Számítsuk ki az emelés során végzett munkát! **(9 J)**  
 b) Ábrázoljuk az emeléshez szükséges erőt a felső rugóvég elmozdulásának függvényében!  
 c) Ábrázoljuk a rugalmas energiát az elmozdulás függvényében!

22.



Egy 300 kg tömegű, állandó keresztmetszetű, homogén tömegeloszlású merev gerendát három csavarrugó támaszt alá, egy középen, kettő pedig a két végén. A középső rugó  $h=10 \text{ cm}$ -rel magasabban támaszkodik a vízszintes talajra, mint a szélsők.

- a) Mekkora erővel hatnak a rugók a gerendára? **(667 N, 1667 N)**  
 b) Legalább mekkora munkát kell végeznünk, hogy a gerendát végig vízszintesen tartva, függőlegesen felemeljük a rugókról? **(317 J)**

A rugók hossza feszítetlen állapotban egyenlő, rugóállandójuk  $10^4 \text{ N/m}$ ;  $g=10 \text{ ms}^2$ .

23.

Egy 200 N súlyú vödört 30 m mélyről kézzel kell felhúzni egy méterenként 5 N súlyú kötéllel. A felhúzott kötélrészt már nem kell tartani.

- a) Írjuk fel és ábrázoljuk a húzóerőt a vödör emelkedésének függvényében! **( $F = 350-5x$ )**  
 b) Ha a vödört egymást követően ketten húzzák, akkor milyen hosszú kötélfelhúzása után kell cserélniük ahhoz, hogy mindketten ugyanannyi munkát végezzenek? **(13 m)**

### Mechanikai teljesítmény

24.

Egy 20 kg tömegű ládát  $30^\circ$ -os lejtőn, 5,4 km/h állandó sebességgel, 0,2 kW teljesítménnyel 60 másodpercig húzunk felfelé. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- a) Mennyivel növekszik a láda helyzeti (magassági) energiája? **(9 kJ)**  
 b) Mekkora a súrlódási együttható? **(0,19)**



25.

Egy 5 m hosszú, 3 m magas lejtőn állandó sebességgel húzunk felfelé egy 20 kg tömegűládát a lejtő hosszával párhuzamos erővel. A láda és a lejtő közötti csúszási súrlódási tényező értéke 0,4.

a) Mennyi munkát végzünk, miközben a ládát a lejtő aljáról a tetejéig húzzuk? **(902,5 J)**

b) Ennek hány százaléka a láda helyzeti energiájának növekedése? **(65,2%)**

A nehézségi gyorsulás értéke:  $10 \text{ m/s}^2$ .

26.

Egy  $30^\circ$ -os hajlásszögű lejtőn 1000 kg tömegű gépkocsi halad felfelé  $10 \text{ m/s}$  nagyságú, állandó sebességgel. Mekkora teljesítményt ad le a motorja? (A közegellenállás elhanyagolható.)

- A) 100 kW      B) 50 kW      C) 25 kW

27.

Egy 1000 kg tömegű személygépkocsi mozgását  $108 \text{ km/h}$  sebességnél  $500 \text{ N}$  nagyságú közegellenállási erő fékezi.

a) Mekkora motorteljesítmény szükséges ahhoz, hogy a jármű vízszintes terepen  $108 \text{ km/h}$  sebességgel egyenletesen haladjon?

b) Mekkora a motor teljesítménye akkor, amikor a jármű  $10^\circ$ -os emelkedőn halad ugyanezen sebességgel?

28.

Sífelvonó üzemel egy  $37^\circ$  hajlásszögű lejtőn. A kötélen  $13,5 \text{ km/h}$  sebességgel mozog, és  $80$  személyt húz egyszerre. Egy személy átlagosan  $75 \text{ kg}$  tömegű. A súrlódási tényező a sítálapok és a hó között  $0,08$ .

a) Mekkora a motor teljesítménye, ha a súrlódástól eltekintünk? **(133 kW)**

b) Mekkora a motor teljesítménye, ha a súrlódást figyelembe vesszük? **(147 kW)**

### Mechanikai energiatétel

29.

Egy  $1 \text{ kg}$  tömegű, kezdetben álló testet  $12 \text{ N}$  nagyságú erővel emelni kezdünk. A test növekvő sebességgel mozog. Mekkora a test sebessége  $4 \text{ m}$  magasságban?

30.

Egy  $200 \text{ m}$  széles, átlagosan  $2 \text{ m}$  mély folyó vize  $1,5 \text{ m/s}$  sebességgel áramlik. A folyón egy olyan vízerőmű működik, amelynél a vízszintkülönbség  $30 \text{ m}$ .

a) Hány köbméter térfogatú víz érkezik másodpercenként az erőműhöz?

b) Mekkora az erőmű elektromos teljesítménye, ha az energiaátalakítás hatásfoka  $70\%$ ?

(Feltételezhetjük, hogy az erőműtől elfolyó víz sebessége is  $1,5 \text{ m/s}$ . A víz sűrűsége  $1000 \text{ kg/m}^3$ .)

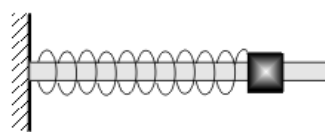
31.

Egy rugóra  $0,3 \text{ kg}$  tömegű testet akasztva a rugó hossza  $44 \text{ cm}$  lesz. Ha  $0,45 \text{ kg}$  tömegű testet akasztunk a rugóra, a hossza  $54 \text{ cm}$  lesz. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Mekkora a rugó terheletlen hossza, és a rugóállandó? **(0,24 m, 15 N/m)**

b) Hányszor nagyobb a rugóban tárolt rugalmas energia a második esetben, mint az elsőben? **(2,25-szor)**

32.

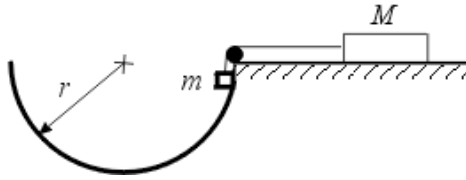


Vízszintes rúdra az ábra szerint felfűztünk egy súlytalan, húzó-nyomó rugót és egy  $0,2 \text{ kg}$  tömegű testet. A rugó egyik végét rögzítettük, másik végét a testhez erősítettük. A test a rúdon súrlódva csúszhat. A rugó  $0,3 \text{ N}$  erő hatására nyúlik meg vagy nyomódik össze  $1 \text{ cm}$ -rel. Kezdetben a rugó nyújtatlan, ezután elmozdítjuk a testet úgy, hogy a rugó  $5 \text{ cm}$ -rel nyomódjon össze. Itt a testet elengedjük. A kifelé csúszó test  $6 \text{ cm}$  út

megtétele után áll meg.

- a) Mekkora a súrlódási együttható?  
 b) Hol van test, amikor a leggyorsabban mozog?  
 A nehézségi gyorsulás értéke  $9,81 \text{ m/s}^2$ .

33.



A vízszintes lapon levő  $M=6 \text{ kg}$  tömegű ládához hosszú fonalat erősítünk, és a csigán átvett fonál végére  $m=1,5 \text{ kg}$  tömegű testet akasztunk. Az  $m$  tömegű test függőleges síkú,  $r=2 \text{ m}$  sugarú körpályán súrlódás nélkül mozog. A láda és az asztal között a súrlódási együttható  $\mu = 0,2$ ,  $g=10$

$\text{m/s}^2$ .

- a) Mekkora gyorsulással indul a láda? ( **$0,4 \text{ m/s}^2$** )  
 b) Mekkora a fonálerő az indulás pillanatában? ( **$14,4 \text{ N}$** )  
 c) Mekkora út megtétele után áll meg a láda? ( **$2,4 \text{ m}$** )

### Mechanikai energia megmaradása

34.

Egy  $1,4 \text{ m}$  mély gödör legalsó pontjában egy labda sebessége  $4 \text{ m/s}$  nagyságú. Kijuthat-e a labda a gödörből?

- A) Igen.      B) Nem.      C) Pontosan a gödör pereméig emelkedik.

35.

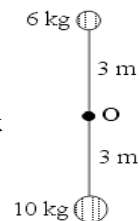
$1,5 \text{ m}$  magasságból függőlegesen lefelé dobunk egy labdát, amely  $5 \text{ m}$  magasra pattan vissza. A talajba ütközéskor a mechanikai energia  $15\%$ -a elvész.

- a) Mekkora sebességgel dobtuk el a labdát? ( **$9,36 \text{ m/s}$** )  
 b) Mekkora magasságban egyenlő először a labda helyzeti és mozgási energiája? ( **$2,5 \text{ m}$** )  
 A közegellenállás elhanyagolható,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

36.

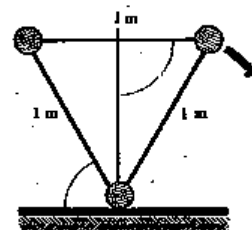
Az ábra szerinti szerkezet O tengely körül foroghat függőleges síkban.

- a) Mennyi munkavégzés árán lehet a szerkezetet  $180^\circ$ -kal elfordított helyzetébe átvinni?  
 b) Ha azután lebillen a szerkezet, akkor mekkora sebességgel mennek át a testek az eredeti függőleges helyzeten? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

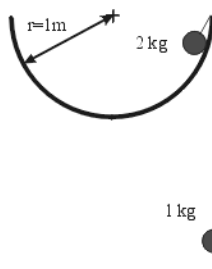


37.

Elhanyagolható méretű, egyenlő tömegű három golyót súlytalannak tekinthető,  $1 \text{ m}$  hosszú rudakkal összeerősítjük az ábra szerint. A rendszert egyik csúcsára állítjuk, és magára hagyjuk. A rendszer eredeti síkjában csúszásmentesen eldől. Mekkora a sebessége a golyóknak, amikor az egyik golyó földet ér?



38.



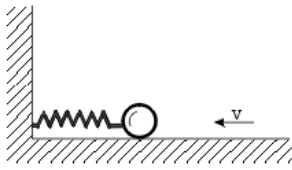
Egy 2 m átmérőjű, félgömb alakú csésze szélén fonalat vetünk át. A fonal kívül hosszan lelógó végéhez 1 kg tömegű, a belső oldalra átlógó végéhez 2 kg tömegű testet erősítünk. A súrlódás elhanyagolható.

a) Ha a 2 kg tömegű testet a csésze széléről engedjük el, akkor melyik az a legtávolabbi helyzet, ameddig eljut a csészében? (**60°**)

b) A 2 kg tömegű test a csésze belsejében hol van egyensúlyi helyzetben? (**32,53°**)

(A 2 kg tömegű test helyzetét egy alkalmasan választott szöggel jellemezzük. Eredményül ezen szög értékét adjuk meg!)

39.



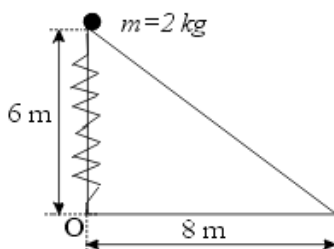
Vízszintes talajon nyugvó, 10 kg tömegű golyót 500 N/m rugóállandójú rugó köt össze a fallal. A golyónak egy 0,5 kg tömegű kisebb golyó ütközik 16 m/s sebességgel, és hozzátapad. Az ütközés centrális és tökéletesen rugalmatlan. A súrlódás elhanyagolható a golyó és a talaj között.

a) Mekkora lesz az ütközés után a rugó legnagyobb

összenyomódása? (**11 cm**)

b) A szélső helyzetből visszafelé jövet, 3 cm út megtétele után mekkora a golyók sebessége? (**0,52 m/s**)

40.

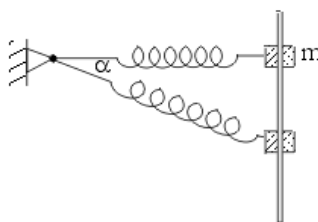


A lejtőn lévő 2 kg tömegű testet egy rugó köti össze az O ponttal. A rugó hossza terheletlen állapotban 4m, és 14 N erővel nyújtható meg 1m-rel. A súrlódástól eltekintünk,  $g=10 \text{ m/s}^2$ . A testet elengedjük felső helyzetéből.

a) Mekkora gyorsulással indul el? (**14,4 m/s<sup>2</sup>**)

b) Mennyi a test sebessége a lejtő közepén? (**9 m/s**)

41.

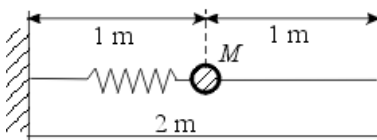


Az  $m=50 \text{ kg}$  tömegű test súrlódásmentesen mozoghat egy függőleges rúdon. A testet egy, terheletlen állapotban  $L_0=60 \text{ cm}$  hosszú rugó köti az ábra szerinti csuklóhoz. A rugó vízszintes helyzetében 1m hosszú.

a) Mekkora a rugóállandó, ha az egyensúlyi helyzetben  $\alpha=30^\circ$ ?

b) A testet felcsúsztatjuk a rúdon a rugó vízszintes helyzetébe, majd elengedjük. Mekkora sebességgel halad át a test a  $30^\circ$ -os helyzeten? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

42.



Egy  $M$  tömegű testhez 1 m hosszú fonalat és nyújtatlan állapotban 1 m hosszú rugót kapcsolunk. A rugó és a fonál szabad végét azonos szinten, egymástól 2 m távolságban rögzítjük, majd a testet a rugó nyújtatlan helyzetében elengedjük. A test legnagyobb süllyedési

mélysége 0,5 m. A rugóállandó 175 N/m. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Mekkora gyorsulással kezdi mozgását a rendszer? (**10 m/s<sup>2</sup>**)

b) Mekkora a test tömege? (**1 kg**)

c) Mekkora a test gyorsulása a legmélyebb pontban? (**25 m/s<sup>2</sup>**)

43.

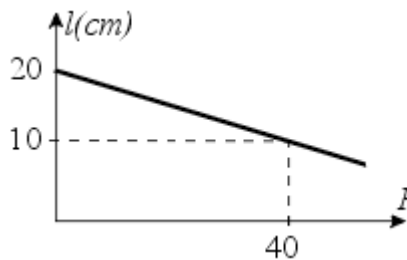
Elhanyagolható tömegű rugalmas lemez végéhez 5 kg tömegű testet erősítettünk, és a lemez másik végét vízszintesen egy asztalhoz rögzítettük. A test nyugalmi helyzetében a lemez vége 4 cm-rel süllyedt a vízszintes alá. Ezután a testet 4 cm-rel a vízszintes fölé emeljük.

A kitérés arányos az erővel,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

a) Mekkora munkát végeztünk? **(4 J)**

b) Mekkora lesz a legnagyobb lesüllyedés a vízszinteshez képest, ha a testet a felső helyzetéből elengedjük? **(12 cm)**

44.



Az ábra egy terheletlenül 20 cm hosszú rugó összenyomásához szükséges erő és a rugóhossz összefüggését mutatja. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Hány cm-rel kell a függőleges rugót összenyomni ahhoz, hogy a rugóra helyezett 0,2 kg tömegű golyó a rugó aljától számítva 0,4 m magasra jusson? **(5 cm)**

b) Mekkora sebességgel érkeznek a golyó 0,4 m magasságra, ha a rugó összenyomását megkétszerezük? **(3,74 m/s)**

## Versenyfeladatok

45.

Egy 5 m magasról a vízszintes talajra leejtett labda minden pattanáskor elveszti ütközés előtti mechanikai energiájának 19%-át.

a) Milyen magasra ugrik fel a labda a második pattanás után? **(3,28 m)**

b) Ábrázoljuk a labda sebességét az elengedésétől eltelt idő függvényében, egészen a harmadik visszapattanásig!

c) Mennyi ideig mozog a labda? **(19 s)**

A számítások egyszerűsítése érdekében a levegő ellenállása elhanyagolható; a labdát pontszerűnek, az ütközéseket pedig pillanatszerűnek tekinthetjük,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

46.

Egy vékony, elhanyagolható tömegű gumiszál egyik végét rögzítjük, a másik végére nehezéket erősítünk. Ha a szál függőlegesen lóg és a nehezék egyensúlyban van, akkor a szál az eredeti hosszához képest 5 %-kal nyúlik meg. Hány százalékos lesz a szál maximális megnyúlása, ha a nehezéket a felfüggesztési ponthoz emeljük és ott elejtjük? (A gumiszál erőtvénnye lineáris, az elejtett nehezék függőleges pályán mozog, a közegellenállás elhanyagolható.)

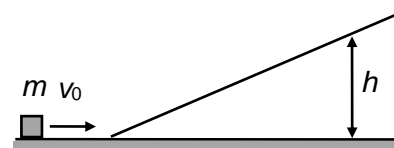


47.

Egy 1 kg tömegű test lecsúszik egy 1 m magas lejtő tetejéről és a vízszintes talajon a súrlódás hatására megáll. Ezután a testet visszahúzzuk a lejtő tetejére, a kiindulási pontra. Mekkora munkát végzünk a test visszahúzása során?

48.

Lejtőben folytatódó vízszintes talajon  $v_0$  kezdősebességgel meglökünk egy testet, ami  $h = 2 \text{ m}$  magasságig felcsúszik a lejtőn, majd lecsúszik, és az indítás helyén végleg megáll. Mekkora  $v_0$  kezdő sebességgel indítottuk a testet? (A vízszintes talaj rövid, törés- és súrlódásmentes szakaszon csatlakozik a lejtőhöz.)



## 8. Az ütközések energiaviszonyai, rugalmas ütközés

### Alapfeladatok

#### Szétlökődés

1.



Egy összenyomott rugó 1,8 kg és 2,4 kg tömegű testeket dob szét. Szétlökés után a testek mozgási energiája összesen 630 J. Mekkora az egyik és mekkora a másik test sebessége?

( 20 m/s, 15 m/s)

2.

Egy elhanyagolható tömegű rugó összenyomva 5 J energiát tárol. A rugó két végéhez 0,1 kg és 0,2 kg tömegű testeket helyezünk, majd az összekötő fonalat elégetjük. Mekkora sebességgel lökődnek el a testek?

3.

Két, kezdetben az asztalon nyugvó, 0,3 kg és 0,7 kg tömegű kiskocsit a közöttük összenyomott rugó úgy lök szét, hogy az egymáshoz viszonyított sebességük nagysága 5 m/s lesz.

- Határozzuk meg a kiskocsik asztalhoz viszonyított sebességeit!
- Hány centiméterrel volt összenyomva a kocsikat szétlökő rugó, ha rugóállandója  $10^4$  N/m?

(A kocsik egyszerre indulnak, és az asztalon súrlódásmentesen mozognak, a rugó tömege elhanyagolható.)

#### Rugalmatlan ütközés

4.

Egy 80 g tömegű, 20 m/s nagyságú sebességgel haladó ólomgolyó tökéletesen rugalmatlanul ütközik egy 40 m/s nagyságú sebességgel vele szemben haladó, 20 g tömegű ólomgolyóval. Mennyivel változik meg a hőmérsékletük, ha az ütközéskor jelentkező mechanikai energiavesztés 40%-a a golyók melegítésére fordítódik?

(Az ólom fajhője 125,4 J/kgK .)

5.

A 3,99 kg tömegű ólomgolyó 5 m hosszú fonálon függ. Egy 0,01 kg tömegű 400 m/s sebességgel vízszintesen repülő ólomlövedék pontosan középen találja el a golyót. A lövedék befúródik a golyóba.

- Mekkora szögvel lendül ki a fonál? ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>) **(8,1°)**
- Hány fokkal melegszik fel az ólom? Az ólom fajhője 130 J/kgK, a golyó és a lövedék hőmérséklete kezdetben egyenlő? **(1,53 K)**

6.

Egy 10 kg tömegű homokzsák 2 m hosszú fonálon függ. Egy 10 g tömegű puska golyó vízszintes irányból becsapódik a homokzsákba, és ennek hatására a fonál 10°-os szöggel kitér. Mekkora volt a golyó sebessége? (A golyó a becsapódás után a homokzsákban marad.)

7.

Javasolj néhány módszert arra, hogy hogyan mérhetnénk meg egy puska golyó sebességét!

#### Rugalmas ütközés

8.

Egy 0,2 kg tömegű 3 m/s sebességű rugós kiskocsi utolér egy 0,3 kg tömegű 1 m/s sebességű kiskocsit. A testek tökéletesen rugalmasan ütköznek. Határozzuk meg a testek ütközés utáni sebességeit!

9.

Egy 0,2 kg tömegű 3 m/s sebességű rugós kiskocsi szemből ütközik egy 0,3 kg tömegű 1 m/s sebességű kiskocsival. A testek tökéletesen rugalmasan ütköznek. Határozzuk meg a testek ütközés utáni sebességeit!

### Haladó szintű feladatok

#### Szétlökődés

10.

Egy nyugvó atommag két részre bomlik, és a részek szétrepülnek. Az egyik rész tömege fele a másikénak.

a) Melyik résznek nagyobb a mozgási energiája?

A) a kisebb tömegűnek      B) a nagyobb tömegűnek      C) egyenlők

b) Hogyan aránylik a két rész mozgási energiája egymáshoz?

A) 1:1      B) 1:2      C) 1:  $\sqrt{2}$

11.

Két, egymással összekapcsolt 0,3 kg, ill. 0,4 kg tömegű kocsi 4 m/s nagyságú sebességgel halad úgy, hogy a kisebb tömegű halad elől. A kocsikat egymáshoz kapcsoló, összenyomott rugó egy pillanatban szét pattan és az egyik kocsiról lekapcsolódik, miközben a kocsikon összesen 4,2 J munkát végez. Mekkora ezután a két kocsi sebessége?

#### Rugalmatlan ütközés

12.

Egy álló testtel egy vele azonos tömegű mozgó test tökéletesen rugalmatlanul ütközik. Hány %-kal csökken a teljes mozgási energia?

a) 50 %-kal      b) 75 %-kal      c) 25 %-kal

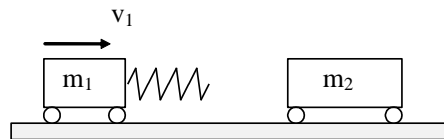
13.

Két test szemből, egyenlő nagyságú sebességgel tökéletesen rugalmatlanul ütközik. Az ütközés után a testek összegzett mozgási energiája 75 %-kal kevesebb, mint amennyi az ütközés előtt volt. Határozzuk meg az ütköző testek tömegeinek az arányát!

14.

Vízszintes asztalon álló,  $m_2 = 3$  kg tömegű kiskocsinak egy ütközővel felszerelt,  $m_1 = 2$  kg tömegű,  $v_1 = 1$  m/s sebességű kiskocsi ütközik. Az ütközés során a rugó először összenyomódik, majd szétlöki a testeket. Az energiavesztés és a súrlódás elhanyagolható.

Határozzuk meg az ütközés folyamatában a rugóban tárolt energia legnagyobb értékét!



15.

Egy  $m_1$  és egy  $m_2$  tömegű kiskocsi egymással szembe fut  $v_1$ , illetve  $v_2$  nagyságú sebességgel. Az egyik kocsi elejére egy rugó van szerelve, ami ütközéskor benyomódik, majd újra szétlöki a kocsikat. Mekkora a rugóban felhalmozott energia legnagyobb értéke az ütközés során? ( $m_1 = 1$  kg,  $m_2 = 2$  kg,  $v_1 = 4$  m/s,  $v_2 = 1$  m/s.)

16.

Egy 4 kg tömegű testet utolér egy 25 m/s sebességű és 6 kg tömegű test, és vele rugalmatlanul ütközik. A mozgási energia vesztesége 187,5 J volt. Mekkora volt az első test sebessége?

**Rugalmas ütközés**

17.

A neutronfizikában gyakran megoldandó feladat, hogy a hasadásban keletkező gyors neutronokat le kell lassítani. Ezt általában úgy oldják meg, hogy a gyors neutronokat valamilyen közegbe (lassító közeg) engedik. A neutronok rugalmasan ütköznek a közeget alkotó anyag atommagjaival és az ütközésekben energiát veszítve lelassulnak. Milyen anyagot alkalmaznál lassító közegként, ha az a cél, hogy a neutronok minél kevesebb ütközésben lelassuljanak?

- A) Vízet.    B) Ólmot    C) Vasat.

18.

Az  $m$  és  $3m$  tömegű testek légpárnás sínen egymással szembe haladva, egyformán  $v$  nagyságú sebességgel mozogva, tökéletesen rugalmasan ütköznek. Határozzuk meg a testek ütközés utáni sebességeit, ha  $v = 1$  m/s.

19.

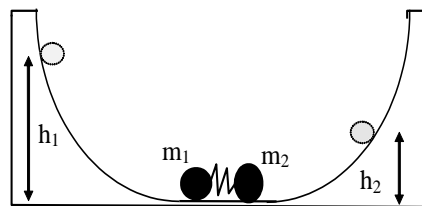
Vízszintes, légpárnás sínen azonos nagyságú sebességgel közeledik egymás felé két kiskocsi. Tökéletesen rugalmas ütközésük után a nagyobb tömegű kiskocsi állva marad.

- a) Hányszor nagyobb az állva maradt kiskocsi tömege a másikénál?  
 b) Hányszorosára nőtt a kisebb tömegű kiskocsi mozgási energiája?

**Versenyfeladatok**

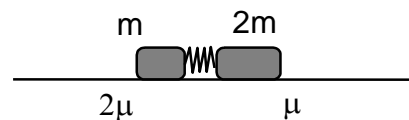
20.

Az ábrán látható "völgy" alján egy összenyomott, elhanyagolható tömegű rugó szétlök két, kezdetben álló testet. Az  $m_1$  tömegű test kétszer olyan magasra fut fel a lejtőn, mint az  $m_2$  tömegű. Határozd meg a testek tömegeinek arányát! (A súrlódás elhanyagolható.)



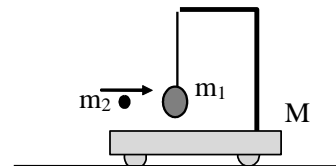
21.

A kezdetben nyugvó  $m$  és  $2m$  tömegű testeket szétlök a közöttük feszülő - egyik testhez sem rögzített, elhanyagolható méretű és tömegű- rugó. A testek vízszintes felületen a súrlódási erő hatására lassulva mozognak. A csúszási súrlódási tényező a  $2m$  tömeg esetén  $\mu$ , az  $m$  tömegű test esetén  $2\mu$ . Egy pillanatban az  $m$  tömeg a szétlökés helyétől  $s=50$  cm távolságra van és  $v=40$  cm/s sebességgel mozog. Határozd meg ugyanebben a pillanatban a  $2m$  tömeg sebességét és a szétlökés helyétől mért távolságát!



22.

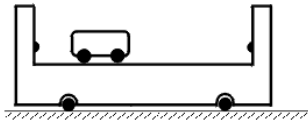
Egy álló, könnyen gördülő,  $M = 3$  kg tömegű kiskocsi állványán  $m_1 = 0,99$  kg tömegű homokzsák függ. A homokzsákba  $m_2 = 0,01$  kg tömegű,  $400$  m/s sebességű lövedéket lövünk. A lövedék beleragad a zsákba.



- a) Mekkora sebességgel indul meg a homokzsák a lövedék becsapódása után?  
 b) Mekkora lesz a kocsi sebessége akkor, amikor az inga maximálisan kitér?  
 (Az inga maximális szögkitérése kisebb  $90^\circ$ -nál.)

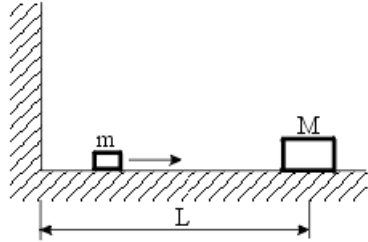
23.

Az ábrán látható alsó kocsi két végén rugalmas ütközést biztosító ütközők vannak, mindkét kocsi súrlódásmentesen mozoghat. A kocsik össztömege  $2$  kg, a felső kocsi hossza  $10$  cm. Ha az alsó kocsit hirtelen lökésrel  $20$  cm/s sebességgel mozgásba hozzuk, rövid idő múlva



azt tapasztaljuk, hogy a szabadon mozgó alsó kocsi sebessége előbb 12 cm/s-ra csökken, majd 2 s múlva megnövekszik.  
 a) Mekkora a felső kocsi tömege? (0,4 kg)  
 b) Mekkora a két ütköző közti távolság? (0,5 m)

24.



Vízszintes talajon M tömegű test nyugszik a függőleges faltól L távolságra. Egy másik, m tömegű test a falra merőleges sebességgel közeledik az előző testhez, majd rugalmasan ütközik vele. Ezt követően az m tömegű test a fal felé mozog, és arról rugalmasan visszapattan. A testek kiterjedése L-hez képest elhanyagolható, a talajon súrlódás nélkül csúsznak.

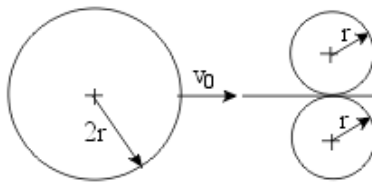
a) Legalább mekkora legyen M/m értéke, hogy másodszor is összeütközzenek a testek? (3)  
 b) Ha  $M=0,8$  kg,  $m=0,2$  kg és  $L=3$  m, akkor a faltól mekkora távolságban következik be ez a második ütközés? (15 m)

25.

Eredetileg nyugvó golyó tökéletesen rugalmasan, de nem centrálisan ütközik a vele azonos tömegű, 2 m/s nagyságú sebességgel haladó golyóval, aminek következtében a mozgó golyó sebességének iránya  $60^\circ$ -kal megváltozik.

a/ Milyen irányú lesz az eredetileg nyugvó golyó sebessége?  
 b/ Mekkora nagyságú lesz ütközés után a golyók sebessége?

26.



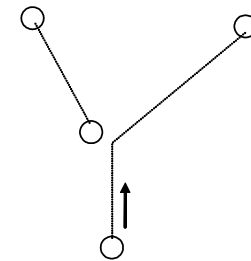
Vízszintes, sima asztalon két, r sugarú, egymást érintő korong nyugszik. (Az ábra ezt felülnézetből mutatja.) A  $2r$  sugarú harmadik korong a két kis korong közös érintője mentén  $v_0=13$  m/s sebességgel halad, majd mindkét koronggal ütközik. Tekintsük az ütközést tökéletesen rugalmasnak! Mindhárom korong vastagsága és anyaga azonos.

a) Mekkora a korongok sebessége az ütközés után? (5 m/s; 16,9 m/s)  
 b) A nagy korong mozgási energiájának hány százalékát adja át a két kis korongnak? (85 %) (A súrlódás elhanyagolható, a korongok csak haladó mozgást végeznek.)

27.

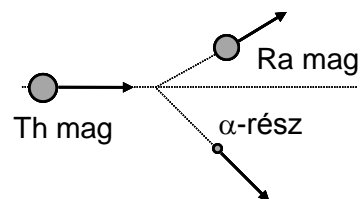
Vízszintes asztalon nyugvó pénzérmének egy másik, az elsővel mindenben megegyező pénzérme ütközik. A szétpattanó érmék az ütközés helyétől 20 cm, illetve 30 cm távolságban állnak meg. Az ütközés helyétől számítva legalább mekkora távolságot tett volna meg a mozgó érme, ha nincs ott másik érme, és így az ütközés nem jön létre?

(Az érmék sem az ütközés előtt, sem az ütközést követően nem forognak, az asztal felülete mindenhol egyformán érdes.)



28.

A tórium egyik izotópjának atommagjából az  $\alpha$ -bomlásnak nevezett folyamatban egy  $\alpha$ -részecske lökődik ki, a maradék mag pedig egy rádium atommag lesz. A bomlás során  $\Delta E = 6,5 \cdot 10^{-13}$  J magenergia szabadul fel, ami a szétlökődő  $\alpha$ -részecske és rádium mag mozgási energiája formájában jelenik meg. (Az  $\alpha$ -részecske tömege  $m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27}$  kg, a rádium mag tömege 57-szerese az  $\alpha$ -részecske tömegének. A vizsgált jelenséget a magok körüli





elektronok semmilyen módon nem befolyásolják.)

- a) Mekkora lesz a szétlöködő részecskék sebessége abban a vonatkoztatási rendszerben, amelyben a tórium mag nyugalomban volt?
- b) Vizsgáljuk a bomlást olyan vonatkoztatási rendszerből, amelyben a tórium mag a bomlás előtt  $v_0 = 4,86 \cdot 10^5$  m/s sebességgel halad. Legfeljebb mekkora szöget zárhat be a bomlásban keletkező rádium mag sebessége a tórium haladási irányával?

## 9. Forgómozgás

### Alapfeladatok

#### Kinematika

1.

Egy motor 3600 1/min fordulatszámmal forog.

- Határozzuk meg a periódusidőt és a szögsebességet!
- Mekkora a 2 cm sugáron forgó pont sebessége?

2.

Határozzuk meg a Föld tengely körüli forgásának szögsebességét! Mekkora az egyenlítői pont, illetve a 60. szélességi körön fevő pont sebessége?

3.

Egy tengely körül forgó test nyugalomból 2 s alatt egyenletesen gyorsul fel 40 1/s szögsebességre.

- Mekkora a szöggyorsulás?
- Mekkora a szögelfordulás?
- Hány fordulatot tesz meg a test?

4.

Egy tengely körül forgó test nyugalomból 2 s alatt egyenletesen gyorsulva 20 rad szöggel fordul el.

- Mekkora a szöggyorsulás?
- Mekkora az elért szögsebesség?

5.

Egy 20 1/s kezdeti szögsebességgel forgó test egyenletesen lassulva 40 s alatt áll meg.

- Mekkora a szöglassulás?
- Mekkora a szögelfordulása?
- Hány fordulatot tesz meg a test?

6.

Egy 30 1/s kezdeti szögsebességgel forgó test egyenletesen lassulva 60 fordulat megtétele után áll meg.

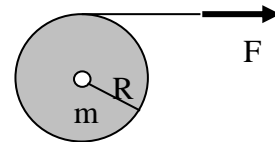
- Mennyi idő alatt áll meg a test?
- Mekkora a szöglassulás?

#### Forgómozgás alátörvénye

7.

Egy  $m = 2$  kg tömegű,  $R = 0,1$  m sugarú henger vízszintes tengely körül foroghat. A tengelyre csévélte fonál végét  $F = 4$  N erővel

húzzuk. (A tömör henger tehetetlenségi nyomatéka  $\Theta = \frac{1}{2} mR^2$ .)



- Határozd meg a henger szöggyorsulását!
- Mekkora szögsebességre gyorsul fel a kezdetben álló henger  $t = 4$  s alatt, és mekkora a szögelfordulás?
- Határozd meg a henger forgási energiáját a  $t = 4$  s időpillanatban!

8.

Orvosbiológiai kísérletben egy függőleges tengely körül forgó kamra falához simulva áll a kísérleti személy, akinek centripetális gyorsulása 10g, távolsága a forgó kamra tengelyétől 2 méter.

- Mekkora a kamra szögsebessége? (7 1/s)

- b) Mekkora volt a kamra állandó szöggyorsulása, ha a fenti szögsebességet nyugalomból indulva 70 másodperc alatt érte el? **(0,1 1/s<sup>2</sup>)**  
 c) Mekkora az ehhez szükséges forgatónyomaték, ha a kamra és a kísérleti személy együttes tehetetlenségi nyomatéka 1500 kgm<sup>2</sup>? (g=10 m/s<sup>2</sup>) **(150 Nm)**

9.

Forgó hengert a palástjához szorított féktuskóval fékezünk le. A henger tehetetlenségi nyomatéka 50 kgm<sup>2</sup>, kezdeti szögsebessége 12,5 1/s. A szögsebesség egyenletesen, 180 s alatt zérusra csökken. Mekkora erővel kell a féktuskót a hengerhez nyomni, ha a súrlódási együttható 0,2?

### Forgási energia

10.

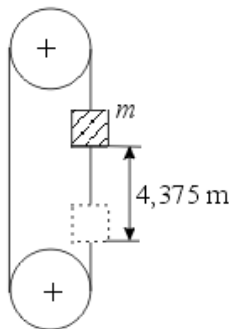
Egy lemezjátszó berendezés mekkora munkavégzés árán hoz 33 1/perc fordulatszámú mozgásba egy 30 cm átmérőjű, 0,15 kg tömegű hanglemezt? **(0,0101 J)**

11.

A 8000 kg/m<sup>3</sup> sűrűségű anyagból készült, 0,2 m sugarú és 5 cm vastagságú korong rögzített tengely körül forog. A korong forgási energiáját 12 s alatt 2500 J-ról 4000 J-ra növeljük, a fordulatszám egyenletes emelésével.

- a) Mekkora a fordulatszám megváltozása?  
 b) Mekkora a korong szöggyorsulása?

12.

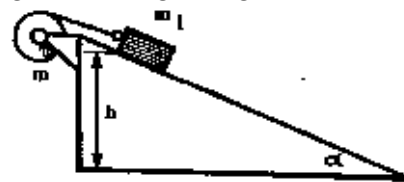


Az ábrán látható tömör hengerek sugara 0,4 m, tömegük egyenként 50 kg, a heveder a hengereken nem csúszik meg.

- a) Mekkora lesz a hevederre akasztott m=14 kg tömegű test sebessége 4,375 m út megtétele után? (g=10 m/s<sup>2</sup>) **(4,375 m/s)**  
 b) Mennyi idő alatt éri el ezt a sebességet? **(2 s)**

13.

Az ábra szerint  $\alpha = 21,8^\circ$ -os lejtőn  $h = 0,8$  m magasságból  $m_1 = 1$  kg tömegű test csúszhat le. A testhez a lejtő tetején megerősített, vízszintes tengely körül forgatható korong kerületére csavart fonál végét kötjük. A korong tömege  $m = 0,5$  kg, sugara  $R = 5$  cm.



- a) Mekkora sebességgel ér a lejtő aljára a test, ha a súrlódás elhanyagolható?  
 b) Mekkora a korong szöggyorsulása?

### Haladó szintű feladatok

#### Forgómozgás alátörvénye

14.

Egy 2 kg tömegű, 20 cm sugarú tömör henger 120 1/s szögsebességgel forog a a tengelye körül. ( $\Theta = m \cdot r^2 / 2$ ).

- a) Legalább mekkora, a paláston ható, állandó erővel tudjuk a hengert 2 s alatt megállítani? **(12 N)**  
 b) Mekkora a henger egy, a palástján lévő pontjának gyorsulása a henger megállítása előtt

0,1 másodperccel? (**14 m/s<sup>2</sup>**)

c) Mekkora munkavégzés szükséges a henger megállításához? (**288 J**)

15.

Egy 0,25 m sugarú, 0,1 m vastagságú, 4000 kg/m<sup>3</sup> sűrűségű anyagból készült, 10 1/s fordulatszámmal forgó korongot a korong palástja mentén ható állandó 20 N nagyságú erővel akarunk lefékezni.

a) Mekkora mozgási energiaváltozást okoz az erő 15 s alatt?

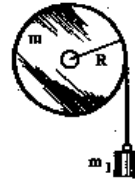
b) Adjuk meg a korong mozgási energiáját az idő függvényében!

16.

A rajz szerint vízszintes tengely körül forgatható  $m$  tömegű,  $R$  sugarú korong kerületére csavart fonál végére  $m_1$  tömegű testet függesztünk. Mekkora a korong szöggyorsulása, és mekkora erő feszíti a fonalat, ha

a)  $m_1 = m/2$ ;

b)  $m_1 = m$  ?



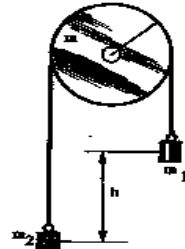
17.

Az ábra szerint vízszintes tengely körül forgatható korong kerületén átvett fonál egyik végére  $m_1$ , másik végére  $m_2$  tömegű testet függesztünk.

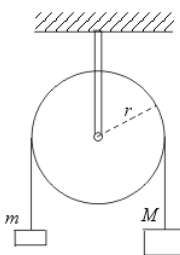
a) Mekkora szöggyorsulással forog a korong, ha a korong tömege  $m$ ,

$m_1 = m$  és  $m_2 = m/2$ ?

b) Mekkora erő terheli a korong tengelyét, ha  $m = 2$  kg?



18.

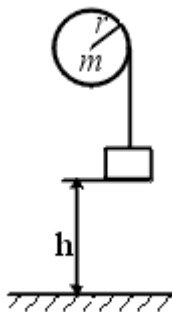


Egy 0,5 m sugarú, 26 kg tömegű tömör hengeren átvett fonál végein két test lóg, amelyek együttes tömege 12 kg. A testeket elengedve a henger 3,2 1/s<sup>2</sup> szöggyorsulással indul. A kötélt a hengereken nem csúszik meg,  $g=10$  m/s<sup>2</sup>, a tömör henger tehetetlenségi nyomatéka  $\Theta = m \cdot r^2 / 2$ .

a) Mekkora két test tömege külön-külön? (**8 kg, 4 kg**)

b) Az indulástól számított 3 másodperc múlva mennyi az összes mozgási energia? (**288 J**)

19.



Az  $r=0,2$  m sugarú, vízszintes tengely körül forgó  $m=3$  kg tömegű

korong tengelyénél a forgást fékezi  $M=0,1$  Nm nagyságú

forgatónyomaték. A korong palástjára tekert hosszú fonál végén függő

test  $v=0,5$  m/s sebességgel a talajig egyenletesen süllyed.  $g=10$  m/s<sup>2</sup>,

$\Theta = m \cdot r^2 / 2$ .

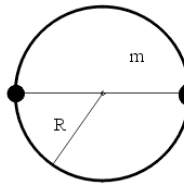
a) Mekkora a fonál végén függő test tömege? (**50 gramm**)

b) Ábrázoljuk a korong szögsebességét attól a pillanattól kezdve, amikor a fonálon függő test a talaj felett  $h=2$  m magasan van, egészen a korong megállásáig!

## Forgási energia

20.

Egy  $R=10$  cm sugarú,  $m=0,06$  kg tömegű korong a középpontján és a korong síkjára merőleges vízszintes tengely körül súrlódásmentesen foroghat. A korong kerületére, két átellenes pontban egy-egy pontszerű testet erősítettünk, amelynek tömege 0,02 kg, illetve 0,03 kg. Az ábra szerinti helyzetben a rendszert magára hagyjuk.



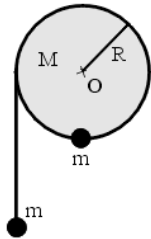
Számítsuk ki

- a) a korong szöggyorsulását az elindulás pillanatában! (**12,5 1/s<sup>2</sup>**)  
 b) a pontszerű testeknek a mozgás során elért legnagyobb sebességét! (**0,5 m/s**)

A súrlódás elhanyagolhatóan kicsi; a korong tehetetlenségi nyomatéka

$m \times R^2/2$ ; a nehézségi gyorsulás értéke  $10 \text{ m/s}^2$ .

21.



Az ábrán látható  $R=10 \text{ cm}$  sugarú,  $M=4 \text{ kg}$  tömegű, homogén, tömör korong súrlódásmentesen foroghat az  $O$  középpontján átmenő, vízszintes tengelye körül. A korong peremére vékony, elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan zsinetet csévélünk. A zsineg szabad végére egy  $m=0,5 \text{ kg}$  tömegű nehezéket kötünk, a korong aljára pedig egy szintén  $0,5 \text{ kg}$  tömegű kis testet erősítünk. A rendszert magára hagyjuk.

- a) Mekkora gyorsulással indul meg a nehezék? (**1,64 m/s<sup>2</sup>**)  
 b) Mekkora a korong szögsebessége egy félfordulat után? (**6,1 1/s**)

$\Theta_{\text{korong}}=(m \cdot r^2)/2$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

### Perdületmegmaradás

22.

Egy rézhenger  $20 \text{ 1/s}$  szögsebességgel forog a szimmetriatengelye körül. A fékező hatások elhanyagolhatóak.

- a) Mekkora lesz a szögsebessége, ha  $200 \text{ C}$  fokkal felmelegítik?  
 b) Növekszik vagy csökken a henger forgási energiája?

23.

$0,5 \text{ m}$  sugarú,  $2 \text{ kg}$  tömegű vízszintes síkú korong a középpontján átmenő függőleges tengely körül foroghat. A kezdetben álló korong szélén egy összenyomott rugó  $0,2 \text{ kg}$  tömegű testet lök meg a koronghoz képest érintőirányú,  $4,2 \text{ m/s}$  nagyságú sebességgel.

- a) Mekkora a test pályaperdülete a korong középpontján áthaladó, függőleges tengelyre vonatkoztatva?  
 b) Mekkora szögsebességgel és merrefelé kezd forogni a korong?

### Síkmozgás

24.

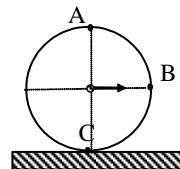
Egy gépkocsi  $90 \text{ km/h}$  sebességgel halad, kerekeinek átmérője  $60 \text{ cm}$ .

- a) Mekkora szögsebességgel forog a kerék? (**83,3 1/s**)  
 b) Az úttesthez képest mekkora pillanatnyi sebességgel mozog a kerék legfelső pontja? (**50 m/s**)

25.

Egy autó  $10 \text{ m/s}$  állandó nagyságú sebességgel halad, és az ábrán látható,  $0,25 \text{ m}$  sugarú kereke tisztán gördül. Mekkora sebességgel mozog a kerék A pontja a talajhoz képest?

- A)  $10 \text{ m/s}$       B)  $20 \text{ m/s}$       C)  $15 \text{ m/s}$ .



26.

Mekkora sebességgel mozog az előző kérdésben vizsgált autó kerekének B pontja a talajhoz képest?

- A)  $10 \text{ m/s}$       B)  $10\sqrt{2} \text{ m/s}$       C)  $10 / \sqrt{2} \text{ m/s}$ .

27.

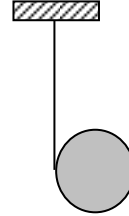
Mekkora gyorsulással mozog az előző kérdésben vizsgált autó kerekének C pontja a talajhoz képest?

- A)  $400 \text{ m/s}^2$       B)  $0 \text{ m/s}^2$       C)  $100 \text{ m/s}^2$

28.

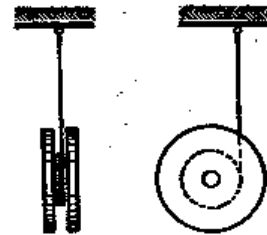
Egy  $m = 0,1 \text{ kg}$  tömegű,  $R = 5 \text{ cm}$  sugarú tömör henger peremére fonalat csévelünk. A fonál másik végét a mennyezethez rögzítjük, majd a hengert elengedjük. ("jojó")

- a) Határozzuk meg a henger középpontjának gyorsulását és a henger gyorsulását!  
 b) Mekkora erő feszíti a henger mozgása közben a fonalat?  
 ( $\Theta = m \cdot R^2/2$ )



29.

Az ábra szerint orsóra csavart fonál végét felfüggesztjük. Az orsó a fonalon lecsavarodik. Az orsó hengeres testének sugara  $r$ , tömege a tárcsák tömegéhez képest elhanyagolható. A két tárcsa sugara  $R$ , együttes tömegük  $m$ . Írjuk le az orsó mozgását és határozzuk meg a fonalat feszítő erőt! Legyen  $R=2r$ .



30.

Ha egy lejtő és egy henger között elegendően nagy a tapadási súrlódási együttható, akkor a lejtőre helyezett henger tisztán gördül. A mozgás során állandó-e a henger mechanikai energiája?

- A) Nem, csökken.      B) Igen, állandó.      C) Nem, növekszik.

31.

Tekintsünk egy  $m$  tömegű,  $R$  sugarú vékony falú gyűrűt és egy tömör hengert. Álló helyzetből indulva gurítani kezdjük őket, míg középpontjaik sebessége  $v$  nem lesz. Melyik test mozgásba hozásakor végeztünk több munkát? (A testek végig tisztán gördülnek.)

- A) A tömör henger esetén.      B) A gyűrű esetén.      C) A munkák egyenlők.

32.

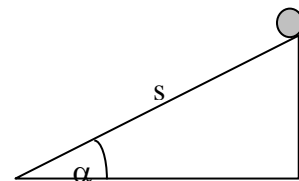
Egy tömör henger tisztán gördül. Haladó mozgásához tartozó mozgási energiája hányszorosa a forgómozgásához tartozó forgási energiának? ( $\Theta = 0,5 m \cdot R^2$ )

- A) 4-szerese      B) 2-szerese      C) 1-szerese

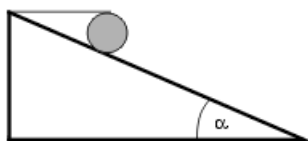
33.

Az  $s = 10 \text{ m}$  hosszú,  $\alpha = 30^\circ$  hajlásszögű lejtő tetejéről elengedünk egy tömör hengert, ami a lejtőn tisztán gördülve mozog.

- a) Határozzuk meg a henger középpontjának sebességét a lejtő alján!  
 b) Mennyi idő alatt ér a henger a lejtő aljára?  
 ( $\Theta = m \cdot R^2/2$ )



34.



A  $0,4 \text{ kg}$  tömegű és  $5 \text{ cm}$  sugarú homogén korongot a síkjába eső vízszintes fonállal rögzítjük az  $\alpha = 36^\circ$ -os lejtőn. A fonál a korong tetejéhez kapcsolódik, a korong a lejtőn nem csúszik meg.

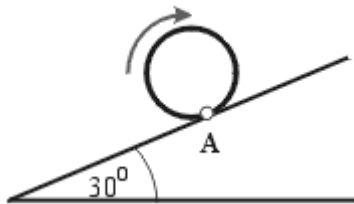
- a) Mekkora a fonálerő? (**1,3 N**)  
 b) A fonál elvágása után mennyi idő alatt tesz meg a korong  $5 \text{ m}$

utat? (1,6 s)

c) Mekkora a korong tömegközéppontra vonatkoztatott perdülete az 5 m út befutása után?  
( $6,25 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ )

A korong tehetetlenségi nyomatéka a szimmetriatengelyre  $\Theta = m \cdot r^2/2$ .

35.

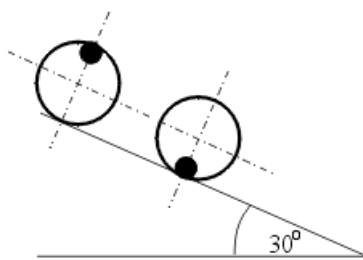


Megindított és magára hagyott 1 méter átmérőjű függőleges síkú vékony gyűrű gördül felfelé a  $30^\circ$ -os lejtőn (csúszás nélkül). Amikor a gyűrű az A-ban van, akkor a fordulatszám  $2 \text{ s}^{-1}$ .

a) Mekkora utat tesz meg a gyűrű a lejtőn felfelé A-ból mérve? (8 m)

b) Mennyi ideig tart a mozgás? (2,55 s)

36.



A  $30^\circ$ -os hajlásszögű lejtőn 0,6 m sugarú, 4 kg tömegű abroncs áll. A lejtővel való érintkezési ponttal átellenben az abroncsra egy 4 kg tömegű testet erősítettünk. Az abroncsot elengedjük, és az csúszás nélkül legördül.  $g = 10 \text{ m/s}^2$

a) Mekkora a helyzeti energia csökkenése fél fordulat alatt? (116,8 J)

b) Mennyi ekkor az abroncsra erősített testnek és az abroncs középpontjának a sebessége?

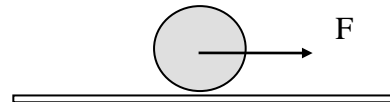
(0,54 m/s)

### Versenyfeladatok

37.

Az ábrának megfelelő elrendezésben a kezdetben álló,  $m$  tömegű,  $R$  sugarú tömör hengert a tengelyre kötött fonál segítségével,  $F$  erővel húznak. ( $m = 1 \text{ kg}$ ,  $R = 0,1 \text{ m}$ ,  $F = 6 \text{ N}$ )

a) Mekkora legyen a tapadási súrlódási tényező a test és a talaj között, ha azt akarjuk, hogy a henger tisztán gördüljön, ill. csúszva gördüljön?



b) Határozzuk meg a henger középpontjának

sebességét és a henger szögsebességét az indulás után  $t = 2 \text{ s}$  múlva, ha  $\mu = 0,4$ !

c) Határozzuk meg a henger középpontjának sebességét és a henger szögsebességét az indulás után  $t = 2 \text{ s}$  múlva, ha  $\mu = 0,1$ !

38.

Egy  $R$  sugarú tömör gömböt helyezünk egy  $\alpha$  hajlásszögű lejtőre. ( $\alpha = 45^\circ$ ,  $R = 0,05 \text{ m}$ .)

a) Mekkora legyen a tapadási súrlódási tényező a gömb és a lejtő között, ha azt akarjuk, hogy a gömb tisztán gördüljön, ill. csúszva gördüljön?

b) Határozzuk meg a gömb középpontjának sebességét és a gömb szögsebességét az indulás után  $t = 1 \text{ s}$  múlva, ha  $\mu = 0,3$ !

c) Határozzuk meg a henger középpontjának sebességét és a gömb szögsebességét az indulás után  $t = 1 \text{ s}$  múlva, ha  $\mu = 0,1$ !

39.

Egy  $R$  sugarú tömör gömböt helyezünk egy  $\alpha$  hajlásszögű lejtőre. ( $\alpha = 30^\circ$ ,  $R = 0,05 \text{ m}$ ,  $\mu = 0,1$ )

a) Tisztán vagy csúszva gördül a gömb?

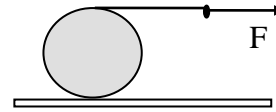
b) Határozzuk meg a gömb középpontjának sebességét és a gömb szögsebességét az indulás után  $t = 1 \text{ s}$  múlva!

40.

Egy  $m$  tömegű,  $R$  sugarú tömör hengert a rátekerített fonál segítségével, az ábra szerinti módon gyorsítanak. ( $m=1$  kg,  $R=5$  cm,  $F=9$  N,  $\mu=0,2$ )

a) Tisztán vagy csúszva gördül a henger?

b) Határozzuk meg a henger középpontjának sebességét és a henger szögsebességét az indulás után  $t=1$  s múlva!

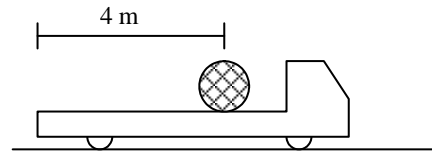


41.

Egy  $R$  sugarú,  $m$  tömegű tekegolyót  $v_0$  kezdősebességgel úgy dobnak el, hogy nem hozzák forgásba. A golyó a pályán csúszva indul. A súrlódási tényező  $\mu$ . Az indulástól mekkora távolságban kezd a golyó tisztán gördülni? ( $R=0,1$  m,  $m=1$  kg,  $v_0 = 5$  m/s,  $\mu = 0,4$ )

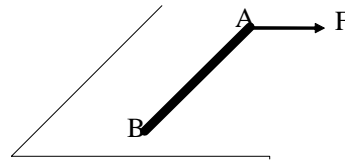
42.

Egy álló teherautó rakfelületére homogén tömegeloszlású, henger alakú testet helyeznek az ábra szerinti helyzetbe a rakfelület végétől 4 méter távolságra. A jármű elindul és  $3$  m/s<sup>2</sup> állandó gyorsulással növeli sebességét. A henger csúszásmentesen gördül. Az autó indulása után mennyi idővel esik le a járműről a henger?



43.

Egy 20 cm hosszú, 0,05 kg tömegű vonalzó fekszik légpárnás asztalon. Egy adott pillanatban a vonalzó nyugalomban van, és a végén lévő  $A$  pontban  $F=0,01$  N erő hat a vonalzó hosszára merőlegesen, a vízszintes síkban. Mekkora ebben a pillanatban a másik,  $B$  végpont gyorsulása? (Egy rúd tehetetlenségi nyomatéka a



középpontján átmenő tengelyre  $\Theta = \frac{1}{12} ml^2$ .)

44.

Egy 2 kW-os villanymotor fordulatszáma percenként 2700. Ha kikapcsoljuk a motort, egyenletesen lassulva 30 s alatt áll meg. A motor működésekor hány százalékos a mechanikai energiavesztés? A motor forgórészének tehetetlenségi nyomatéka 0,25 kgm<sup>2</sup>.

45.

$M$  tömegű,  $L$  hosszúságú rúd egyik végén ékkel van alátámasztva, másik végén fonállal van felfüggesztve. A fonalat elégetjük. A mozgás megindulásának pillanatában mekkora erővel nyomja a rúd az éket?

46.

Egy 0,4 kg tömegű, egyenletes tömegeloszlású, 76 cm hosszú rúd az egyik végén vízszintes tengelyhez van rögzítve, amely körül súrlódásmentesen foroghat a függőleges síkban,  $\Theta = m \cdot l^2 / 3$ . A labilis egyensúlyi helyzetben lévő rúd elhanyagolható kezdősebességgel kibillen,  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

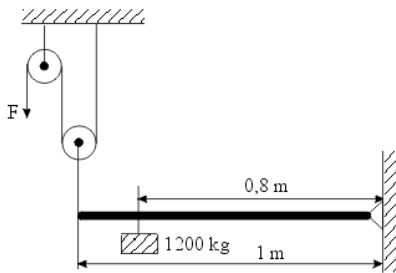
a) Mekkora a rúd szögsebessége akkor, amikor először halad át a vízszintes helyzeten? (6,28 1/s)

b) Mekkora a rúd szöggyorsulása ugyanakkor? (19,7 1/s<sup>2</sup>)

c) Milyen irányú erővel hat a tengely a rúdra ebben a pillanatban? (9,5°)



47.

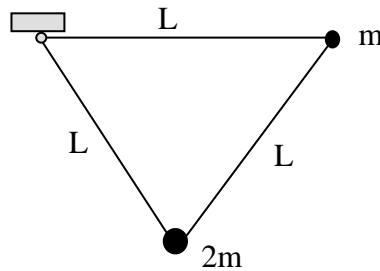


Az ábrán látható berendezésnél a csigák, a rúd és a kötéltömege, valamint a súrlódás elhanyagolható. A rúdra 1200 kg tömegű testet akasztottunk.  $g=10 \text{ m/s}^2$

- Mekkora erővel kell a kötélt végét tartani, hogy a rúd vízszintes maradjon?
- Mekkora erővel kell a kötélt végét húzni ahhoz, hogy ennek gyorsulása  $4 \text{ m/s}^2$  legyen induláskor?

48.

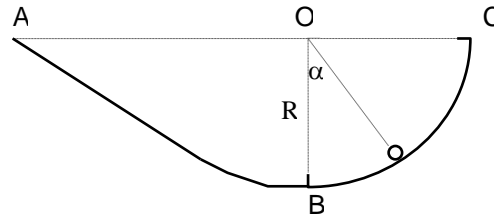
Elhanyagolható tömegű,  $L=12 \text{ cm}$  hosszúságú rudakból egy szabályos háromszöget készítünk. A háromszög csúcaiba  $m$ , illetve  $2m$  tömegű golyókat erősítünk. A szerkezet a harmadik csúcson átmenő, vízszintes tengely körül foroghat. A szerkezetet az ábrán látható helyzetből elengedjük.



- Mekkora lesz a golyók legnagyobb sebessége a mozgás során? (A súrlódást és a közegellenállást elhanyagolhatod.)
- Ha a szerkezet végül mégis egyensúlyba kerül, akkor mekkora szöget zárnak be a rudak a függőlegessel?

49.

Egy vékonyfalú gyűrű alakú test az ábrán látható ABC lejtőn mozog. A test az A pontból indul, és tiszta gördüléssel eljut a B pontig. A pálya BC íve O középpontú negyedkör, amelyen a tapadási tényező  $\mu_0=0,25$ . Határozd meg azt az  $\alpha$  szöveget, amelynél a henger tiszta gördülése csúszva gördülésbe megy át! (A henger  $r$  sugara a pálya méreteihez képest elhanyagolható, tehetetlenségi nyomatéka a középpontján átmenő forgástengelyre  $\Theta=m \cdot r^2$  alapján számítható.)

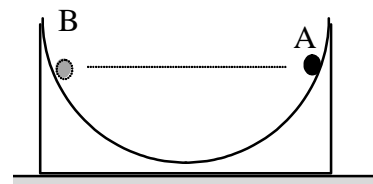


50.

Egy  $L$  hosszúságú, homogén tömegeloszlású rúd vízszintes tengely körül foroghat. A rudat vízszintes helyzetéig kitérítjük, és ott elengedjük. Megmérjük egy teljes lengés idejét. Ezután ugyanezt a mérést elvégezzük egy vízszintes helyzetből elengedett, ugyancsak  $L$  hosszúságú fonálingával is. Hogyan aránylik egymáshoz a két lengésidő? (A súrlódás és közegellenállás mindkét mozgásnál elhanyagolható. A rúd tehetetlenségi nyomatéka a végén átmenő forgástengelyre  $\theta = \frac{1}{3} mL^2$ .)

51.

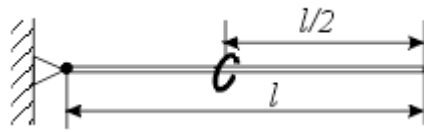
A mellékelt ábrán látható völgyszerű mélyedés A pontjában elengedünk egy piciny tömör hengert, ami tisztán gördülve  $T_1$  idő alatt jut el az átellenes B pontig. A kísérletet elvégezzük egy piciny tömör golyóval is, ami ugyancsak tisztán gördülve  $T_2$  idő alatt jut el A-ból B-be.



- Melyik test jutott át hosszabb idő alatt A-ból B-be? Miért?
- Határozd meg a  $T_2 / T_1$  arányt!

(A henger, illetve a golyó tehetetlenségi nyomatéka:  $\Theta_{\text{henger}} = \frac{1}{2}mr^2$  ill.  $\Theta_{\text{gömb}} = \frac{2}{5}mr^2$ .)

52.

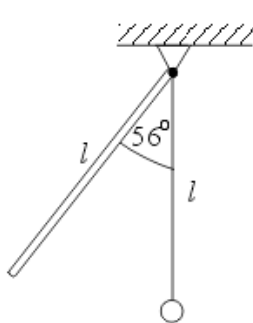


Függőleges síkban súrlódásmentesen foroghat 17 cm hosszú, elhanyagolható tömegű rúd, az egyik végén átmenő vízszintes tengely körül. Ráhúztunk a rúdra egy 9 g tömegű gyűrűt, amely súrlódás nélkül csúszkálhat rajta. A kiindulási helyzetben a rudat

vízszintes helyzetben tartjuk, és a gyűrű éppen a rúd felénél áll. Ekkor a rudat elengedjük.  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- Mekkora mozgási energiával hagyja el a gyűrű a rudat? **(0,013 J)**
- Mekkora szögsebességgel halad át a rúd a függőleges tengelyen? **(5,05 1/s)**

53.

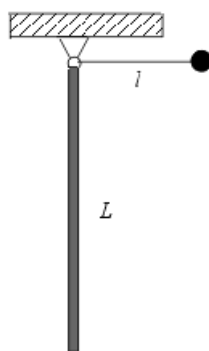


Ugyanabban a pontban csuklósan felfüggesztünk egy  $l$  hosszúságú, egyenletes keresztmetszetű, homogén tömegeloszlású rudat és egy  $l$  hosszúságú fonálingát. A rudat  $56^\circ$ -os szöggel kitérített helyzetben tartjuk, majd elengedjük. Ezután a rúd a fonál végén lévő testtel rugalmasan ütközik. Ennek következtében az inga kilendül, a rúd pedig függőleges helyzetben megáll.

- A rúd  $M$  tömege hányszorosa a fonálon függő test tömegének? **(3)**
- Mekkora szöggel lendül ki a fonálinga? **( $70,2^\circ$ )**

A rúd tehetetlenségi nyomatéka  $\Theta=(M \cdot l^2)/3$ .

54.



Közvetlenül egymás mellé csuklósan felfüggesztett vékony, merev rúd és fonálinga egyaránt  $0,25 \text{ kg}$  tömegű. A homogén, merev rúd  $L=1,2 \text{ m}$  hosszúságú, a fonál hossza  $l = L/3$ . A fonálingát kitérítjük vízszintes helyzetbe, azután elengedjük.

- Mekkora a fonálinga szögsebessége és perdülete a rúddal bekövetkező ütközés előtti pillanatban?
- A tökéletesen rugalmas ütközés után mekkora szögsebességgel lendül ki a rúd és mekkorával az inga?
- Milyen magasra lendül fel a fonálinga végén lévő golyó, és milyen magasra emelkedik a rúd végpontja?

A nehézségi gyorsulás értéke  $9,81 \text{ m/s}^2$ , a rúd tehetetlenségi nyomatéka a végpontján átmenő tengelyre  $(m \cdot l^2)/3$ .

55.



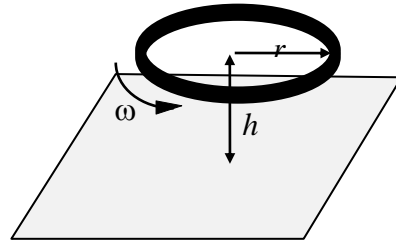
Súrlódásmentes talajon  $80 \text{ cm}$  hosszú pálca áll labilis egyensúlyi helyzetben. Az elhanyagolható tömegű pálca alsó végéhez  $m$ , a felső végéhez  $3m$  tömegű pontszerű testek vannak erősítve. Amikor a pálca eldőlni kezd, elcsúszik.

( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

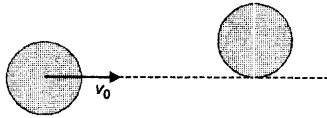
- Milyen távol van kezdeti helyzetétől az  $m$  tömegű test, amikor a  $3m$  tömegű test a talajba ütközik? **(60 cm)**
- Mekkora és milyen irányú sebességgel ütközik a talajba a  $3m$  tömegű test, és mennyi ekkor az  $m$  tömegű test sebessége? **(4 m/s, 0)**

56.

A vízszintes síkban forgó  $r = 10$  cm sugarú vékony gyűrűt  $h = 20$  cm magasságból az asztallapra ejtjük. Az elejtés pillanatában a gyűrű  $\omega_0 = 21 \text{ s}^{-1}$  szögsebességgel forog függőleges tengelye körül. Az ütközés rugalmatlan és igen rövid idő alatt megy végbe. A súrlódási tényező a gyűrű és az asztal között  $\mu = 0,3$ . Továbbá  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ . Hány fordulatot tesz meg a gyűrű az elejtéstől számítva a megállásáig?



57.



Két, egyforma méretű és tömegű, homogén tömegeloszlású lapos korong vízszintes síkú légpárnás asztalon helyezkedik el. Az egyik korong áll, a másik pedig  $v_0 = 1 \text{ m/s}$  sebességgel úgy mozog, hogy a középpontján átmenő, sebességével párhuzamos egyenes érinti a másik korongot. A két korong tökéletesen rugalmasan ütközik. Határozzuk meg a korongok ütközés utáni sebességeinek nagyságát és irányát! (Az irányt a  $v_0$  sebesség irányával bezárt szögekkel adhatjuk meg.) A vizsgált folyamatban a súrlódás mindenhol elhanyagolható.

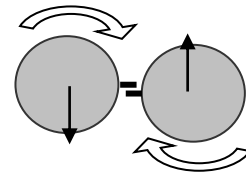
58.

Az  $R = 1,4$  m sugarú gömbhéj belső felületén kis test mozog súrlódásmentesen. Sebessége  $h_1 = 0,1$  m magasságban a legnagyobb,  $h_2 = 0,3$  m magasságban a legkisebb. Mekkora ezek a sebességek?

(Válasz:  $1,5 \text{ m/s}$ , illetve  $2,5 \text{ m/s}$ .)

59.

Légpárnás asztalon az ábra szerint két egyforma, azonos körüljárással,  $\omega = 2 \text{ 1/s}$  szögsebességgel forgó,  $R = 4$  cm sugarú korong  $v = 10 \text{ cm/s}$  sebességgel halad ellentétes irányban. A korongok a peremükön lévő elhanyagolható méretű tüskék mentén összeütköznek. Határozzuk meg az ütközés utáni sebességeket és szögsebességeket, ha a korongok



- tökéletesen rugalmatlan ütközés után mereven összetapadnak,
- tökéletesen rugalmas, pillanatszerű ütközés után elválnak!
- 

(Válasz: a) A tüskéken átmenő álló tengely körül  $1 \text{ 1/s}$  szögsebességgel forognak az óramutató járásával azonos irányban.

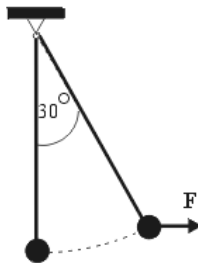
b) Az eredetivel ellentétesre változik a korongok sebességének és szögsebességének iránya. A nagyságok:  $2 \text{ cm/s}$ ,  $4 \text{ 1/s}$ .)

## 10. Egyensúly

### Alapfeladatok

#### Tömegpont egyensúlya

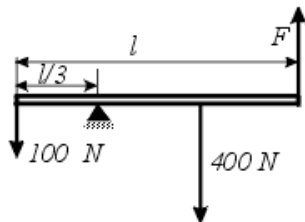
1.



Mekkora vízszintes irányú erővel tudunk egy 2 kg tömegű fonalingát  $30^\circ$ -os helyzetben kifizítve tartani? **(11,27 N)**

#### Merev test egyensúlya

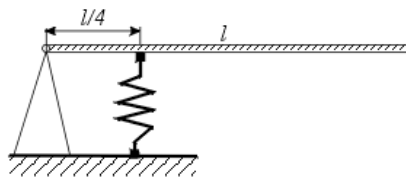
2.



Egy súlytalan rudat hosszának egyharmadában alátámasztunk; az ábra szerint a bal oldalon a rúd végén 100 N, a jobb oldalon a jobboldalra eső rúdhossz közepén 400 N erő hat.

A jobb oldali végén mekkora F erővel tudjuk a rudat egyensúlyban tartani? **(147 N)**

3.

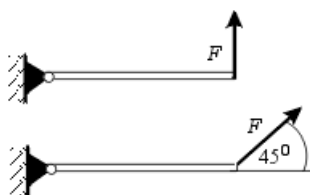


Egyik végén forgatható, egyenletes keresztmetszetű homogén rudat hosszának  $1/4$  részénél egy rugóval támasztunk alá. Ekkor a rugó összenyomódása 1,8 cm. A rúd vízszintes. / A rugó 50 N erő hatására nyomódik össze 1cm-t./

a) Mekkora a rúd súlya? **(45 N)**

b) Mekkora lenne a rugó összenyomódása, ha a rudat  $1/3$  részénél támasztanánk alá? **(1,35 cm)**

4.



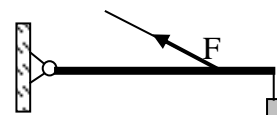
Az egyik végén csuklóval rögzített 2 m hosszú, homogén 25 kg tömegű vízszintes rudat mekkora erővel tudjuk egyensúlyban tartani,

a) ha az erő hatásvonala függőleges, **(122,5 N)**

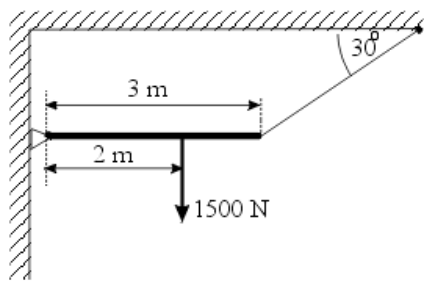
b) ha az F erő hatásvonala  $45^\circ$ -os szöget zár be a vízszintessel? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ) **(172,6 N)**

5.

50 kg tömegű, 8 m hosszú, homogén tömegeloszlású rúd egyik végén átmenő vízszintes tengely körül foroghat. A rúd másik végén 30 kg tömegű teher van. A rudat vízszintes helyzetben, hosszának  $3/4$ -énél megerősített, a vízszintessel  $30^\circ$ -os szöget bezáró kötél tartja egyensúlyban. Mekkora erőt fejt ki a kötél a rúdra?



6.

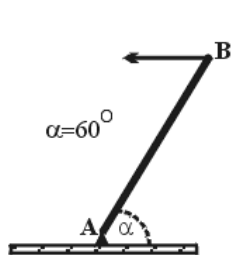


Az egyik végén csuklóhoz rögzített vízszintes rúd másik végét az ábra szerinti elrendezésben egy kötél tartja. A csuklótól 2 m távolságban a rúdra függőlegesen lefelé mutató 1500 N nagyságú erő hat. (A rúd és a kötél saját súlyát elhanyagolható.) Mekkora lesz a kótélben ébredő erő? **(2000 N)**

7.

120 kg tömegű terhet egy elhanyagolható tömegű rúddal ketten emelnek. Mekkora erőt kell a rúd végeire kifejteniük, ha a teher a rúd harmadában van felfüggesztve?

8.

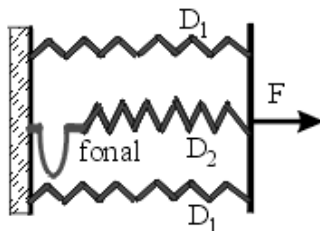


Egy  $m=1$  kg tömegű, egyenletes tömegeloszlású rúd az A pont körül függőleges síkban súrlódás nélkül elfordulhat. Mekkora vízszintes irányú erőt kell alkalmazni a B pontban, ha azt akarjuk, hogy a rúd a rajzolt helyzetben egyensúlyban legyen? **(28,3 N)**

## Haladó szintű feladatok

### Tömegpont egyensúlya

9.



Az ábrán látható rugórendszer az érfalban található két kötőszöveti fehérje - a nagyon rugalmas elasztin és a kevésbé rugalmas kollagén - együttes viselkedését modellezi. A  $D_2 = 850$  N/m rugóállandójú középső rugó elé egy nyújthatatlan fonal van lazán bekötve, így a középső rugó csak 3 cm-es elmozdulás után kezd megnyúlni, amikor a fonal már kifeszült. Mindkét szélső rugó  $D_1 = 25$  N/m rugóállandójú. Valamennyi rugó nyújtatlan hossza azonos.

a) Mekkora a rugórendszer megnyúlása  $F = 1$  N húzóerő hatására? **(2 cm)**

b) Mekkora a megnyúlás, ha  $F = 15$  N? **(4,5 cm)**

10.

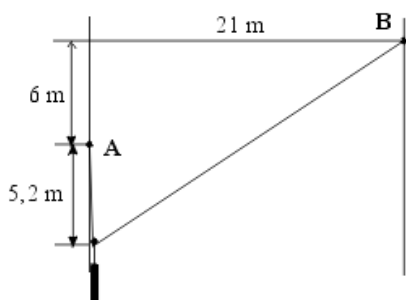


Az ábrán látható expandert négy, egymással párhuzamos, egyforma rugóból állították össze. Adott erő hatására ez az expander 48 cm-rel nyúlik meg.

a) Mekkora lenne az expander megnyúlása az előbbi erő hatására, ha az egyik rugót lekapcsolnánk róla? **(64 cm)**

b) Hány százalékkal kevesebb munkával lehet a három rugós expandert feleannyira kihúzni, mint a négy rugóst? **(81,25 %)**

11.



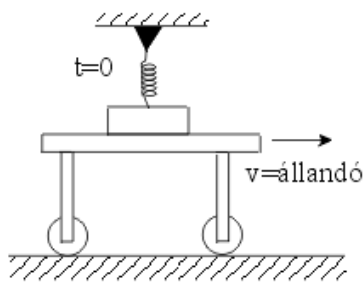
Az A és B pontok közt kötél lóg. A kötéltre súrlódásmentesen mozgó csigával terhet akasztunk. A csigát az A pont alatt 5,2 m mélyen a falhoz szorítva tartjuk, majd elengedjük.

a) A kiindulási helyzettől milyen mélyre kerül a csiga egyensúlyi helyzetében? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

**(1,8 m)**

b) Mennyi lesz a mozgás során a csiga legnagyobb sebesség? **(6 m/s)**

12.



Állandó sebességgel mozgó vízszintes asztallapon az asztallal együtt mozog egy ráhelyezett hasáb. A hasábhöz erősített rugó a  $t=0$  időpillanatban feszítetlen és függőleges helyzetű; ekkor a rugó hossza 0,8 m. A rugó másik vége felülről rögzítve van. Amikor a rugó tengelye a függőlegetől  $60^\circ$ -kal tér ki, akkor már a hasáb megcsúszik az asztallapon.

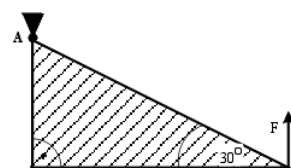
A rugóállandó  $20 \text{ N/m}$ ,  $g=10 \text{ m/s}^2$ , a hasáb tömege  $4,5 \text{ kg}$ .

a) Mennyi a rugó energiája a hasáb megcsúszásának pillanatában? **(6,4 J)**

b) Mekkora a hasáb és az asztallap közötti tapadási (nyugalmi súrlódási) együttható? **(0,37)**

### Merev test egyensúlya

13.



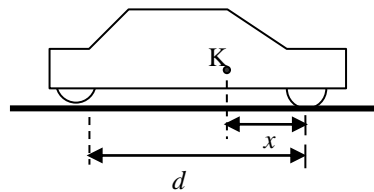
Egy 60 cm átfogójú  $30^\circ$ -os derékszögű háromszög alakú lap 6 mm vastag acéllemezéből készült.

a) Mennyi a tömege? (Az acél sűrűsége  $7800 \text{ kg/m}^3$ .) **(3,58 kg)**

b) A vázlat szerint az A pontban felfüggesztett háromszöget mekkora függőleges erővel tudjuk tartani úgy, hogy a nagyobbik befogó vízszintes legyen? **(11,9 N)**

14.

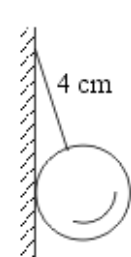
Egy gépkocsi első és hátsó tengelyének távolsága  $d = 2,8$  méter. Ha ez a kocsi első kerekeivel áll fel az autómérlegre, akkor a mérleg  $650 \text{ kg}$ -ot jelez. Ha a hátsó kerekeivel áll rá a mérlegre, a mérleg  $600 \text{ kg}$ -ot jelez.



a) Mennyi a gépkocsi tömege?

b) Mekkora  $x$  távolságra van vízszintes irányban a gépkocsi K tömegközéppontja az első tengelytől?

15.



Sima, függőleges falhoz az ábra szerint 4 cm hosszú fonálon 300 g tömegű golyót rögzítettünk.

a) Mekkora erővel nyomja a 2,5 cm sugarú golyó a falat? **(1,25 N)**

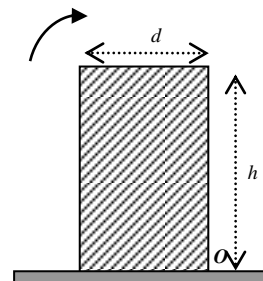
b) Mekkora erő feszíti a fonalat? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ) **(3,25 N)**

16.

Egy homogén tömegeloszlású hengert egy  $\alpha=30^\circ$  hajlásszögű lejtőre helyezünk. A hengert a peremére rögzített vízszintes fonál egyensúlyban tartja. Legalább mekkorának kell lenni a tapadási súrlódási együtthatónak a henger és a lejtő között, hogy az egyensúly létrejöhessen?

17.

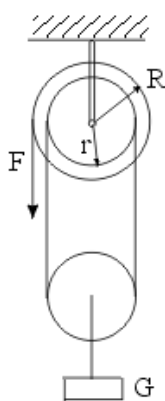
Az ábrán látható  $h = 1,6$  m magas,  $d = 1,2$  m széles,  $m = 20$  kg tömegű, homogén tömegeloszlású szekrényt fel szeretnénk borítani a szekrény  $O$  sarkán átmenő, az ábra síkjára merőleges forgástengely körül, ezért a szekrényt külső felületének valamely pontjában, megfelelő irányban nyomni kezdjük. A szekrény a talajon nem csúszik meg.



a) Képesek vagyunk-e felborítani a szekrényt, ha legfeljebb 70 N erőt tudunk kifejteni?

b) Feltéve, hogy fel tudjuk borítani a szekrényt, határozzuk meg, hogy legalább mennyi munkát kell végeznünk!

18.



Az ábrán látható emelő berendezés felső hengerei össze vannak erősítve és közös tengely körül foroghatnak. A hengerek sugarai  $R=0,4$  m,  $r=0,3$  m. A kötéel egyik vége a kisebbik hengerhez van rögzítve és a hengerre van felcsévélve. A mozgócsigán  $G=450$  N súlyú teher lóg. A mozgócsigát tartó kötelek párhuzamosak.

a) Mekkora erővel kell húzni a kötéel másik végét, hogy a berendezés egyensúlyban legyen? **(56,25 N)**

b) Mekkora a teher emelésekor a teljesítmény, ha a kettős henger  $0,25$  1/s állandó fordulatszámmal forog? **(35,3 W)**

19.

Egy  $0,5$  m él hosszúságú,  $10$  N súlyú négyzet alakú deszkalapot egyik oldalának harmadoló pontjában fonál segítségével felfüggeszteni. Mekkora munkavégzéssel lehet a deszkalapnak azt az oldalát, amelyen fel van függesztve, vízszintes helyzetbe hozni?

20.

Az  $m$  tömegű,  $d$  hosszúságú homogén rudat - a végeihez kötött fonalakkal - úgy függesztünk fel, hogy az  $l$  hosszúságú fonalakat a mennyezet ugyanazon pontjában erősítjük meg. ( $l=50$  cm;  $d=60$  cm;  $m=1,6$  kg) Mekkora erő feszíti a fonalakat?

## Versenyfeladatok

21.

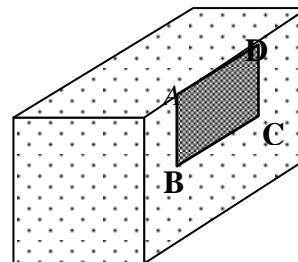
Egyenlő karú emelő egyik végére  $50$  cm hosszú fonálon  $3$  kg tömegű golyót kötünk, és ezt a golyót vízszintes helyzetből, mint egy fonálingát elengedjük. Az emelő másik végét mindig akkora erővel egyensúlyozzuk ki, hogy az emelő állandóan vízszintes maradjon. Az inga mely helyzetében kell éppen  $30$  N erővel leszorítani az emelőt?

22.

Egy vízzel telt tartály oldalában egy téglalap alakú ajtó van (ABCD). Az ajtó AD éle azonos magasságban van a tartálybeli vízszinttel. Az ajtó kinyílik, de mi meg szeretnénk akadályozni a víz kiáramlását, ezért kívülről befelé nyomjuk az ajtót. (Persze fizikushoz illően a lehető legkisebb megfelelő erőt alkalmazunk a legoptimálisabb helyen.) Ha az ajtó az AB éle mentén tud elfordulni, akkor jelölje ezt az erőt  $F_{AB}$ , ha az ajtó az AD éle mentén

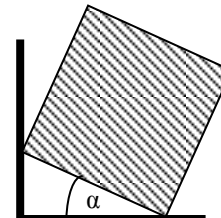
fordul, akkor  $F_{AD}$ , ha a CB éle mentén, akkor  $F_{BC}$ .

- Rakjuk növekvő sorrendbe a három esetben szükséges erőket!
- Adjuk meg a három erő arányát!



23.

Az  $M$  tömegű, homogén tömegeloszlású kocka a falnak dől az ábrán látható módon. A fal és a kocka között a súrlódás elhanyagolható, a padló és a kocka közötti súrlódás pedig éppen elegendő ahhoz, hogy a kocka ne csússzon meg. Határozzuk meg a súrlódási tényezőt! ( $\alpha = 18^\circ$ )



24.

Egy derékszögű falszegletbe  $L$  hosszúságú,  $m$  tömegű, homogén tömegeloszlású, egyenletes keresztmetszetű rudat állítunk függőleges helyzetben. A rúdnak a talajjal érintkező pontját egy vízszintes fonállal állandó sebességgel húzni kezdjük úgy, hogy a rúd mindvégig a falra merőleges, függőleges síkban marad. A súrlódási együttható a talajon 0,2, a falon 0,3. Milyen távol lesz a rúd alja a faltól abban a pillanatban, amikor a fonál meglazul?

25.

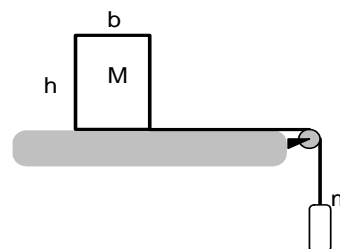
Vonaton utazva mindenki tapasztalhatta, hogy az asztalra állított üdítős üveg akkor is borulékony ha tele van, és akkor is, ha üres. Tekintsünk egy  $m$  tömegű,  $H$  magasságú üveget, amelyben teljesen tele állapotban  $M=8m$  tömegű folyadék van!

- Határozzuk meg, hogy milyen folyadék magasságnál tapasztalhatunk legnagyobb stabilitást!
- Határozzuk meg, hogy a legstabilabb, illetve a legkevésbé stabil állapotban mekkora gyorsulás esetén borul fel az üveg?

(Az egyszerűség kedvéért az üveget tekintsük henger alakúnak. A henger alapkörének  $R$  sugara legyen hatoda a henger  $H$  magasságának,  $R = H/6$ . Szorítkozzunk az időben állandó gyorsulású esetek vizsgálatára. A folyadék felszínének a vízszintestől való eltérését hanyagoljuk el.)

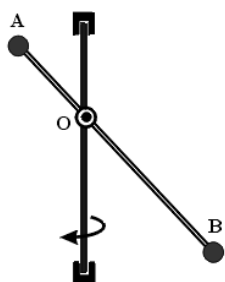
26.

Egy  $h$  magasságú,  $b=h/2$  szélességű,  $M$  tömegű, homogén tömegeloszlású hasábot vízszintes felületre helyezünk. A hasáb aljához egy fonalat erősítünk, melyet elhanyagolható tömegű csigán vetünk át, és végére  $m$  tömegű testet rögzítünk, majd a rendszert magára hagyjuk. A súrlódás mindenhol elhanyagolható. Milyen  $m/M$  tömegaránynál billen meg a hasáb?





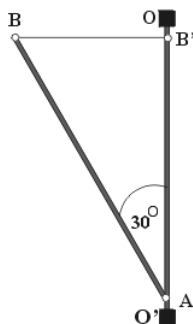
27.



Függőleges tengelyhez  $^\circ$ -ban elhanyagolható tömegű pálca kapcsolódik úgy, hogy  $^\circ$ -ban vízszintes helyzetű tengely körül elfordulhat. A-ban  $m_1=2$  kg, B-ben  $m_2=3$  kg tömegű test van.  $AO=40$  cm,  $OB=60$  cm.

- a) Milyen helyzetet foglal el a pálca, ha a szerkezetet  $0,47$  1/s fordulatszámmal forgatjuk a függőleges tengely körül? ( **$36,85^\circ$** )  
 b) Mennyi ekkor a forgó szerkezet összes energiája a nyugalmi helyzethez képest? ( **$4,16$  J**)

28.



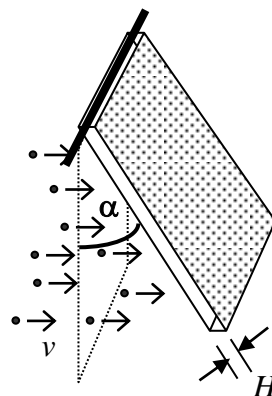
Az ábra szerinti  $OO'$  függőleges tengelyre az A pontban csuklósan van felerősítve az AB homogén,  $100$  kg tömegű,  $2$  m hosszú rúd, úgy, hogy az A pont körül függőleges síkban elfordulhat. Ezt az elfordulást a  $BB'$  vízszintes súlytalan kötél akadályozza meg és tartja a rudat a rajzolt  $30^\circ$ -os helyzetben.

- a) Mekkora a kötélerő, ha a rendszer nyugalomban van? ( **$282$  N**)  
 b) Mekkora a kötélerő, ha a rendszer az  $OO'$  tengely körül  $40$  1/perc állandó fordulatszámmal forog? ( **$868$  N)**

29.

Egy  $H = 2$  mm vastagságú,  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségű, téglalap alakú alumíniumlemez egyik éle, mint vízszintes forgástengely körül elfordulhat. A lemezt homokfúvóból érkező, vízszintes irányba  $v = 20$  m/s sebességgel repülő, egyenletes térbeli eloszlású homokszemcsék „bombázzák”. Ennek hatására a lemez függőleges helyzetéből kitér, és  $\alpha = 30^\circ$ -os szögnél egyensúlyba kerül. Határozzuk meg, hogy hány kilogramm homok van a „homokszélben” köbméterenként?

(Feltehetjük, hogy a homokszemcsék tökéletesen rugalmasan ütköznek a lemeznek. A homokfúvóból érkező szemcsék sebességét a vizsgált térrészben mindenhol vízszintesnek vehetjük.)



# 11. Harmonikus rezgőmozgás

## Alapfeladatok

### Kinematika

1.

Egy rezgő test legnagyobb sebessége  $5 \text{ m/s}$ , legnagyobb gyorsulása  $15 \text{ m/s}^2$ . Mekkora a frekvenciája?

2.

Egy rezgő test legnagyobb sebessége  $1 \text{ m/s}$ , legnagyobb gyorsulása  $10 \text{ m/s}^2$ . Mekkora az amplitúdó?

3.

Egy test harmonikus rezgőmozgást végez. A két szélső helyzet távolsága  $12 \text{ cm}$ , a rezgésszám  $6000 \text{ 1/min}$ .

- Mekkora a test maximális sebessége? ( **$37,7 \text{ m/s}$** )
- Mekkora a test maximális gyorsulása? ( **$23\,700 \text{ m/s}^2$** )
- Mennyi idő alatt tesz meg a test  $12 \text{ cm}$  utat? ( **$0,005 \text{ s}$** )

4.

Harmonikus rezgőmozgást végző test kitérés-idő függvénye  $y = 0,1 \cdot \sin(6,28t)$ , ahol az adatok SI mértékegységekben értendők. Határozd meg:

- a rezgő test maximális sebességét és maximális gyorsulását,
- a test sebességét a  $t=0,167 \text{ s}$  időpillanatban!

5.

Harmonikus rezgőmozgást végző test kitérés-idő függvénye  $y = 0,2 \cdot \sin(6,28t)$ , ahol az adatok SI mértékegységekben értendők. Határozd meg:

- a rezgő test maximális sebességét és maximális gyorsulását,
- a test gyorsulását a  $t=0,0833 \text{ s}$  időpillanatban!

6.

Egy pontszerű test egyidejűleg két harmonikus rezgést végez egymásra merőleges irányban, azonos amplitúdóval és frekvenciával, de  $90^\circ$ -os fáziseltéréssel. Milyen pályán mozog a test?

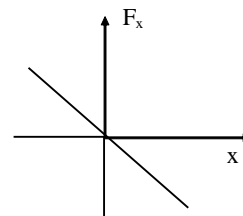
- A) egyenes      B) kör      C) parabola

### Dinamika, periódusidő, rezgési energia

7.

Egy test az  $x$ -tengely mentén mozog. A rá ható eredő erő az ábrán látható módon függ a test helyzetétől. Milyen mozgást végez a test?

- Egyenletesen változó mozgást
- Csillapodó rezgőmozgást,
- Harmonikus rezgőmozgást.



8.

Függőlegesen felfüggesztett rugó végére egy testet erősítünk, majd rezgésbe hozzuk. Első esetben a rezgés amplitúdója  $1 \text{ cm}$ , a második esetben pedig  $2 \text{ cm}$ . Melyik esetben nagyobb a rezgés periódusideje?

- A) a második esetben      B) az első esetben      C) a periódusidők egyenlők

9.

Adva van egy egyik végénél felfüggesztett rugó, egy stopperóra és egy ismert tömegű test. Hogyan tudná ezekkel az eszközökkel megmérni egy ismeretlen tömegű test tömegét?

Az úrhajósok tömegének ellenőrzésére az űrállomáson nem alkalmasak a földön használatos mérlegek. Képzelden el egy 20 kg tömegű fotelt, amely rugalmas felfüggesztése révén 2 Hz-es frekvenciával rezegni képes. Miután egy úrhajós a fotelbe ül, a rezgésszám 1 Hz-re csökken. Mennyi az úrhajós tömege?

10.

Az 1 kg tömegű test harmonikus rezgőmozgást végez. A rezgőmozgás amplitúdója 3 cm, rezgésideje 1,2 s.

- Mekkora a test legnagyobb gyorsulása?
- Mekkora a test legnagyobb mozgási energiája?

11.

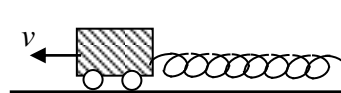
Vízszintes asztalon fekvő rugó egyik végét rögzítjük, a másik végére egy testet erősítünk. A rugóállandó mind nyújtásra, mind összenyomásra 30 N/m. A testet abban a helyzetben tartjuk, amikor a rugó összenyomódása 0,1 m. Az elengedett test rezgésideje 0,314 s.

A mozgás súrlódásmentes.

- Mennyi a test gyorsulásának a legnagyobb értéke?
- Mennyi a test tömege?

12.

Vízszintes talajon mozgó kiskocsi egy falhoz rögzített rugó végén  $\omega = 20 \text{ 1/s}$  körfrekvenciájú harmonikus rezgést végez. Amikor a rugó megnyúlása  $y = 0,1 \text{ m}$ , akkor a kocsi  $v = 2 \text{ m/s}$  sebességgel mozog. Határozzuk meg a rezgés amplitúdóját, és a kocsi maximális sebességét!



13.

Egy test harmonikus rezgőmozgást végez. Mekkora a mozgás amplitúdója, ha 10 cm-es kitérés esetén a test mozgási energiája egyenlő a rugalmas energiájával?

14.

Egy test harmonikus rezgőmozgást végez 10 cm-es amplitúdóval. Mekkora kitérés esetén lesz a test mozgási energiája egyenlő a rugalmas energiájával?

15.

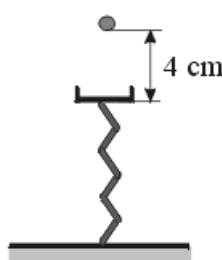
Egy test harmonikus rezgőmozgást végez. Mekkora a mozgás amplitúdója, ha 5 cm-es kitérés esetén a test mozgási energiája kétszerese a rugalmas energiájának?

### Függőleges felfüggesztés, alátámasztás

16.

Csavarrugó végén 1 kg tömegű test függ, ami a rugó hosszát 10 cm-rel növeli meg. Ha a rugót kissé meghúzzuk és elengedjük, rezgőmozgás jön létre. Hány teljes rezgés történik 1 perc alatt?

17.



Az ábra szerinti függőleges tengelyű 1 N/cm rugóállandójú spirálrugóra 4 cm magasságból 0,1 kg tömegű golyót ejtünk.

- Mekkora lesz a rugó maximális összenyomódása? (Az energiavesztésektől tekintünk el! Tételezzük fel, hogy a golyó a rugó súlytalannak tekinthető tányérjába beleragad.) **(4 cm)**
- Mekkora lesz az előálló függőleges rezgés amplitúdója és frekvenciája? **(3 cm, 5,05 Hz)**

## „Zörgés, megcsúszás”

18.

Egy rajztábla a ráhelyezett radírral együtt mozog. A vízszintes helyzetű tábla vízszintes síkban 8 cm-es amplitúdójú harmonikus rezgőmozgást végez. Ha a periódusidő legalább 0,5 s, a radír nem csúszik meg.

a) Mekkora a súrlódási együttható? (1,26)

b) A függőleges helyzetű rajztáblát legalább mekkora vízszintes gyorsulással kell mozgatni, hogy a radír ne csússzék le? (7,94 m/s<sup>2</sup>)

19.

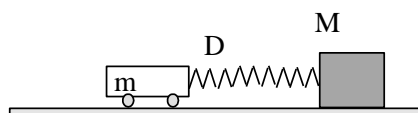
Vízszintes könyvre egy pénzérmét helyezünk, és a könyvet függőleges irányban 10 cm-es amplitúdóval harmonikus rezgésbe hozzuk. Legfeljebb mekkora lehet a rezgés amplitúdója, ha azt akarjuk, hogy a pénzérme se váljon el a könyvtől?

## Haladó szintű feladatok

### Dinamika, periódusidő, rezgési energia

20.

Egy  $M = 4$  kg tömegű nehezékhez egy  $D = 400$  N/m rugóállandójú rugó közbeiktatásával egy  $m = 1$  kg tömegű kiskocsi kapcsolódik. A kiskocsit 5 cm-rel kimozdítjuk egyensúlyi helyzetéből, majd elengedjük.



a) Legalább mekkora a tapadási súrlódási tényező a nehezék és az alátámasztás között, ha azt tapasztaljuk, hogy a nehezék a kiskocsi mozgása közben mozdulatlan marad?

b) Mekkora lesz a kiskocsi legnagyobb sebessége?

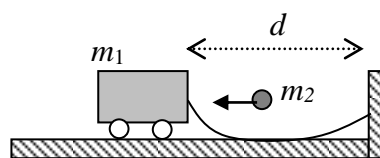
c) Az indulás után mennyi idővel éri el először a kocsi a maximális sebességét?

(A kocsi mozgását súrlódás nem fékezi.)

21.

Egy  $m_1 = 3,99$  kg tömegű álló kiskocsit egy laza,  $L = 40$  cm hosszúságú vékony gumiszál kapcsol a falhoz. A kocsi jobb oldali vége és a fal között  $d = 30$  cm a távolság.

A kocsi egy  $m_2 = 0,01$  kg tömegű,  $v_0 = 400$  m/s sebességű lövedék csapódik vízszintes irányból, és a kocsi lefékeződve azzal együtt mozog tovább.



a) Mekkora sebességgel indul a kocsi a lövedék becsapódása után?

b) Mekkora lesz a gumiszál legnagyobb megnyúlása, ha a szál rugószerűen viselkedik, és a rugóállandó  $D = 400$  N/m?

c) A lövedék becsapódásától számítva mennyi idő múlva lesz a gumi megnyúlása maximális?

22.

Egy 10 N/m rugóállandójú, vízszintes helyzetű rugó egyik vége a falhoz, másik vége pedig egy 0,4 kg tömegű testhez van erősítve. A test vízszintes felületen súrlódás nélkül harmonikus rezgőmozgást végez. Sebessége az egyensúlyi helyzettől 10 cm-re 0,7 m/s.

a) Mekkora a test sebessége az egyensúlyi helyzettől 5 cm távolságban? (0,82 m/s)

b) Mekkora itt a rugó teljesítménye? (0,41 W)

c) Mekkora a rugó legnagyobb teljesítménye a rezgés során? (0,74 W)

23.

Egy  $L$  hosszúságú vonalzót a végén lévő lyukon átvezetett vízszintes szög körül, mint tengely körül kis szögkitérésű lengésbe hozunk. A mértékegységek elemzésével döntsük el, hogy melyik formula adhatja helyesen a vonalzó lengésidejét az alábbiak közül!

A)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}}$

B)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{3g}{2L}}$

C)  $T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{L}}$

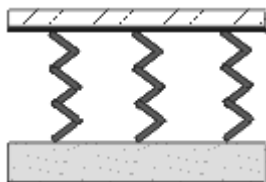
## Függőleges felfüggesztés, alátámasztás

24.

Függőlegesen felfüggesztett rugó szabad végére testet függesztünk. A test a rugót az egyensúlyi helyzetig 10 cm-rel nyújtja meg. Ha a testet kimozdítjuk egyensúlyi helyzetéből harmonikus rezgőmozgás jön létre. Mekkora a rezgőmozgás körfrekvenciája?

- A) 5 1/s                      B) 10 1/s                      C) Nem meghatározható.

25.



Egy 2 kg tömegű testet három rugóra függesztünk fel. Feszítetlen állapotban mindhárom rugó egyforma hosszú; a középen lévő rugó rugóállandója 8 N/cm, a két szimmetrikusan elhelyezett rugó egyforma, mindkettő rugóállandója egyaránt 5 N/cm.

a) Mekkora a rugók közös hosszváltozása (megnyúlása) a test súlya alatt? **(1,11 cm)**

A testet a fenti egyensúlyi helyzetéből kitérítjük.

b) Mekkora az így előálló rezgés frekvenciája? (A test függőlegesen, önmagával párhuzamosan mozog) **(4,75 Hz)**

26.

Az egyik végén rögzített, 200 N/m rugóállandójú, függőleges tengelyű rugó alsó szabad végén két, egyenként 1 kg tömegű test függ. Mekkora a rugó megnyúlása, ha a testek egyensúlyban vannak? Mekkora amplitúdójú és rezgésidejű rezgés jön létre, ha az egyik test leesik a rugóról?

27.

Egy felfüggesztett rugó alsó végére három, egyenként 0,1 kg tömegű golyót rögzítünk. Az egyensúlyban lévő golyók 30 cm-rel nyújtják meg a rugót. Valamilyen okból az egyik golyó rögzítése megszűnik, a golyó leesik. Mekkora amplitúdójú és frekvenciájú rezgést végez a másik két golyó?

28.

Egy rugóra felfüggesztett, 1 kg tömegű test harmonikus rezgőmozgást végez. A rezgés amplitúdója 12 cm, a frekvencia 1 Hz. Mekkora a rugalmas energia legkisebb és legnagyobb értéke?

29.

Felfüggesztett, elhanyagolható tömegű csavarrugó szabad végén 1,2 kg tömegű test nyugalomban van. Ebben a helyzetben a rugó megnyúlása 0,1 m.

a) Mekkora a rugóban felhalmozott rugalmas energia?

b) Mekkora sebességgel lökhetjük meg függőlegesen lefelé a rugón függő, nyugalomban lévő testet, hogy a mozgás folyamán a rugóerő ne legyen 3 N-nál nagyobb?

A nehézségi gyorsulás értékét vegyük 10 m/s<sup>2</sup>-nek.

30.

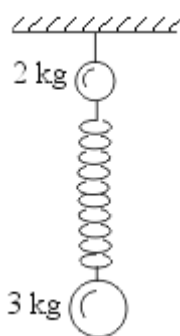
Egy 50 N/m rugóállandójú függőleges rugó tetején egy 0,5 kg tömegű tányér van.

a) Mennyi a rugó összenyomódása? **(0,1 m)**

A tányér felett 1 m magasban egy 1 kg tömegű homokzsák van. Ha a homokzsákot a tányérra ejtjük, a homokzsák a tányérra érkezéstől kezdve együtt mozog lefelé a tányérral.

b) Mekkora lesz a legnagyobb közös sebességük? **(3,2 m/s)**

31.



Egy fonálon függő 2 kg tömegű testhez egy rugót kötöttük, majd ehhez egy másik, 3 kg tömegű testet erősítettünk az ábra szerint. A rugó tömege elhanyagolható, rugóállandója húzásra és nyomásra is  $1200 \text{ N/m}$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

A 3 kg tömegű testet függőlegesen meghúzzuk, majd elengedjük.

a) Milyen frekvenciájú és mekkora amplitúdójú rezgést végezhet ez a test úgy, hogy a fonál közben végig feszes maradjon? **(3,138 Hz)**

Tegyük fel most azt, hogy a rendszer az egyensúlyi helyzetben nyugalomban van:

b) Ha ekkor elvágjuk a fonalat, mekkora gyorsulással indulnak el a testek? **(0, 25 m/s<sup>2</sup>)**

### Kényszerrezgés, rezonancia

32.

Egy autópálya útfelületét 20 m hosszúságú betonlapok egymáshoz illesztésével alakították ki. Az elhasználódás következtében a lapok illesztése nem tökéletes. Az autópályán haladva azt vesszük észre, hogy egy bizonyos sebességnél a gépkocsiban felfüggesztett rugó szabad végéhez erősített 0,5 kg tömegű test igen nagy amplitúdójú rezgést végez. Ezután megállunk egy pihenőben, és megállapítjuk, hogy egyensúlyi helyzetben a test 20 cm-rel nyújtja meg a rugót.

a) Mekkora periódusidővel rezeg a rugóra függesztett test a pihenőben, ha ott rezgésbe hozzuk?

b) Mekkora sebességgel haladtunk, amikor a rugó nagy amplitúdóval rezgett?

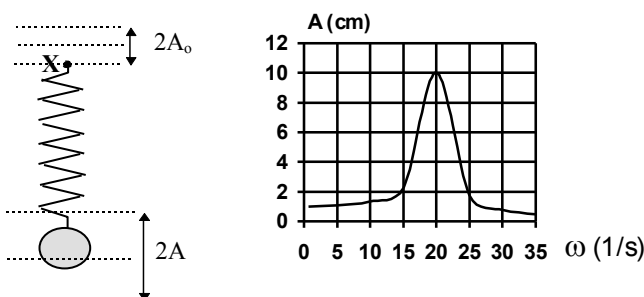
33.

Egy függőleges rugó alsó végére egy  $m = 1 \text{ kg}$  tömegű testet függesztünk. A rugó felső végét (X-pont)  $\omega$  körfrekvenciájú,  $A_0$  amplitúdójú harmonikus rezgőmozgással felle mozgatjuk. Egy idő után a test is harmonikus rezgést végez, melynek amplitúdója  $A$ . Az X pontot különböző  $\omega$  körfrekvenciákkal rezgettetve minden esetben megmérjük a test rezgésének amplitúdóját, és az összetartozó értékeket ábrázoljuk. Így kapjuk a mellékelt grafikont.

a) Határozzuk meg a rugó  $D$  rugóállandóját!

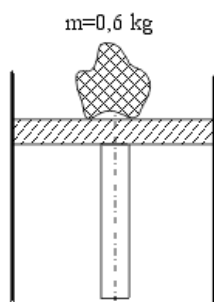
b) Mekkora  $A_0$  amplitúdóval mozgattuk a rugó felső végét?

(A jelenség leírásánál a közegellenállás szerepe elhanyagolható.)



„Zörgés, megcsúszás”

34.



Egy függőleges tengelyű dugattyúra 0,6 kg tömegű testet helyeztünk. A dugattyú harmonikus rezgőmozgást végez, a rezgésidő 0,5 s.

- Legfeljebb mekkora lehet a rezgés amplitúdója, hogy a dugattyúra helyezett test állandóan a dugattyún maradjon? **(6,2 cm)**
- Ábrázoljuk ennél az amplitúdónál a test és a dugattyú közt ható erőt a dugattyú kitérésének függvényében az alsó holtpontról kiindulva a felső holtpontra érkezéséig!

Versenyfeladatok

35.

Egy rugót felfüggesztünk majd szabad végére egy testet rögzítünk. A test megnyújtja a rugót és egy bizonyos helyzetben egyensúlyba kerül. Ha a testet kimozdítjuk ezen egyensúlyi helyzetéből akkor harmonikus rezgést végez. Teljesül-e erre a mozgásra, hogy

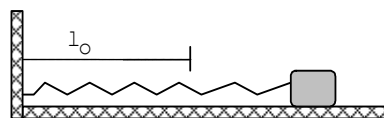
$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Dy^2 = \text{állandó.}$$

(m a test tömege, v a sebessége, y az egyensúlyi helyzettől mért kitérés, D a rugóállandó.)

- A) Nem, mert a magassági energiával is számolni kell. B) Igen.

36.

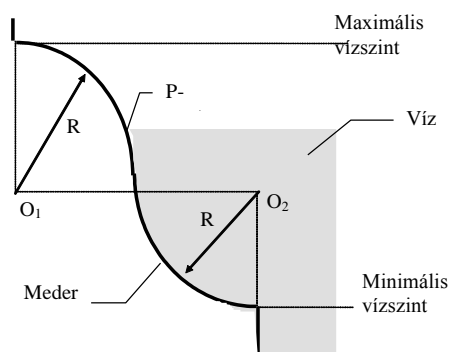
Egy  $l_0$  hosszúságú, egyik végén rögzített vízszintes rugó másik végéhez egy m tömegű testet rögzítünk. A rugót megnyújtjuk, majd a testet elengedjük. A létrejövő mozgásnak tekintjük azt a szakaszt, amíg a test az ábrán balra mozog. A testre vízszintesen csak a rugóerő és a csúszási súrlódási erő hat. Harmonikus rezgést végez-e a test?



- A) Igen. B) Nem

37.

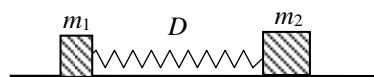
Egy tengerparton az árapály jelensége miatt a vízszint fel-le ingadozik. Az ingadozás jól közelíthető harmonikus rezgőmozgással, melynek periódusideje 12,5 óra. A meder keresztmetszete az ábrán látható: két  $R=5$  m sugarú csatlakozó negyedkörív, melyek középpontjai azonos magasságban vannak. A vízszint az alsó negyedkörív alja és a felső negyedkörív teteje között ingadozik. Jelölje P a meder és a vízfelszín érintkezési pontját.



- Mekkora a vízszint ingadozás maximális sebessége?
- Határozza meg a P-pont sebességét a pont helyzetének függvényében!

38.

Egy D rugóállandójú húzó-nyomó rugó egyik végére  $m_1$ , a másik végére  $m_2$  tömegű testet erősítünk. A testeket fogva a rugót  $\Delta l$ -el megnyújtjuk, majd a testeket egyszerre elengedjük. Határozzuk meg

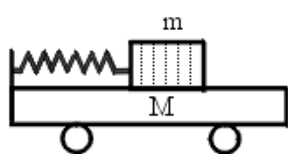


- a testek maximális sebességeit,
- a testek rezgési amplitúdóit,
- a kialakuló rezgés frekvenciáját!

A vízszintes talajon mozgó testek és a talaj közötti súrlódás elhanyagolható,  $m_1 = 1$  kg,  $m_2 =$

2 kg,  $\Delta l = 9$  cm,  $D = 100$  N/m.

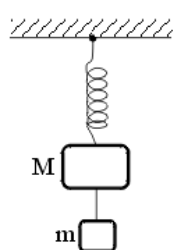
39.



Lefogott, 5 kg tömegű kocsin 2,5 kg tömegű testet 200 N/m rugóállandójú rugóval kötünk ki a kocsihoz. A rugót a kocsi hossz tengelyének irányában 0,2 m-rel kifeszítjük, majd a testet és a kocsit egyszerre elengedjük. A súrlódás elhanyagolható.

- a) Mekkora lesz a test, és mekkora a kocsi legnagyobb sebessége a talajhoz képest? **(1,46 m/s, 0,73 m/s;)**  
 b) Az elengedés után mennyi idő múlva érik el a legnagyobb sebességüket? **(0,14 s)**

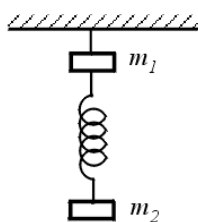
40.



Az ábrán látható rugóra függesztett testek tömege:  $M=0,3$  kg valamint  $m=0,1$  kg. A rugóállandó 20 N/m. A két testet vékony cérnaszál köti össze.

- a) Mekkora és milyen irányú gyorsulással indulnak el a testek, ha a cérnaszálat elvágjuk? **(9,81 m/s<sup>2</sup>, 3,27 m/s<sup>2</sup>)**  
 b) Mekkora lesz a rugó legkisebb megnyúlása a cérna elvágása után? **(9,81 cm)**

41.



Két azonos ( $m_1 = m_2 = 5$  kg) tömegű testet 250 N/m rugóállandójú csavarrugó köt össze. A felső testet fonállal függesztjük fel az ábra szerint. A testek kezdetben nyugalomban vannak.

- a) Mekkora gyorsulással indulnak el az egyes testek a fonal elvágása után? **(2g; 0)**  
 b) Mekkora a szabadon eső rendszer rezgésének periódusideje? **(0,63 s)**  
 c) Mekkora az egyes testek sebessége egy fél periódusidővel a fonal elvágása után? **(3 m/s, 3 m/s)**

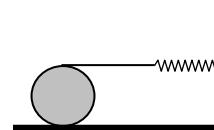
42.

Egy  $m$  tömegű tömör hengerre fonalat csavarunk és azt egy  $D$  dugóállandójú rugó közbeiktatásával falhoz rögzítjük. A hengert olyan helyzetben engedjük el, amikor a rugó megnyúlása  $\Delta l$ . A henger a talajon tisztán gördülve mozog.

a) Mekkora lesz a henger tömegközéppontjának maximális sebessége?

b) Mennyi idő alatt lazul meg a fonál?

( $m = 1$  kg,  $D = 150$  N/m,  $\Delta l = 0,2$  m.)



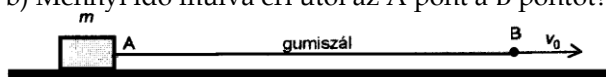
43.

Vízszintes, súrlódásmentes talajon egy  $m = 1$  kg tömegű test nyugszik. Oldalához (A pont) egy vékony, elhanyagolható tömegű gumiszálát rögzítettünk. A szál nyújtatlan hossza  $L_0 = 50$  cm.

Kezdetben a szál másik vége (B pont) az A ponttól vízszintes irányban  $L_0$  távolságra van. A gumiszál megnyúlásakor  $D = 100$  N/m direkciós erejű rugóként viselkedik, "összenyomódásra" pedig képtelen, meglazul, ekkor nem fejt ki erőt.

Valamely pillanatban a gumiszál B végét  $v_0 = 1$  m/s állandó sebességgel húzni kezdjük vízszintesen (az ábrán) jobbra mutató irányba és ezt a mozgást folyamatosan fenn is tartjuk.

- a) A létrejövő mozgás során mekkora lesz a legnagyobb távolság az A és B pontok között?  
 b) Mennyi idő múlva éri utol az A pont a B pontot?







## 12. Hullámmozgás

### Alapfeladatok

#### Hullámhossz, frekvencia, haladási sebesség

1.

Végtelen hosszú rugalmas pontsoron transzverzális hullám halad 20 m/s sebességgel. Az azonos fázisban rezgő pontok legkisebb távolsága 2 m, a rezgési amplitúdó 10 cm.

- Mekkora a frekvencia?
- Mekkora a rezgő tömegpontok legnagyobb sebessége?
- Mekkora fáziseltolódással rezegnek azok a pontok, amelyek távolsága 0,5 m?

2.

Egy  $F$  erővel kifeszített,  $A$  keresztmetszetű,  $\rho$  sűrűségű gumikötélre ráütve a kötélen hullám fut végig  $c$  sebességgel. A mértékegységek elemzésével dönts el, hogy az alábbi összefüggések közül melyik adhatja meg helyesen a hullám terjedési sebességét?

$$A) \quad c = \sqrt{\frac{F}{A\rho^2}} \qquad B) \quad c = \sqrt{\frac{F}{A\rho}} \qquad C) \quad c = \frac{F}{A\rho}$$

#### Terjedési tulajdonságok

3.

Egy hosszú vízszintesen kifeszített gumikötél végét fel-le rezgetjük, ezért a kötélen hullám halad. Válasszuk ki az igaz és hamis állításokat!

- A kötélen longitudinális hullám halad.
- A kötélen pontjai csak fel-le mozognak.
- A kötélen vannak olyan pontok, amelyek egyformán (azonos fázisban) rezegnek.
- A kötélen vannak olyan pontjai, amelyek nem rezegnek. Ezek a csomópontok.

4.

Hullám érkezik egy hullámtanilag ritkább közegből egy hullámtanilag sűrűbb közeg határfelületére a beesési merőlegessel pld  $60^\circ$ -os szöget bezáró irányból. Válasszuk ki az igaz és hamis állításokat!

- Az új közegbe belépő hullám törési szöge kisebb, mint  $60^\circ$ .
- Az új közegbe belépő hullám sebessége lecsökken.
- Az új közegbe belépő hullám hullámhossza lecsökken.
- Az új közegbe belépő hullám frekvenciája növekszik.

5.

Egy haladó hullám új közegbe hatol be, ahol hullámhossza 10 %-kal lecsökken. Hány százalékkal változik a frekvenciája?

- A) Nem változik. B) 10 %-kal növekszik. C) 10 %-kal csökken.

6.

Egy haladó hullám új közegbe hatol be, ahol sebessége 21 %-kal megnövekszik. Hány százalékkal változik hullámhossza?

- A) Nem változik. B) 11 %-kal növekszik. C) 21 %-kal növekszik.

#### Interferencia

7.

Vízben elhelyezett 1 cm széles réshez 10 cm/s sebességű, 2 Hz frekvenciájú víz hullámok érkeznek. Mi igaz, és mi nem a rés mögötti hullámtérben?

- Nem tapasztalunk számottevő elhajlást.
- A hullámmal kibírásszik, és a hullám részlegesen behatol az árnyéktérbe.
- A rés pontszerű hullámcentrumként viselkedik.

8.

Két azonos fázisban 5 Hz frekvenciával rezgő pontszerű hullámforrásból hullámok indulnak. A terjedési sebesség 2 m/s. Tekintsük a hullámtér azon pontját, ami az egyik hullámcentrumtól 40 cm távolságra, a másik hullámcentrumtól 60 cm távolságra van. Mit tapasztalunk a tekintett pontban, ha a két hullám itt találkozik?

- A) Maximális erősítést.
- B) Maximális gyengítést.
- C) Itt nincs maximális erősítés vagy maximális gyengítés.

#### Állóhullámok

9.

Egy 40 cm hosszú húron a hullámok haladási sebessége 1600 m/s. Mennyi a húr alaphfrekvenciája, első és második felharmonikusának frekvenciája?

10.

Egy húron a transzverzális hullámok sebessége 360 m/s, a húr alaphfrekvenciája 200 Hz.

- Határozd meg a húr hosszúságát!
- Mekkora lesz az alaphfrekvencia, ha a húrt 10 cm-rel rövidebbre fogjuk?

### Haladó szintű feladatok

#### Hullámhossz, frekvencia, haladási sebesség

11.

Egy vízszintesen kifeszített gumikötélen harmonikus transzverzális hullám halad  $c = 4$  m/s sebességgel. A hullámhossz  $\lambda = 0,5$  m, a kötélpontjainak maximális kitérése a kötéltre merőleges irányban  $A = 0,1$  m. Határozzuk meg a kötélpontjai sebességének nagyságát, amelyeknek kitérése:

- a)  $y_1 = A$ ,
- b)  $y_2 = 0$ ,
- c)  $y_3 = A/2$ !

#### Terjedési tulajdonságok

12.

Keskeny 3500 Hz frekvenciájú hullámmal érkezik egy gumitömbben a vele érintkező acéltömb határfelületéhez  $10^\circ$ -os beesési szöggel. A terjedési sebesség gumiban 1570 m/s, acélban 5000 m/s.

- Mekkora az acélba lépő hullám törési szöge?
- Mekkora a hullámhossz gumiban, ill. acélban?

13.

1 MHz-es ultrahang-hullám sebessége levegőben 340 m/s, egy bizonyos folyadékban 1500 m/s. Ugyanilyen frekvenciájú elektromágneses hullám sebessége levegőben  $3 \cdot 10^8$  m/s, az említett folyadékban  $3 \cdot 10^7$  m/s.

- a) Milyen irányból és mekkora beesési szöggel érkező ultrahang-, illetve elektromágneses hullámok fognak teljesen visszaverődni a két közeg határfelületén? ( **$13,1^\circ$ ,  $5,74^\circ$** )
- b) A példában szereplő kétféle hullám közül melyik polarizálható? (A válasz indokoljuk meg!) (**az elektromágneses hullám, mert transzverzális**)
- c) A levegőben, visszaverődéssel előidézett állóhullámok esetén milyen közel van egymáshoz két csomópont az ultrahang-hullámban, illetve az elektromágneses hullámban? ( **$0,17$  mm,  $150$  m**)

## Interferencia

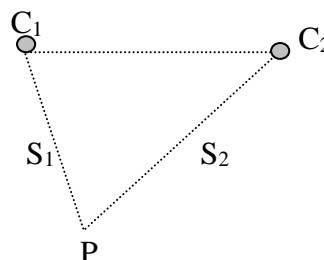
14.

Egy vízfelületen két azonos frekvenciájú és fázisú pontszerű hullámcentrum kelt 10 cm hullámhosszúságú körhullámokat. A vízfelület valamely P pontja az első hullámcentrumtól 50 cm, a második hullámcentrumtól 65 cm távolságra van.

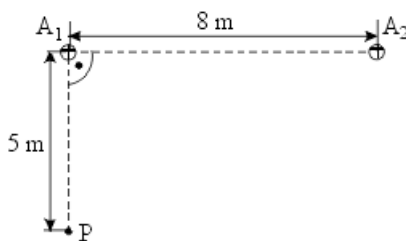
- Milyen jellegű interferencia jön létre a P pontban? (Erősítés vagy gyengítés?)
- Mekkora a P pont rezgési amplitúdója, ha az első hullámcentrumból érkező hullám amplitúdója 4 cm, a másodiktól jövőé pedig 3 cm?

15.

Az ábrán látható  $C_1$  és  $C_2$  pontokban azonos frekvenciával és fázisban működő hullámcentrumok vannak. A hullámcentrumok frekvenciája 500 Hz és 700 Hz között változtatható. A két hullámcentrumból induló hullámok találkozását a P pontban vizsgáljuk, ami  $C_1$ -től  $s_1 = 3$  m távolságra,  $C_2$ -től  $s_2 = 4$  m távolságra van. A hullámok terjedési sebessége  $c = 300$  m/s. Mekkora frekvenciánál tapasztalunk P-ben maximális erősítést?



16.



Két hangszórót ( $A_1$  és  $A_2$ ) közös hanggenerátorról működtetünk, melynek frekvenciája 750 Hz és 820 Hz között folyamatosan változtatható. A két hangszóró-membrán azonos fázisú harmonikus rezgést végez. A hanghullám terjedési sebessége a levegőben 340 m/s.

a) Adja meg azt a frekvenciát, amely esetén a P pontban maximális erősítést kapunk!

**(766,8 Hz)**

b) Mely hullámhossznál kapjuk a P pontban a legnagyobb mértékű gyengítést? **(0,422 m)**

17.

Egy függőleges faltól 2 m távolságra egy minden irányba "sugárzó" hangszóró 320 Hz frekvenciájú hangot sugároz. Milyen hullámtalálkozás figyelhető meg a faltól 2 m és a hangszórótól 3 m távolságra lévő pontban. (A vizsgált pont a hangszóróval azonos magasságban van. A hang terjedési sebessége az adott körülmények között 320 m/s.)

18.

Egy vízfelület valamely pontjában két, egyenként 1-1 cm amplitúdójú, azonos frekvenciájú hullám találkozik. A víz felülete ezen a helyen 1 cm amplitúdóval rezeg. Mekkora ezen a helyen a találkozó hullámok fáziskülönbsége?

- A)  $90^\circ$       B)  $60^\circ$       C)  $120^\circ$

## Állóhullámok

19.

Egy kifeszített, mindkét végén rögzített, 1 m hosszúságú húron a transzverzális hullámok 500 m/s nagyságú sebességgel haladnak. Mekkora frekvenciájú hangokat hallunk, ha a húrt megpendítjük?

- A) 500 Hz      B) 250 Hz, 500 Hz, 750 Hz      C) 1000 Hz, 2000 Hz, 3000 Hz

20.

Egy hangszer állítható hosszúságú húrját megpendítve 200 Hz frekvenciájú hangot hallunk. A húrt 10 cm-rel rövidebbre fogva 250 Hz lesz a frekvencia. Milyen hosszúságú az első esetben a húr?

## Versenyfeladatok

21.

A  $p_0$  alacsony nyomású levegőben harmonikus hanghullám terjed. Mit mondhatunk azon helyeken a nyomásról, ahol a levegő kitérése a nyugalmi állapothoz képest nulla.

A) a nyomás  $p_0$     B) A nyomás ezeken a helyeken maximális, vagy minimális.

22.

A  $p_0$  alacsony nyomású levegőben  $\nu$  frekvenciájú hanghullám halad a hangforrástól nagy távolságban  $c$  sebességgel. A hangterjedés közben a levegő maximális nyomásváltozása  $\Delta p$

a) Mutassuk meg, hogy a hanghullámban létrejövő maximális sűrűségváltozás

$$\Delta \rho = \frac{\Delta p}{c^2}.$$

b) Mutassuk meg, hogy a levegő hullámmozgás miatti rezgési amplitúdója

$$A = \frac{1}{\kappa} \frac{\Delta p}{p_0} \frac{c}{2\pi\nu},$$

ahol  $\kappa$  a levegő állandó nyomású, és állandó térfogatú fajhőjének aránya.

c) Határozzuk meg a maximális sűrűségváltozást, és a rezgési amplitúdót  $p_0 = 10^5$  Pa,  $\nu = 440$  Hz,  $c = 330$  m/s és  $\Delta p = 0,2$  Pa esetén.

Útmutatás:

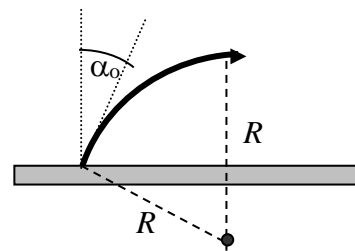
- A hétköznapi életben tapasztalható hangjelenségek esetén a hanghullámban a nyomás, a sűrűség, és a hőmérséklet relatív változása olyan kicsiny, hogy ha a relatív változást  $x$  jelöli, akkor közismert  $(1+x)^n \approx 1+nx$  közelítés alkalmazható. A feladatban megfogalmazott állítások is ezen közelítés rendjében teljesülnek.
- A megoldásban bizonyítás nélkül felhasználható, hogy a hang sebessége gázban

$c = \sqrt{\frac{\kappa RT_0}{M}}$ , ahol  $R$  a gázállandó,  $T_0$  a gáz (alap)hőmérséklete,  $M$  a moláris tömege,

$\kappa = c_p/c_v$ .

23.

Ha a levegő hőmérséklete a talaj szintjétől fölfelé haladva folyamatosan változik, akkor változik a levegőbeli hangsebesség is. Ennek következtében a talajról induló keskeny hanghullám nyaláb pályája a folyamatos törés következtében görbül. Jelöljük  $c(y)$ -nal a hang sebességét  $y$  magasságban, és  $\alpha$ -val a nyaláb haladási irányának a függőlegessel bezárt szögét!



a) Mutassuk meg, hogy a hangnyaláb pályája mentén  $\sin(\alpha)$  egyenesen arányos  $c(y)$ -nal!

b) Különleges időjárási viszonyok esetén előfordulhat, hogy a talajról  $\alpha_0 = 80^\circ$ -os szögben,  $c_0 = 330$  m/s sebességgel induló keskeny hangnyaláb egy  $R = 10$  km sugarú körív mentén halad az ábra szerinti módon. Hogyan változik ekkor a levegő hőmérséklete a magasság függvényében?

Útmutatás:

A megoldásban bizonyítás nélkül felhasználható, hogy a hang sebessége gázban

$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT}{M}},$$

ahol  $R = 8.31 \text{ J/mol.K}$  a gázállandó,  $T$  a gáz hőmérséklete,  $M$  a moláris tömege,  $\kappa = c_p / c_v$ .  
Levegő esetén  $M = 29 \text{ g/mol}$ ,  $\kappa = 1,4$ .

## 13. Gázok állapotegyenlete, gáztörvények

### Alapfeladatok

#### A hőmérséklet fogalma, az ekvipartíció törvénye

1.

Egy héliumot és neont tartalmazó gázban mely atomoknak nagyobb az átlagenergiája?

A) A He atomoknak. B) A Ne atomoknak. C) Az átlagenergiák egyenlők.

2.

Egy héliumot és neont tartalmazó gázban mely atomoknak nagyobb az átlagsebessége?

A) A He atomoknak. B) A Ne atomoknak. C) Az átlagsebességek egyenlők.

#### Állapotegyenlet

3.

A napjainkban elérhető legjobb vákuum 273 K hőmérsékleten,  $10^{-11}$  Pa. Hány részecske van ilyen nyomáson 1 cm<sup>3</sup>-nyi térfogatú gázban?

(A Boltzmann-állandó értéke  $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K.)

4.

Egy  $2 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup> térfogatú gáztartályban  $5 \cdot 10^{22}$  darab neonatom van. A gáz nyomása  $10^5$  Pa. Határozzuk meg a gáz hőmérsékletét!

(A gázállandó értéke  $R = 8,31$  J/mol·K, a Boltzmann-állandó  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K.)

5.

Egy 35 literes gázpalackban 0°C -os hőmérsékletű oxigéngáz van. A gáz tömege 0,4 kg. Mekkora az oxigén nyomása?

(Az oxigén moláris tömege  $M = 32$  g/mol, a Boltzmann-állandó  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K, a moláris gázállandó  $R = 8,31$  J/mol·K, az Avogadro-szám  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  1/mol.)

6.

Mekkora a 10 cm<sup>3</sup> térfogatú villanykörtében levő argongáz tömege, ha 120°C átlagos hőmérsékleten a körtében  $9,7 \cdot 10^4$  Pa a nyomás?

(Az argon moláris tömege 40 g/mol, a Boltzmann-állandó  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K, a moláris gázállandó

$R = 8,31$  J/mol·K, az Avogadro-szám  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  1/mol.)

7.

Egy 35 literes gázpalackban 0°C hőmérsékletű oxigéngáz van. A gáz tömege 0,4 kg.

Mekkora az oxigén nyomása? (Az oxigéngáz moláris tömege  $M = 32$  g/mol, a gázállandó  $R = 8,31$  J/mol·K, a Boltzmann-állandó  $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K.)

#### Egyesített gáztörvény

8.

Egy mélyhűtőszekrényben -20°C a hőmérséklet. A szekrény ajtaja közel légmentesen zár.

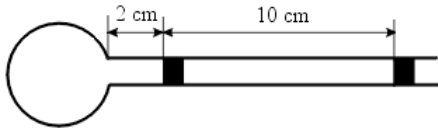
Ha az ajtót kinyitjuk, majd zárása után néhány másodperccel újra nyitni akarjuk, akkor az ajtó nehezen nyílik. Mi lehet a jelenség magyarázata?

9.

Nemesgázzal töltött üvegfialában a töltéskor, 20°C hőmérsékleten, a nyomás  $9,2 \cdot 10^4$  Pa.

Szétrobban-e a fiola, ha a gáz hőmérsékletét 92°C-ra emeljük? (Az üvegfiala maximálisan  $1,15 \cdot 10^5$  Pa belső nyomást bír ki, az üveg hőtágulása elhanyagolható.)

10.



Egy  $9,8 \text{ cm}^3$ -es üveggömbhöz  $0,1 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű, a végén nyitott, vízszintes üvegcső csatlakozik. A csőben egy higanycsepp  $27^\circ\text{C}$ -on a gömbtől  $2 \text{ cm}$ -re. Hány fok a hőmérséklet akkor, ha változatlan nyomás mellett a higanycsepp  $10 \text{ cm}$ -re távolodott el a kezdeti helyzetétől? (330 K)

### Haladó szintű feladatok

11.

Melyik fizikai mennyiség mértékegysége a  $\frac{\text{kg}}{\text{m s}^2}$  ?

A) nyomás B) energia C) erő

12.

Egy  $p$  nyomású,  $T$  hőmérsékletű gázban  $r$  sugarú, gömb alakú részecskék vannak. Az alábbiak közül melyik összefüggés adhatja helyesen a részecskék átlagos szabad úthosszát, azaz a két ütközés között átlagosan megtett utat?

$$A) \frac{kT}{4\sqrt{2}\pi pr^2} \quad B) \frac{kT}{4\sqrt{2}\pi pr} \quad C) \frac{kT^2}{4\sqrt{2}\pi pr}$$

13.

Ha egy gáztartályban a  $\rho$  sűrűségű gáz nyomása ( $p_b$ ) nagyobb, mint a külső nyomás ( $p_k$ ) és a tartály lyukas akkor a gáz kifelé áramlik a lyukon. Melyik összefüggés adhatja meg a kiáramlás sebességét?

$$A) v = \sqrt{\frac{2(p_b - p_k)}{\rho^2}} \quad B) v = \sqrt{\frac{2(p_b - p_k)}{\rho}} \quad C) v = \sqrt{\frac{2(p_b - p_k)^2}{\rho}}$$

### A hőmérséklet fogalma, az ekvipartíció törvénye

14.

Egy gáztartályban  $\text{H}_2$  és  $\text{He}$  gáz keveréke van.

a) Milyen kapcsolat van a részecskék haladó mozgásának átlagos sebességei között?

A)  $v_{\text{hidrogén}} = v_{\text{hélium}}$  B)  $v_{\text{hidrogén}} > v_{\text{hélium}}$  C)  $v_{\text{hidrogén}} < v_{\text{hélium}}$

b) Mekkora a két sebesség aránya?

A) 1:1 B) 1:2 C)  $1: \sqrt{2}$

15.

Egy héliumot és neont tartalmazó gázban mely atomoknak nagyobb az átlagos lendületnagysága?

A) A  $\text{He}$  atomoknak. B) A  $\text{Ne}$  atomoknak C) Az átlagos lendületnagyságok egyenlők.

16.

Ha egy gáz hőmérséklete  $-23^\circ\text{C}$ -ról  $227^\circ\text{C}$ -ra emelkedik, akkor hányszorosára növekszik részecskéinek átlagenergiája?

A)  $\sqrt{2}$  B) 3,5 C) 2



17.

Ha egy gáz hőmérséklete  $-73^{\circ}\text{C}$ -ról  $27^{\circ}\text{C}$ -ra emelkedik, akkor hány %-kal növekszik részecskéinek átlagenergiája?

- A) 37%-kal;      B) 17%-kal;      C) 50 %-kal.

18.

Milyen nagyságrendű egy oxigénmolekula átlagos sebessége szobahőmérsékleten?

- A) 5 m/s    B) 50 m/s    C) 500 m/s

19.

A  $30^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű levegőben 20 mikrométer átmérőjű,  $2500 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű, gömb alakú füst-szemcsék lebegnek. Mekkora az átlagsebességük?

### Állapotegyenlet

20.

Egy gáztartályban 10 l térfogatú  $58^{\circ}\text{C}$ -os  $1,5 \cdot 10^7 \text{ Pa}$  nyomású oxigén van. A tartályból kiengedjük a gáz egy részét, így a nyomás  $5 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ , a hőmérséklet  $18^{\circ}\text{C}$  lesz. Mennyi gáz volt a tartályban és mennyit engedünk ki?

21.

Súrlódás nélkül mozgó, elhanyagolható tömegű dugattyú  $500 \text{ dm}^3$  térfogatú gázt zár be egy edénybe. A gáz hőmérséklete 350 K. Mekkora lesz a maradék gáz térfogata, ha a hőmérsékletét 50 fokkal csökkentjük, és kiengedjük a gáz  $2/3$  részét?

22.

Egy gáztartályban  $27^{\circ}\text{C}$  fokos,  $1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású ideális gáz van. Ha a gáz negyedrészt kiengedjük, a hőmérséklet  $10^{\circ}\text{C}$  fokkal csökken. Mennyi lesz a palackban a nyomás ezután?

23.

Egy tartályba zárt gáz 25%-át kiengedik miközben a hőmérséklet nem változik. Hogyan változik a visszaradók gáz nyomása?

- A) 25%-kal csökken.    B) 25%-kal növekszik.    C) Nem változik.

24.

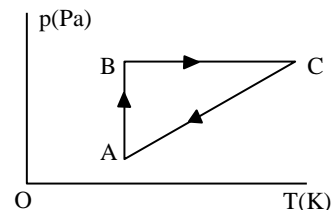
Egy zárt hengert egy könnyen mozgó, fémből készült dugattyú két egyenlő térfogatú részre oszt. A dugattyú bal oldalán hidrogéngáz, a jobb oldalán nitrogéngáz van. A dugattyú már hosszabb ideje egyensúlyban van. Melyik oldalon van több gázzészecske?

- A) A bal oldalon.    B) A részecskeszámok egyenlők.    C) A jobb oldalon.

25.

Egy ideális gáz állapotváltozása látható az ábrán. Van-e olyan szakasza az állapotváltozásnak ahol a gáz térfogata állandó?

- A) Van.    B) Nincs.    C) Nem dönthető el.



26.

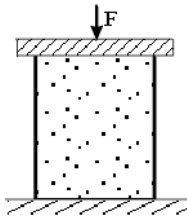
Ha egy ideális gáz állapotváltozásánál a nyomás egyenesen arányos a térfogattal, akkor milyen kapcsolat van a térfogat és a hőmérséklet között?

- A)  $V \sim T$     B)  $V \sim T^2$     C)  $V^2 \sim T$

27.

- a) Milyen kapcsolat van állandó nyomáson a gázok sűrűsége és hőmérséklete között?  
b) Készítse el az  $1,66 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású hidrogéngáz hőmérséklet-sűrűség grafikonját!

28.



Egy  $44,8 \text{ dm}^3$  térfogatú és  $1,12 \text{ m}$  magas hengerben  $0^\circ\text{C}$  hőmérsékletű oxigén van. A  $200 \text{ kg}$  tömegű fedőt egy külső szerkezet  $F$  erővel szorítja a hengerhez. Ha a bezárt oxigént  $273^\circ\text{C}$ -ra melegítjük fel, akkor az oxigén éppen megemeli a fedőt. A külső levegő nyomása  $10^5 \text{ Pa}$ , az oxigén sűrűsége  $0^\circ\text{C}$ -on és  $10^5 \text{ Pa}$  nyomáson  $1,43 \text{ kg/m}^3$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ ;  $F=18000 \text{ N}$ .

- a) Mekkora volt a gáz nyomása a melegítés előtt? (**300 kPa**)  
 b) Hány gramm oxigén volt a hengerben? (**192 g**)

### Egyesített gáztörvény

29.

Egy gáz térfogata  $50\%$ -kal növekszik, miközben nyomása  $50\%$ -kal csökken. Hány százalékkal változik a kelvinben kifejezett hőmérséklete?

- A)  $0\%$       B)  $25\%$ -kal növekszik      C)  $25\%$ -kal csökken

30.

Hogyan változik egy gáz sűrűsége, ha nyomása, és Kelvinben mért hőmérséklete kétszeresére növekszik?

- a) kétszeresére növekszik    b) négyszeresére növekszik    c) nem változik

31.

Egy gázt állandó térfogaton melegítünk. A gáz nyomása  $20\%$ -kal növekszik. Hány  $^\circ\text{C}$ -kal emelkedik a gáz hőmérséklete, ha kezdetben  $27^\circ\text{C}$  volt?

- A)  $60^\circ\text{C}$       B)  $5,4^\circ\text{C}$       C)  $10^\circ\text{C}$

32.

Egy dugattyúval elzárt ideális gáz Kelvin-skálán mért hőmérsékletét állandó nyomáson kétszeresére növelik. Mit mondhatunk a gáz sűrűségéről?

- A) Nem változik.      B) Kétszeresére növekszik.    C) Felére csökken.

33.

Egy argongázzal töltött izzólámpa térfogata  $84,2 \text{ cm}^3$ .

- a) Mekkora a gáz tömege, ha nyomása  $120^\circ\text{C}$  hőmérsékleten  $9,7 \cdot 10^4 \text{ Pa}$ ? (**0,1 g**)  
 b) Mekkora a gáz nyomása  $20^\circ\text{C}$ -on? (**72,3 kPa**)

Az általános gázállandó:  $8,31 \text{ J/molK}$ ; a Boltzmann-állandó:  $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ; az Avogadro-szám:  $6,02 \cdot 10^{23}$ ; az argon móltömege:  $40 \text{ g/mol}$ .

34.

Egy  $20 \text{ literes}$  palackban  $100 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású  $0^\circ\text{C}$  hőmérsékletű oxigén van. Az oxigénből kiengedünk  $0,86 \text{ kg}$ -ot.

- a) Mekkora lesz a nyomás, ha a hőmérséklet ismét  $0^\circ\text{C}$ ? ( **$70,9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$** )  
 b) Mekkora hőmérsékletre kell az oxigént melegítenünk, hogy nyomás újból  $100 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  legyen? (**390 K**)

Az oxigén sűrűsége  $0^\circ\text{C}$  és  $10^5 \text{ Pa}$  nyomás mellett  $1,42 \text{ kg/m}^3$ .

35.

$8 \text{ dm}^3$  térfogatú tartályban  $12 \text{ gramm}$  tömegű gáz van  $295 \text{ K}$  hőmérsékleten. Egy-egy molekula tömege:  $6,64 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$ . Az edényből kiengedünk  $3 \text{ gramm}$  gázt. A maradék  $290 \text{ K}$  hőmérsékletű lett.

- a) Mekkora volt a gáznyomás kezdetben?  
 b) Mennyi lett a nyomás új értéke?  
 c) Hány gázmolekulát engedünk ki?

## Versenyfeladatok

36.

Igaz-e, hogy az állandó hőmérsékletű légkörben, nagy magasságban, a gravitációs hatás miatt átlagosan lassabban mozognak az oxigén-molekulák mint a Föld felszínén?

- A) Igaz    B) Bizonyos feltételek mellett igaz    C) Nem igaz

37.

Egy porózus falú zárt edényt hidrogén gázzal töltünk meg, az edényen kívül levegő van. A levegő és a hidrogén nyomása és hőmérséklete kezdetben megegyezik. Hogyan kezd változni az edényben a nyomás?

- A) nem változik;    B) növekedni kezd;    C) csökkenni kezd.

38.

Egy  $A = 0,5 \text{ m}^2$  keresztmetszetű gázcsőben  $v = 2 \text{ m/s}$  sebességgel  $p = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású  $\text{N}_2$  gáz áramlik. A gáz hőmérséklete  $T = 300 \text{ K}$ .

- a) Hány  $\text{m}^3$  térfogatú gáz áramlik át a cső valamely keresztmetszetén  $t = 1$  másodperc alatt?  
 b) Határozzuk meg az 1 másodperc alatt átáramlott gáz tömegét!  
 (A nitrogén móltömege  $M = 28 \text{ g/mol}$ ,  $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ ,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ )

39.

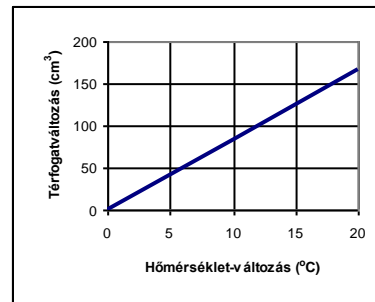
Csővezetéken  $17^\circ\text{C}$  hőmérsékletű,  $5 \times 10^5 \text{ Pa}$  nyomású nitrogén áramlik. A cső  $6 \text{ cm}^2$  területű keresztmetszetén 5 perc alatt  $2,5 \text{ kg}$  gáz áramlik át.

- a) Mennyi az áramló gáz sűrűsége? ( **$5,8 \text{ kg/m}^3$** )  
 b) Mennyi a gáz áramlási sebessége? ( **$2,4 \text{ m/s}$** )

$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$ ,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$  és  $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ . 1 mol nitrogén tömege  $28 \text{ g}$ .

40.

Egytized mól ideális gázt melegíteni kezdünk állandó nyomáson. A gáz térfogatváltozását a hőmérséklet-változás függvényében a mellékelt grafikonon láthatjuk. Határozzuk meg a gáz nyomását!



41.

Egy tartályban  $0,06 \text{ kg}$  tömegű hélium és  $0,22 \text{ kg}$  tömegű neongáz van. Az elegy nyomása  $2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ , a hőmérséklet  $63^\circ\text{C}$ . A hélium egy móljának tömege  $4 \text{ g}$ , a neoné  $20 \text{ g}$ .

- a) Mekkora a tartály térfogata?  
 b) Mekkora a gázatomok átlagos mozgási energiája?

42.

Egy ideális gáz hélium atomokat és oxigén molekulákat tartalmaz. A gázkeverék tömege  $20 \text{ gramm}$ , térfogata  $200 \text{ kPa}$  nyomáson és  $27^\circ\text{C}$  hőmérsékleten  $18,63 \text{ liter}$ .

- a) Határozd meg a gázkeverék anyagmennyiségét mol-ban kifejezve!  
 b) Hány mol hélium és hány mol oxigén van a gázkeverékben?

43.

A He-Ne gázlézerben a héliumok és a neonnak olyan elegye van, amelyben a He-atomok száma kilencszerese a Ne-atomoknak. A  $130 \text{ Pa}$  nyomású elegy egy  $50 \text{ cm}^3$  térfogatú üvegcsőbe van zárva.

- a) Mekkora a nyomás az üvegcsőben, ha benne még csak a szükséges mennyiségű héliumgáz van? ( **$117 \text{ Pa}$** )

Az üvegcsovák töltése egy-egy 2 liter térfogatú ballonból történik: az egyikben 1200 Pa nyomású héliumgáz, a másikban 4000 Pa nyomású neongáz van. Az üvegcsovákban és a ballonokban lévő gázok azonos hőmérsékletűek.

b) Legfeljebb hány gázlézerhez elegendő a ballonokban lévő gázmennyiség? **(410)**

**44.**

Egy beteg lélegeztetéséhez használt 75 liter térfogatú 18°C hőmérsékletű palackban lévő oxigén nyomása már csak  $6 \cdot 10^5$  Pa. A palackból addig lehet oxigént kinyerni, amíg nyomása a külső  $10^5$  Pa értékre nem csökken. A beteg ellátásához percnként 2,5 liter,  $10^5$  Pa nyomású oxigénre van szükség.

a) Mekkora a palackban lévő  $6 \cdot 10^5$  Pa nyomású oxigéngáz sűrűsége? **(7,94 kg/m<sup>3</sup>)**

b) E gáz tömegének hányad részét tudjuk még kinyerni? **(5/6)**

c) Hány órán át elegendő a palackból még kinyerhető gáz? **(2,5 h)**

A gáz hőmérséklete mindvégig 18°C.  $R=8,31$  J/molK.

**45.**

Egy 50 literes gázpalackban 17°C-on  $1,5 \cdot 10^6$  Pa nyomású levegő van. A palackot a levegővel együtt lassan 200°C-ra melegítjük. Amikor a palackban lévő levegő nyomása a  $2 \cdot 10^6$  Pa értéket, kinyílik egy biztonsági szelep, amelyen keresztül úgy áramlik ki a levegő, hogy a benti nyomás végig  $2 \cdot 10^6$  Pa marad. Ha a benti nyomás  $2 \cdot 10^6$  Pa alá süllyed, a szelep újra bezárul.

a) Hány°C hőmérsékletnél nyílik ki a szelep? **(113,6°C)**

(A palack hőtágulását ne vegyük figyelembe!)

b) Ha a 200°C elérése után lehűl a gáz 17°C-ra, mekkora lesz a palackban maradt gáz nyomása? **(1,226 MPa)**

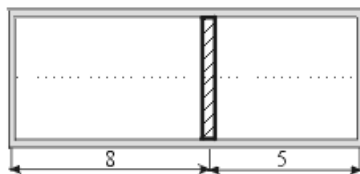
**46.**

Függőlegesen álló, mindkét végén zárt, hengeres edényt  $5 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű, 0,3 kg tömegű, súrlódás nélkül mozgó dugattyú két egyenlő térfogatú részre oszt. A két részben a hőmérséklet egyenlő, a felső térfogatban lévő gáz nyomása 60 kPa. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Hányszor annyi molekula van az alsó térfogathelyen, mint a felsőben? **(1,1)**

b) Az edényt vízszintes helyzetbe fektetjük, és az abszolút hőmérsékletet 20 %-kal növeljük. Mekkora nyomás alakul ki az edényben? **(75,6 kPa)**

**47.**



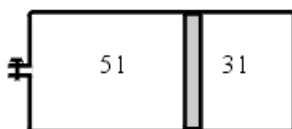
Henger alakú zárt edényben súrlódásmentes, jól záró, vékony dugattyú áll. Kiinduláskor a dugattyú bal oldalán 8 liter normálállapotú, a jobb oldalán 5 liter normálállapotú gáz van lezárva. A jobb oldali gázt ezután 100°C-ra melegítjük, miközben a dugattyútól balra levő részt továbbra is 0°C-on tartjuk. A henger fala és a dugattyú

hőszigetelőnek tekinthető.

a) Mekkora lesz az egyik, illetve a másikkoldalán a nyomás, ha a dugattyút nem engedjük melegítés közben elmozdulni? **( $p_J = 138,4 \text{ kPa}$ ,  $p_B = 100 \text{ kPa}$ )**

b) Mekkora lesz a bal, illetve a jobb oldali részben a gáz nyomása és térfogata, ha a dugattyú a melegítés folyamán elmozdulhat? **( $p_K = 115 \text{ kPa}$ ,  $V_J = 5,98 \text{ dm}^3$ ,  $V_B = 7,02 \text{ dm}^3$ )**

**48.**

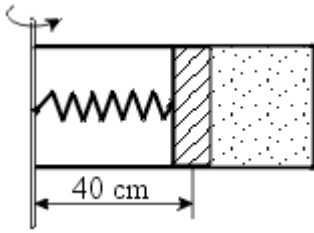


Az ábrán látható hengert egy súrlódásmentesen mozgatható fal egy 5 literes és egy 3 literes részre osztja. A hengerben a környezet hőmérsékletével azonos hőmérsékletű, de a külső levegő nyomásánál megfelelően nagyobb nyomású gáz van. A fal és a henger jó hővezető. A henger alapterülete  $1 \text{ dm}^2$ .

A baloldali részből kiengedjük a gáz tömegének  $2/5$  részét.

Hol állapodik meg a fal, miután minden része felvette a környezet hőmérsékletét? **(középre áll be)**

49.



Függőleges tengely körül, az ábrán látható módon, egy  $0,5 \text{ dm}^2$  belső keresztmetszetű henger foroghat. A hengerben súrlódásmentesen mozoghat egy  $4 \text{ kg}$  tömegű dugattyú, amelynek tömegközéppontja nyugalmi helyzetben  $40 \text{ cm}$  távolságban van a forgástengelytől. A jól záró dugattyú  $2 \text{ dm}^2$  térfogatú,  $10^5 \text{ Pa}$  nyomású gázt zár be a hengerbe. A külső levegő nyomása  $10^5 \text{ Pa}$ . A dugattyút a tengellyel feszítetlen,  $1000 \text{ N/m}$  rugóállandójú rugó köti össze. A hengert a

függőleges tengely körül lassan felpörgetjük, majd  $40 \text{ 1/s}$  állandó szögsebességű forgásban tarjuk. A gáz hőmérséklete nem változik.

Mennyi lesz a felpörgetés után a rugó megnyúlása, a hengerbe zárt gáz nyomása?

( $0,36 \text{ m}$ ;  $1 \text{ MPa}$ )

50.

Függőleges tengelyű hengerben súrlódásmentesen mozgatható, jól záró,  $10 \text{ kg}$  tömegű dugattyú alatt ideális gáz van. A henger alapterülete  $50 \text{ cm}^2$ . Az edényt  $8 \text{ m/s}^2$  gyorsulással függőlegesen mozgatva a gázoszlop hossza a dugattyú alatt  $31 \%$ -kal csökken, miközben a gáz hőmérséklete  $20\%$ -kal nő. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Hány százalékkal változik közben a gáz nyomása? ( $74 \%$ )

b) Mekkora a külső légnyomás?

51.

Egy Föld körül keringő űrállomás zárt kabinjában  $p = 50 \text{ kPa}$  nyomású,  $T = 295 \text{ K}$  hőmérsékletű oxigén-gázt tartalmazó mesterséges légkör van. A kabin belső térfogata  $V = 80 \text{ m}^3$ . A kabin falán egy kicsiny,  $A = 0,1 \text{ mm}^2$  alapterületű lyuk keletkezik, és az oxigén szökni kezd. Becsülje meg, hogy mennyi idő alatt csökken a kabinban a nyomás  $1 \%$ -kal!

(A kabin belsejében a fűtőrendszer állandó hőmérsékletet tart.)

## 14. Hidrosztatika

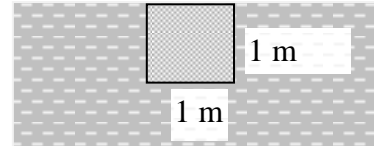
### Alapfeladatok

#### Hidrosztatikai nyomás

1.

Egy 1 méter oldalhosszúságú kocka úgy merül vízbe, hogy felső lapja a vízfelszín síkjában van. A légnyomás  $100\,000\text{ N/m}^2$ . Mekkora erővel nyomja a levegő a kocka felső lapját?

- A)  $100\,000\text{ N}$       B)  $200\,000\text{ N}$       C)  $10\,000\text{ N}$



Mekkora erővel nyomja a víz az előző feladatban szereplő kocka alsó lapját?

- A)  $10\,000\text{ N}$       B)  $110\,000\text{ N}$       C)  $5000\text{ N}$

Mekkora erővel nyomja a víz az előzőleg vizsgált kocka egyik oldallapját?

- A)  $10\,000\text{ N}$       B)  $105\,000\text{ N}$       C)  $110\,000\text{ N}$

2.

Az „Alfa osztályba” tartozó, titánból készült tengeralattjárók képesek  $700\text{ m}$  mélyre víz alá merülni.

- a) Mekkora a víz súlyából származó hidrosztatikai nyomás ebben a mélységben?  
 b) Mekkora erővel nyomja a víz a tengeralattjáró felületének tenyérnyi ( $1\text{ dm}^2$  területű) darabját?  
 c) Hány darab, egyenként  $1000\text{ kg}$  tömegű autó súlyával egyenlő ez az erő?  
 (A tengervíz sűrűségét vegyük  $1000\text{ kg/m}^3$ -nek!)

3.

Milyen magas vízoszlop hidrosztatikai nyomása egyenlő  $76\text{ cm}$  magas higany hidrosztatikai nyomásával?

- A)  $1\text{ méter}$       B)  $10^5\text{ méter}$       C)  $10\text{ méter}$

4.

Milyen hosszú csőre lenne szükség, ha higany helyett vízzel akarnánk elvégezni a Torricelli kísérletet?

- A)  $2\text{ m}$       B)  $8\text{ m}$       C)  $12\text{ m}$

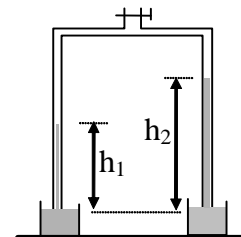
5.

Mindkét végén nyitott,  $1\text{ cm}^2$  keresztmetszetű, U alakú csőbe higanyt öntünk, majd az egyik szárba a higany fölé  $40\text{ cm}^3$  vizet rétegzünk. Mekkora lesz a higanyfelszínének szintkülönbsége a két szárban? (A higany és a víz sűrűsége  $13600\text{ kg/m}^3$ , ill.  $1000\text{ kg/m}^3$ .)

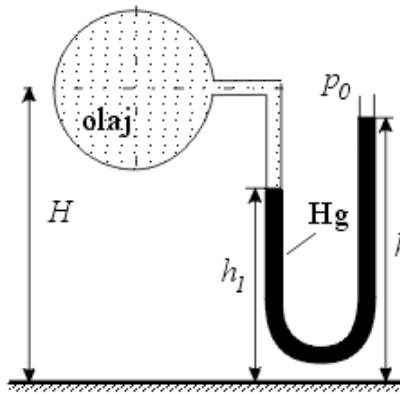
6.

Az ábrán látható, fordított U betűhöz hasonló alakú, nyitott végekkel rendelkező üvegcső egyik végét vízbe, a másik végét alkoholba mártjuk. A csapot kinyitjuk és folyadékot szívunk a szárukba, majd a csapot elzárjuk. A víz  $h_1 = 20\text{ cm}$ , az alkohol  $h_2 = 25\text{ cm}$  magasra emelkedik.

- a) Ismerve a víz sűrűségét ( $\rho_1 = 1000\text{ kg/m}^3$ ) határozd meg az alkohol sűrűségét!  
 b) Hány Pa-lal kisebb a nyomás a folyadékok felett, mint a külső légnyomás?



7.



Egy olajjal töltött csővezeték középvonalában a nyomást higannyal töltött U alakú üvegcső segítségével kívánjuk meghatározni. Az ábrán látható magasságok:  $H=1,3$  m,  $h_1=400$  mm,  $h_2=840$  mm. Az U alakú cső jobb oldali ága nyitott, a bal oldali ágban a higany fölött végig olaj van. A  $p_0$  külső légnyomás 720 mm magas higanyoszlop nyomásával egyezik meg.

- Hány pascal a külső légnyomás?
- Mekkora a csővezeték középvonalában ( $H$  magasságban) a nyomás?

A higany sűrűsége:  $13600$  kg/m<sup>3</sup>, az olajé  $930$  kg/m<sup>3</sup>,  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

### Arkhimédész törvénye, felhajtóerő

8.

A Holdra leszállt holdkompban hat-e felhajtóerő a vízbe merülő testre?

- Igen, de kisebb, mint amekkora a Földön hatna.
- Igen, de nagyobb, mint amekkora a Földön hatna.
- Nem hat.

9.

Egy Föld körül keringő űrhajó víztartályában egy  $2$  dm<sup>3</sup> térfogatú test teljesen vízbe merül. Mekkora felhajtóerő hat rá?

- 20 N
- 2 N
- nem hat rá felhajtóerő

10.

Mekkora erőt kell kifejtenünk, hogy a  $15$  kg tömegű,  $2600$  kg/m<sup>3</sup> sűrűségű, teljesen vízbe merülő követ egyensúlyban tarthassuk. (A víz sűrűsége  $1000$  kg/m<sup>3</sup>.)

11.

Egy testet levegőben  $50$  N, teljesen vízbe merítve  $30$  N erővel tudunk egyensúlyban tartani.

- Mekkora a test térfogata?
  - Határozd meg a test sűrűségét!
- (A víz sűrűsége  $1000$  kg/m<sup>3</sup>.)

12.

Egy tárgy súlya levegőben mérve  $10$  N, vízbe merítve  $7,2$  N, egy ismeretlen sűrűségű folyadékba merítve  $8$  N.

- Mennyi a tárgy anyagának sűrűsége? ( $3570$  kg/m<sup>3</sup>)
- Mennyi az ismeretlen folyadék sűrűsége? ( $714$  kg/m<sup>3</sup>)

13.

Egy  $0,1$  kg tömegű testet  $1$  N függőleges, lefelé mutató erővel tudunk a víz alatt tartani leszorítva.

- Mennyi a test anyagának sűrűsége? ( **$500$  kg/m<sup>3</sup>**)  
A testet elengedjük.
- Térfogatának hányad része fog a vízből kiállni úszás közben? ( **$1/2$  -része**)( $g=10$  m/s<sup>2</sup>).

14.

Egy tömör fadarab tömege  $0,4$  kg, sűrűsége  $800$  kg/m<sup>3</sup>.

- Határozzuk meg, hogy mekkora erővel kell lefelé nyomnunk a fadarabot ahhoz, hogy teljesen víz alá merüljön?
- Ha a vizsgált fát elengedjük, akkor úszik a vízen. Térfogatának hány százaléka merül ekkor a vízbe?

(A víz sűrűsége  $1000$  kg/m<sup>3</sup>.)

15.

Egy  $600 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű test úgy úszik egy folyadékon, hogy térfogatának kétharmad része elmerül, egyharmad része kiemelkedik a folyadékból. Mekkora a folyadék sűrűsége?

16.

Vízen úszik egy  $5 \text{ m}^2$  alapterületű tutaj, melynek  $0,2 \text{ m}$  magasságú része emelkedik ki a vízből. Mekkora erővel lehet a tutajt teljesen víz alá nyomni?

### Haladó szintű feladatok

#### Hidrosztatikai nyomás

17.

Egy vízzel félig telt poharat mérlegre teszünk. Ezután a folyadékba fonál segítségével egy alumínium testet lógatunk. (Az alumínium nem ér a pohárhoz. A víz nem folyik ki a pohárból.) Mit mutat a mérleg?

- A) Növekvő súlyt;      B) Változatlan súlyt;      C) Csökkenő súlyt.

18.

New York Állam bonyolult csatornarendszerében volt olyan csatorna is, amely hídra építve keresztezett egy folyót. Mekkora volt ezen a hídon a terhelés növekedés, ha a csatornán egy  $10^5 \text{ kg}$  tömegű hajó haladt a hídon keresztül?

- A) kb.  $10^6 \text{ N}$       B) A terhelés nem változott.

19.

Ha a Torricelli kísérletet egy a Holdra leszállt holdkomp kabinjában egy  $100 \text{ cm}$  hosszúságú csővel elvégeznénk, ahol a légköri nyomás ugyancsak  $101 \text{ kPa}$ , akkor milyen magasan állna a higany a csőben?

- A)  $76 \text{ cm}$  magasan      B)  $76 \text{ cm}$ -nél számottevően alacsonyabban      C)  $100 \text{ cm}$  magasan

20.

Az emberi vérnyomás mérésére használatos nyomásmérő felső méréshatára  $40 \text{ kPa}$ .

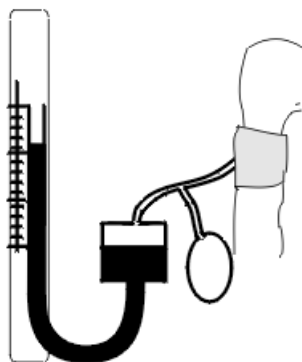
a) Milyen hosszú csőre van szükségünk, ha ekkora nyomást függőlegesen álló csőbe töltött higanyoszloppal állítunk elő? ( **$29,4 \text{ cm}$** )

$\rho_{\text{Hg}} = 13,6 \text{ kg/dm}^3$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

b) Mekkora csőre lenne szükség, ha higany helyett vizet használnánk? ( **$4 \text{ m}$** )

c) Írja fel az a) és b) esetben függőlegesen álló, megegyező keresztmetszetű csövek feltöltéséhez szükséges minimális munkát! Számítsa ki a két munka arányát! ( **$13,6$** )

21.



Az ábrán látható higanyos vérnyomásmérő vékony csőve felül nyitott, tartálya pedig egy gumicső közbeiktatásával a felkarra helyezett, felfújható, ún. mandzsettához csatlakozik. A vékony cső belső sugara  $r_1 = 1,5 \text{ mm}$ , a tartályé  $r_2 = 7,5 \text{ mm}$ . A mandzsetta felfújása közben a vékony csőben a higany szintje  $100 \text{ mm}$ -t emelkedik.

a) Hány milliméterrel növekszik eközben a két higany szint közötti különbség?

b) Hány pascallal növekszik eközben a nyomás a mandzsettában?

A higany sűrűsége  $13600 \text{ kg/m}^3$ ,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

#### Arkhimédész törvénye, felhajtóerő

22.

Fonalra felfüggesztett  $4 \text{ cm}$  átmérőjű gömb olajba merül.

a) Mennyi lesz a kiszorított olaj tömege, ha az olaj sűrűsége  $0,9 \text{ kg/dm}^3$ ? ( **$0,03 \text{ kg}$** )

b) Mennyi a gömb anyagának sűrűsége, ha a gömböt levegőben másfélszer nagyobb erővel kell tartani, mint az olajban? ( **$2700 \text{ kg/m}^3$** )



23.

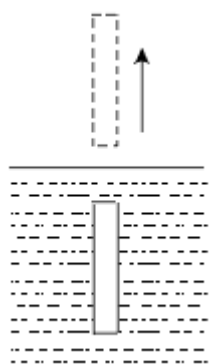
Egy kétkarú mérlegen kiegyensúlyozunk egy vízzel részben töltött poharat, majd ebbe a pohárba egy fonálon belelógatunk egy 54 g tömegű tömör fémkockát. Az ekkor megbomlott egyensúlyt a másik serpenyőbe helyezett 20 g-os tömeggel tudjuk helyreállítani.

- a) Mekkora a fémkocka sűrűsége? (**2700 kg/m<sup>3</sup>**)  
 b) Mekkora a fonalat feszítő erő? (**0,33 N**)

24.

Egy 300 cm<sup>3</sup> térfogatú test úgy úszik egy folyadékban, hogy 100 cm<sup>3</sup> térfogatú része emelkedik ki. Ha a testet teljesen belenyomjuk a folyadékba, akkor 13,6 N nagyságú, lefelé mutató erővel tudjuk egyensúlyban tartani. Mekkora a test és a folyadék sűrűsége?

25.



Egy 2 m hosszú, 2 dm<sup>2</sup> keresztmetszetű alumínium rúd függőleges helyzetben egy tóban éppen a víz felszíne alatt van. A rudat függőleges helyzetben tartva kiemeljük a vízből. Az alumínium sűrűsége 2,7 kg/dm<sup>3</sup>.

- a) Határozzuk meg és ábrázoljuk a rúd kiemeléséhez szükséges pillanatnyi erőt a kiemelt rúdhossz függvényében!  $g=10$  m/s<sup>2</sup>. ( **$F=680+20x$** )  
 b) Határozzuk meg a rúd kiemeléséhez szükséges munkát! (**1760 J**)

26.

Egy  $A = 4$  cm<sup>2</sup> alapterületű,  $h = 20$  cm magasságú,  $\rho = 2$  g/cm<sup>3</sup> sűrűségű fémhenger egy  $2A$  alapterületű hengeres edényben lévő vízbe merül. A fémhengert teljesen ellepi a víz, felső lapja a az edénybeli víz szintjével van azonos magasságban. A fémhengert lassan kiemeljük a vízből. Jelölje  $x$  a fémhenger elmozdulását!

- a) Határozzuk meg, hogy mekkora  $F$  erővel kell tartani a hengert az  $x$  alábbi értékeinél!

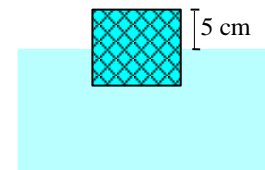
$x$ (cm)	0	2	4	6	8	10	12	14
----------	---	---	---	---	---	----	----	----

- b) Ábrázoljuk grafikonon a szükséges  $F$  erőt az  $x$  elmozdulás függvényében!

A víz sűrűsége 1 g/cm<sup>3</sup>.

27.

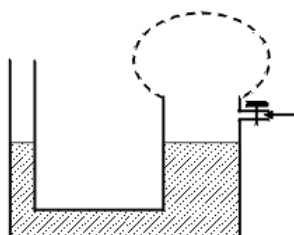
Egy 1 dm élhosszúságú fakocka 5 cm mélyre merülve az ábra szerinti helyzetben úszik a vízen. A kockát 5 cm-rel lejjebb nyomjuk.



- a) Mekkora erővel kell tartani lenyomott helyzetben a kockát?  
 b) Mekkora munkát végeztünk a kocka lenyomása közben?  
 ( Feltételezhetjük, hogy a kocka nem fordul el, a vízszint változása elhanyagolható. A víz sűrűsége 1000 kg/m<sup>3</sup>.)

### Hidrosztatikai nyomás és gáztörvények

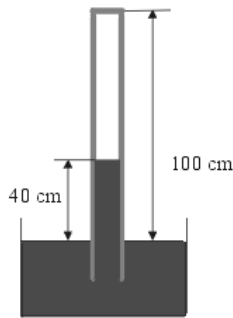
28.



Higanyos vérnyomásmérő rajza látható az ábrán. A 22 °C -on végzett mérés kezdetén a higany feletti 0,2 l térfogatú (a karra helyezhető, rugalmas falú mandzsettát" jelképező) térrészben a külső légnyomással megegyező 101 kPa nyomású levegő van bezárva. A mérés során a nyíllal jelölt csapon annyi levegőt juttatunk be, hogy a két szárban a higany szintek különbsége 16 cm legyen.

- a) Mennyi ekkor a mandzsettában lévő levegő nyomása? **(122,3 kPa)**  
 b) Hány mól levegőt juttatunk be, ha a bezárt levegő térfogata közben 20 %-kal nőtt, és a hőmérséklete nem változott? **(3,74·10<sup>-3</sup> mol)**

29.



Egy 1,5 cm<sup>2</sup> alapterületű 100 cm hosszú Torricelli-csőben 40 cm magasan áll a higany. Mekkora tömegű levegő jutott a higany fölé? A külső légnyomás 10<sup>5</sup> Pa, a hőmérséklet a csövön kívül és belül egyaránt 0 °C, a levegő sűrűsége 10<sup>5</sup> Pa nyomáson és 0 °C hőmérsékleten 1,3 kg/m<sup>3</sup>. **(0,0554 g)**

30.

Hosszú, egyik végén nyitott üvegcsőben 30 cm hosszúságú higanyoszlop levegőt zár el. Amikor a csövet nyitott végével felfelé, függőleges helyzetben tartjuk, akkor az elzárt levegő 5 cm hosszúságú. Milyen hosszú a levegő a cső következő helyzeteiben:

- a) vízszintesen tartva?  
 b) nyitott végével lefelé, függőlegesen?  
 c) nyitott végével felül, a vízszintessel 30°-os szöget bezárva.

Ismeretes, hogy a külső levegő nyomása 76 cm magas higanyoszlop nyomásával egyenlő. A kísérlet során a hőmérséklet nem változik.

31.

Változik-e a bezárt gáz térfogata, ha egy Föld körüli pályán keringő űrhajóban lassan megdöntünk egy Melde-csövet?

- A) Igen. B) Nem.

32.

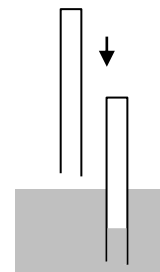
Egy légbuborék térfogata megháromszorozódik, mialatt a medence aljáról a felszínre emelkedik. A víz hőmérséklete mindenhol azonos, a külső légnyomás 100 kPa. Határozzuk meg, hogy milyen mély a medence?

33.

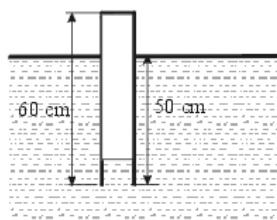
Egy 1m hosszúságú, egyik végén zárt másik végén nyitott üvegcsövet függőleges helyzetben, nyitott végével lefelé folyadékba nyomunk. A cső zárt végét a folyadékfelszín magasságában tartjuk. Azt tapasztaljuk, hogy a csőbe 7,7 cm hosszúságban nyomul be a folyadék. Határozd meg a folyadék sűrűségét! (A légnyomás 100 kPa.)

34.

Egy alsó végén nyitott, felül zárt, 1 m hosszú üvegcsövet függőleges helyzetben félig nyomjuk higanyba. Ekkor a higany a cső hosszának negyedéig hatol be a csőbe. Mekkora a külső levegő nyomása? (A higany sűrűsége 13600 kg/m<sup>3</sup>, a hőmérséklet állandó.)

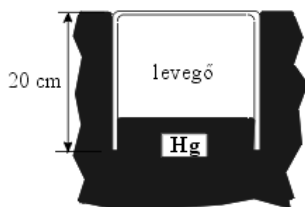


35.



Felső végén zárt 60 cm hosszú üvegcsövet nyitott végével lefelé 50 cm mélyre vízbe nyomunk. A külső levegő légnyomása  $10^5$  Pa. Mekkora magasságra emelkedett a víz a csőben? **(2,7 cm)**

36.



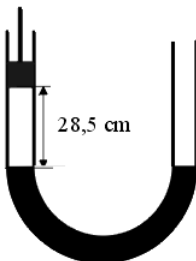
Egy  $50 \text{ cm}^2$  alapterületű, 20 cm magas, elhanyagolható súlyú, alul nyitott vékony falú dobozt addig nyomunk be a higanyba, amíg éppen felső szintjéig merül be.

a) Mekkora a doboz belsejében ekkor a levegő nyomása? **(123 kPa)**

( A hőmérsékletet állandónak tekintjük, a légnyomás  $10^5$  Pa, a higany sűrűsége  $13600 \text{ kg/m}^3$ .)

b) Mekkora erővel kell a dobozt ebben a helyzetben tartani? **(108,8 N)**

37.



U alakú csőben a higany mindkét szárban egyenlő magasan áll. A bal oldali szárban a higany felett 28,5 cm magasságban lévő dugattyút lassan 28,5 cm-rel mélyebbre nyomjuk le.

a) Milyen magasan áll a higany most a jobb oldali szárban? **(19 cm)**

b) Mennyivel növekedett eközben a higany mennyiség helyzeti energiája? **(0,96 J)**

A cső keresztmetszet területe  $2 \text{ cm}^2$ ; a higany sűrűsége  $13600 \text{ kg/m}^3$ ; a külső légnyomás  $10^5$  Pa; a hőmérséklet állandó.

### Versenyfeladatok

38.

Kevésbé süllyednének-e a vízbe a hajók, ha a gravitációs gyorsulás kisebb lenne?

A) Nem, mélyebbre süllyednének. B) Nem, ugyanolyan lenne a süllyedésük. C) Igen.

39.

Egy komp keresztmetszete a bemerülés szintjén  $100 \text{ m}^2$ . Mennyivel merül mélyebbre a komp, ha ráhajt egy  $1000 \text{ kg}$  tömegű autó?

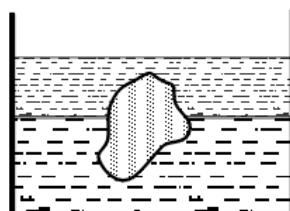
A) 10 cm; B) 1 cm; C) 0,1 cm.

40.

Csordultig tele pohárban jégkocka úszik. Kicsordul-e a víz, ha a jégkocka elolvad?

A) Igen. B) Nem, a vízszint változatlan. C) Nem, a vízszint csökken.

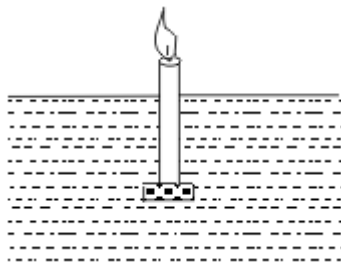
41.



Egy edénybe  $13600 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű higanyt, erre  $1000 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű vizet öntöttünk. A folyadékba  $7800 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű vasdarabot helyeztünk. A víz a vasat teljesen ellepi.

A vas térfogatának hányad része merül a higanyba? **(54 %)**

42.



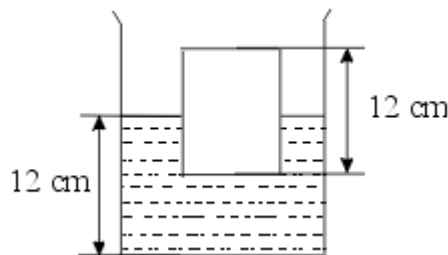
Egy  $3 \text{ cm}^2$  keresztmetszet területű  $20 \text{ cm}$  hosszú égő gyertya alul alumínium nehezékkal ellátva úgy úszik a vízben, hogy függőleges helyzetű, és  $2 \text{ cm}$  hosszú darabja áll ki a vízből. A paraffin sűrűsége  $800 \text{ kg/m}^3$ .

a) Mekkora az alumínium nehezék tömege? **(9,53 g)**

Az alumínium sűrűsége  $2700 \text{ kg/m}^3$ .

b) Milyen hosszú a gyertya, amikor elalszik? **(10 cm)**

43.



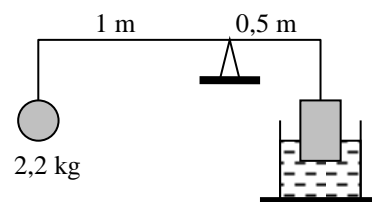
Az  $L=12 \text{ cm}$  magas,  $A=90 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű hasáb hengeres edényben lévő vízben úszik. Az edény keresztmetszete kétszerese a hasábénak, a hasáb sűrűsége fele a vízének, az edényben a folyadékszint magassága kezdetben  $L_0=12 \text{ cm}$ ;  $g=10 \text{ m/s}^2$ . Ezután a hasábot lassan az edény aljára nyomjuk.

a) Ábrázoljuk a lenyomáshoz szükséges erőt a hasáb elmozdulásának függvényében! **(lineárisan növekvő, majd állandó)**

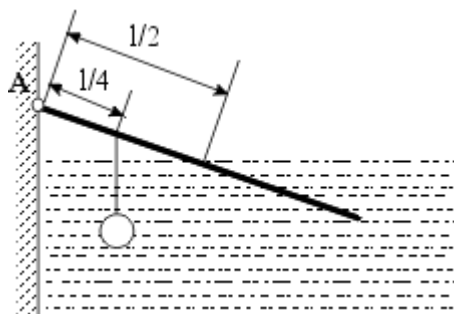
b) Mennyi munkát végeztünk? **(0,243 J)**

44.

Egy  $150 \text{ cm}$  hosszúságú, harmadoló pontjában alátámasztott, elhanyagolható tömegű rúdra alumíniumtömböt függesztünk az ábra szerint úgy, hogy az félig vízbe merül. A rúd kiegyensúlyozásához a rúd másik végére  $2,2 \text{ kg}$  tömeget kell helyezni. Mekkora az alumíniumtömb térfogata? (Az alumínium sűrűsége  $2700 \text{ kg/m}^3$ , a vízé  $1000 \text{ kg/m}^3$ .)



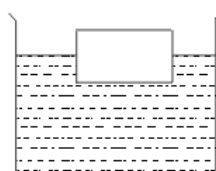
45.



Egy lécs A-ban csuklóval van erősítve, és hosszának feléig vízbe merül. A lécs anyagának sűrűsége  $700 \text{ kg/m}^3$ , keresztmetszetének területe pedig  $1 \text{ cm}^2$ . A lécsen, hosszának negyedében, hosszú fonálon,  $0,6 \text{ N}$  súlyú,  $3000 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű test lóg.

Milyen hosszú a lécs? **(4 m)**

46.



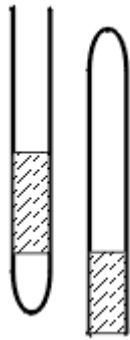
Egy  $250 \text{ m}^2$  alapterületű medencében  $6 \times 10 \text{ m}$  alapterületű téglatest úszik. A víz szintje ekkor  $2 \text{ m}$ -rel alacsonyabb a medence pereménél. Az úszó testre ezután  $50 \text{ tonna}$  terhet rakunk, majd a medencét  $1 \text{ m}$  átmérőjű csővön keresztül színültig töltjük vízzel.

a) Mennyit süllyed az úszó test a terheléskor a parthoz képest? **(63 cm)**

b) Mennyi vizet kellett a medencébe vezetni? **(450 m<sup>3</sup>)**

c) Mennyi ideig tartott a medence feltöltése, ha a csőben  $3 \text{ m/s}$  sebességgel áramlott a víz? **(191 s)**

47.



Egyik végén zárt, 90 cm hosszú, vékony üvegcsövet nyitott végével felfelé tartunk. Ekkor a csőben az alul lévő 20 cm hosszú levegőoszlopot 38 cm hosszú higanyoszlop zárja el.

a) Mennyi az üvegcsőben a bezárt levegő nyomása? **(151,7 kPa)**

b) Amikor a csövet megfordítjuk, valamennyi higany kiömlik. Milyen hosszú higanyoszlop marad a csőben? **(34,6 cm)**

A külső légnyomás 101 kPa; a hőmérséklet állandó.

48.

Egy 100 cm hosszúságú Melde-csövet nyitott végével felfelé függőleges helyzetben tartunk. A csőben 50 cm hosszúságú levegőoszlop felett 50 cm hosszúságú higanyoszlop helyezkedik el. A csövet lassan függőleges síkban körbeforgatjuk.

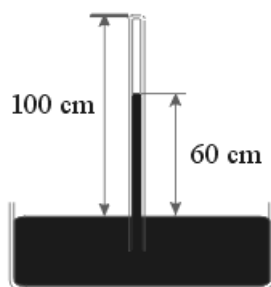
a) Milyen hosszú a levegőoszlop akkor, amikor a cső először kerül vízszintes helyzetbe?

b) Milyen hosszú a levegőoszlop akkor, amikor a cső nyitott végével lefelé, függőlegesen áll?

c) Milyen hosszú a levegőoszlop akkor, amikor a cső újra nyitott végével felfelé, függőlegesen áll?

(A csővön kívül a légnyomás 100 kPa, a hőmérséklet állandó, a higany sűrűsége  $13\,600\text{ kg/m}^3$ .)

49.

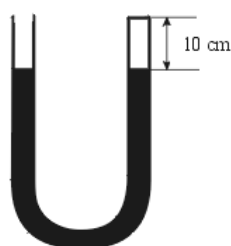


100 cm hosszú Torricelli-csőben 60 cm magasan áll a higany, mert a higany fölé levegő jutott. A csövet azután megdöntjük.

Mely helyzetben lesz a levegővel telt rész 20 cm hosszú?

A külső légnyomás  $10^5\text{ Pa}$ . **(32,36°)**

50.

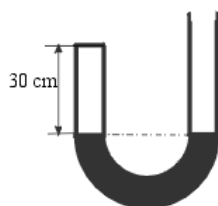


Egy állandó keresztmetszetű U alakú cső egyik szára nyitott, a másik zárt. A benne levő higany felszíne a két szárában azonos magasságban. Ekkor a zárt szárában a higanyoszlop feletti levegőoszlop 10 cm magas. A külső légnyomás  $10^5\text{ Pa}$ .

Hányszorosára nő a levegő térfogata, ha annyi levegőt viszünk a higany szint feletti zárt térrészbe, hogy a levegő tömege éppen megkétszereződik? **(1,68-szorosára)**

A higany sűrűsége  $13600\text{ kg/m}^3$ .

51.



Az ábrán látható  $1\text{ cm}^2$  keresztmetszetű cső egyik vége le van forrasztva, a másik - a hosszabbik - vége nyitott. A cső két szárában a higany szintje azonos. A 30 cm magasságú térrészbe bezárt levegő hőmérséklete  $18^\circ\text{C}$ . A nyitott oldal fölötti levegő ugyancsak  $18^\circ\text{C}$ , nyomása  $10^5\text{ Pa}$ .

a) Mekkora a zárt térrészben levő levegő tömege? **(36 mg)**

b) Hány kg higanyt kell a nyitott végén át a csőbe tölteni, ha azt akarjuk, hogy a zárt térrészben levő levegő térfogata a felére csökkenjen? **(1,45 kg)**

A levegő sűrűsége normálállapotban  $1,29\text{ kg/m}^3$ , a higany sűrűsége  $18^\circ\text{C}$ -on  $13600\text{ kg/m}^3$ .

52.

Nyugalomban lévő, mindkét végén zárt csőben lévő gázt 5 cm hosszú higanyoszlop két részre oszt. Az alsórész 30 cm, a felső 60 cm hosszú.

a) Merre mozdul el a higany a csőben, ha a cső szabadesésbe kezd? **(felfelé)**

Esés közben a higany új egyensúlyi helyzetet foglal el. Ez 20 cm-re van régitől.

b) Mekkora volt a nyomás a két térrészben az esés előtt, és mekkorák a nyomások az esés közben? **(előtt: 11,1 kPa, 4,44 kPa; után: 6,66 kPa)**

A hőmérséklet állandó, a higany sűrűsége  $13,6 \text{ kg/dm}^3$ .

53.

Egy tanteremben elvégezve a Torricelli-kísérletet, azt tapasztaljuk, hogy a csőben 76 cm magas higanyoszlop marad. Milyen hosszúságú higanyoszlop maradna a csőben, ha a kísérletet változatlan külső légnyomás mellett, felfelé  $2 \text{ m/s}^2$  gyorsulással mozgó liftben végeznénk el?

54.

Függőleges tengelyű hengerben sűrűdásmentesen mozgatható, jól záró, 10 kg tömegű dugattyú alatt ideális gáz van. A henger alapterülete  $50 \text{ cm}^2$ . Az edényt  $8 \text{ m/s}^2$  gyorsulással függőlegesen mozgatva a gázoszlop hossza a dugattyú alatt 31%-kal csökken, miközben a gáz hőmérséklete 20%-kal nő.

a) Hány százalékkal változik közben a gáz nyomása? **(73.9%-kal)**

b) Mekkora a külső nyomás? **(1621 Pa)**

55.

Egy melegíthető edény nyílása vízszintes síkú,  $A = 1 \text{ cm}^2$  területű kör. Az edénybe  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  hőmérsékleten vizet öntünk, majd a nyílást egy jól illeszkedő,  $m$  tömegű korong ráhelyezésével lezárjuk. Ezután az edényt melegítjük. Azt tapasztaljuk, hogy a korong  $T_2 = 100^\circ\text{C}$ -on megmozdul. A külső levegő nyomása  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ . A  $20^\circ\text{C}$  hőmérsékletű telített vízgőz nyomása és a víz, illetve az edény térfogatváltozása elhanyagolható. Határozd meg a korong tömegét!



56.

Egy léggömböt 60 kmol héliumgázzal töltünk meg. Mekkora terhet bír felemelni, ha a szerkezeti részek tömege 250 kg? (A töltőgáz hőmérséklete és nyomása egyenlő a külső levegő hőmérsékletével és nyomásával. A léggömb szerkezeti részeinek térfogata elhanyagolható a héliumgáz térfogatához képest. A hélium molttömege 4 gramm/mol, a levegőé átlagosan 29 gramm/mol.)

57.

Reggel,  $10^\circ\text{C}$ -os hőmérsékleten, egy 100 cm hosszúságú, egyik végén zárt csövet függőleges helyzetben, nyitott szájával lefelé kissé vízbe süllyesztünk. (A cső vége beleér a vízbe, de a bemerülés elhanyagolható.) Napközben a cső helyzetét nem változtatjuk. Este - amikor ismét  $10^\circ\text{C}$  a hőmérséklet- azt látjuk, hogy a csőben 5 cm magasra emelkedik a víz.

a) Mekkora volt az aznapi csúcshőmérséklet?

b) Hány százalékkal van kevesebb levegő a csőben este, mint reggel?

(A légnyomás egész nap  $10^5 \text{ Pa}$  volt.)

58.

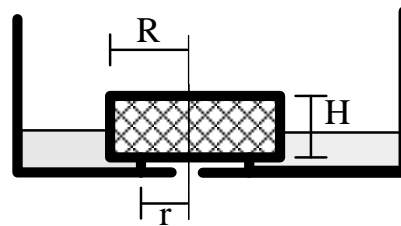
Elképzelhető-e, hogy a folyadékkal telt edényben lévő testre a folyadék által rá kifejtett erők eredője függőlegesen lefelé mutat?

A) Nem

B) Igen

59.

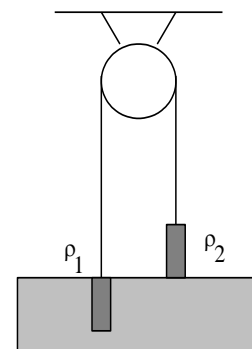
Egy edény alja lyukas. A lyukat egy  $r$  sugarú, elhanyagolható vastagságú gyűrű alakú perem veszi körül. A peremre egy  $R$  sugarú,  $H$  magasságú,  $\rho$  sűrűségű hengert helyezünk. Az edénybe lassan vizet folytatunk. Ábrázoljuk a peremet nyomó erőt az edénybeli vízmagasság függvényében! ( $R=10$  cm,  $H=5$  cm,  $\rho_{\text{víz}}=1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho=0,5\rho_{\text{víz}}$ ,  $r=0,75R$ .)



60.

Két azonos alapterületű,  $h$  magasságú, henger alakú testet az ábra szerint felfüggesztünk. A felfüggesztő fonál egy könnyen mozgó csigán van átvetve. Kezdetben az ábra szerinti helyzetben tartjuk a rendszert. Ekkor a  $\rho_1$  sűrűségű testet éppen ellepi a víz, a másik ( $\rho_2$  sűrűségű) henger pedig éppen nem ér a vízbe. Mennyivel kell a  $\rho_1$  sűrűségű testet kiemelni a vízből, hogy a rendszert magára hagyva egyensúlyban maradjon?

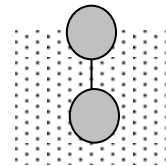
( $h=10$  cm,  $\rho_2=3500$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_1=4000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{víz}}=1000$  kg/m<sup>3</sup>)



61.

Két egyforma méretű, gömb alakú test egyike négyszer nagyobb tömegű, mint a másik. Ha a testeket egy vékony fonállal összekötjük, és vízbe tesszük, akkor a kisebb tömegű pontosan félig merül a vízbe, a másik pedig teljesen. Mekkora az egyes testek sűrűsége?

(A víz sűrűsége 1000 kg/m<sup>3</sup>.)



62.

Becsüld meg a Föld levegőburkának a tömegét! (Tételezzük fel, hogy a gravitációs gyorsulás a levegőburok magasságában állandó,  $g=9,81$  m/s<sup>2</sup>; a légnyomás a Föld felszínén mindenhol 100 kPa; a Föld sugara  $R=6370$  km.)

63.

Egy légkörrel rendelkező bolygó felszínén a gravitációs gyorsulás 20 m/s<sup>2</sup> nagyságú, a hőmérséklet 27°C, a légnyomás 1,5·10<sup>5</sup> Pa. A tudósok megfigyelték, hogy a bolygó felszínéről felemelkedve a légnyomás úgy kezd el csökkenni, hogy 100 méterenként a változás 3368 Pa. Milyen gáz alkothatja a légkört?

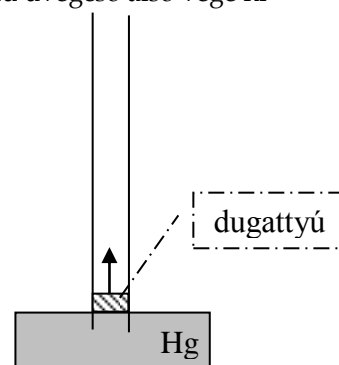
64.

Egy hosszú, mindkét végén nyitott,  $A=1$  cm<sup>2</sup> belső alapterületű üvegcső alsó vége higanyba merül. A csövön kívül és belül a higany azonos magasságban van. A cső belsejében a higany felszínéhez egy elhanyagolható tömegű, légmentesen záró dugattyú simul. Ezután a dugattyút lassan felfelé mozgatjuk, és 100 cm magasra emeljük.

a) Ábrázoljuk a dugattyú emeléséhez szükséges erőt a dugattyú elmozdulásának függvényében!

b) Határozzuk meg az emelés közben végzett munkát!

(A higany sűrűsége  $\rho=13\,600$  kg/m<sup>3</sup>, a légnyomás  $p_0=103360$  Pa,  $g=10$  m/s<sup>2</sup>, az csövön kívüli higany szint



változása elhanyagolható.)

65.

Egy rosszul elvégzett Torricelli kísérletben a higany fölé levegő jutott, ezért az  $1 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű csőben csak  $50 \text{ cm}$  hosszúságú higany maradt. Az üvegcsővet egy rugós erőmérővel felfüggesztve tartjuk egyensúlyban úgy, hogy alsó vége nem támaszkodik a higanyos edény aljára.

a) Mekkora a bezárt levegő nyomása?

b) Mekkora  $F$  erőt mutat az erőmérő?

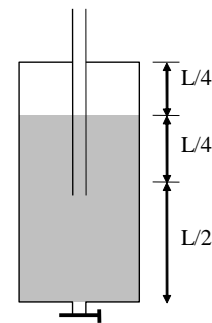
(A higany sűrűsége  $13600 \text{ kg/m}^3$ , a külső levegő nyomása  $100 \text{ kPa}$ . Az üvegcső tömege és falának vastagsága, valamint a higanygőz nyomása elhanyagolható.)



66.

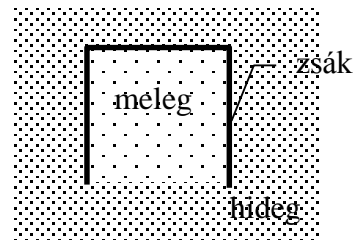
Egy  $L$  magasságú, hengeres, függőleges helyzetű, jó hővezető falú tartályban  $3L/4$  magasságig higany van. A higanyba mindkét végén nyitott cső merül  $L/4$  mélységig. A higany felett a külső légnyomással megegyező nyomású levegő van. Az edény alján elhelyezett csapot megnyitjuk, és a higany lassan kifolyik.

Ábrázoljuk a higany feletti levegő nyomását a tartálybeli higanyfelszínnek a tartály felső lapjától mért távolsága függvényében! ( $L = 100 \text{ cm}$ , a külső légnyomás  $p_k = 10^5 \text{ Pa}$ , a higany sűrűsége  $13600 \text{ kg/m}^3$ , a nehézségi gyorsulást vegyük  $10 \text{ m/s}^2$ -nek.)



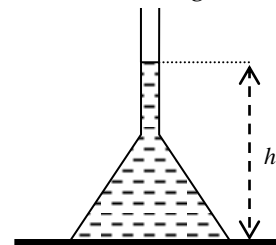
67.

Tapasztalatból tudjuk, hogy ha egy nyitott szájával lefelé tartott szemetes zsákot megtöltünk meleg levegővel, akkor a zsák - a hőlégballonhoz hasonlóan - felemelkedik. Hol a hiba a következő gondolatmenetben? A zsák szája nyitott, ezért a külső és a belső levegő nyomása egyenlő. A zsák (felül levő) zárt alját ezért a belső levegő ugyanakkora erővel nyomja felfelé, mint a külső levegő lefelé. Mivel ezek az erők kiegyenlítik egymást, azért a zsák anyagára ható nehézségi erő miatt a zsák leesik.



68.

Egy vékony falú tölcsérbe az ábra szerinti helyzetben  $V = 1 \text{ dm}^3$  vizet töltünk. Legalább mekkora legyen a tölcsér súlya, hogy a tölcsér ne emelkedjen fel a vízszintes alátámasztási felületről? A tölcsér asztallal érintkező felülete  $A = 2 \text{ dm}^2$  nagyságú, a víz magassága  $h = 1,2 \text{ dm}$ .)





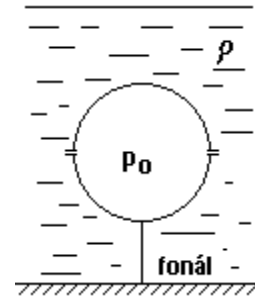
69.

Két elhanyagolható súlyú,  $R$  sugarú, merev falú félgömböt vízszintes síkú peremük mentén légmentesen összeillesztünk, majd vízbe süllyesztünk. A keletkező gömb középpontja  $h$  mélységben van, a gömböt a külső levegő nyomásával azonos nyomású levegő tölti ki.

a) Mekkora erővel nyomják egymást a félgömbök az érintkezési perem mentén?

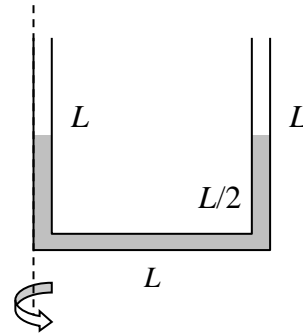
b) Mekkora kellene a gömbben lévő levegő nyomását, hogy a félgömbök szétváljanak?

$$(h = 10 \text{ m}, R = 1,2 \text{ m}, p_o = 100 \text{ kPa}, \rho_{\text{víz}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})$$



70.

Egy vékony, egyenletes keresztmetszetű üvegcsőből készített közlekedőedény két függőleges, és egy vízszintes szárból áll. Mindhárom szár  $L = 20 \text{ cm}$  hosszúságú. A csőbe folyadékot töltünk úgy, hogy a függőleges szárukban a folyadékszint  $L/2$  magasságban van. Ezután a csövet az egyik függőleges szár, mint forgástengely körül lassan forgásba hozzuk. Legfeljebb mekkora szögsebességgel foroghat a cső, ha nem akarjuk, hogy a folyadék kifolyjon? (A csövet úgy hozzuk forgásba, hogy közben a folyadékoszlop „belengése” elhanyagolható.)



## 15. Gázok hőtana

### Alapfeladatok

#### A gáz belső energiája

1.

Egy 3 dm<sup>3</sup> térfogatú edényben 3·10<sup>23</sup> db gázmolekula van. A gáz nyomása 4·10<sup>5</sup> Pa. A Boltzmann-állandó :  $k=1,38\cdot 10^{-23}$  J/K.

a) Mekkora a gáz hőmérséklete? **(290 K)**

b) Mekkora egy molekula egy szabadsági fokára jutó átlagos energia? **(2·10<sup>-21</sup> J)**

2.

Mólnyi mennyiségű oxigén, illetve hélium gáz van egy-egy edényben. A hőmérsékletük azonos.

a) Azonos-e az egy részecske egy szabadsági fokára jutó átlagenergia a két gázban?

b) Azonos-e ezekben a gázokban az egy részecskére jutó átlagenergia?

c) Azonos-e a gázok belső energiája?

(A válaszokat indokolja meg!)

#### Állandó térfogatú folyamat

3.

Egy 0,1 m<sup>3</sup> térfogatú zárt palackban 0,8 kg tömegű oxigéngáz van 7·10<sup>5</sup> Pa nyomáson.

a) Mekkora a gáz hőmérséklete?

b) Mennyi hőt kell a gázzal közölni, hogy a Celsius-fokban mért hőmérséklete megkétszereződjön?

( Az oxigéngáz moláris tömege  $M = 32$  g/mol, a Boltzmann-állandó értéke  $k = 1,38\cdot 10^{-23}$  J/K, a gázállandó  $R = 8,31$  J/mol·K.)

4.

Egy 50 dm<sup>3</sup> térfogatú palackban 0,75 kg tömegű, 27°C hőmérsékletű oxigéngáz van.

a) Mennyi a palackban a nyomás?

b) A palackot napsugárzás éri, és az oxigén nyomása 20 %-kal megnövekszik. Mennyivel változott a gáz hőmérséklete?

c) Mennyi energiát kapott a gáz?

d) Mennyi volt és mennyi lett a gáz sűrűsége a palackban?

5.

Egy 5 literes edényben 27°C kezdeti hőmérsékletű, 2·10<sup>5</sup> Pa nyomású levegőt melegítünk. 3·10<sup>5</sup> Pa nyomás elérésekor befejezzük a melegítést.

Mennyi hőmennyiséget közöltünk az edényben lévő levegővel? A levegő sűrűsége 0°C-on és 10<sup>5</sup> Pa nyomáson 1,3 kg/m<sup>3</sup>, fajhője állandó térfogaton 711,5 J/kgK. **(1265 J)**

#### Állandó nyomású folyamat

6.

A 3·10<sup>5</sup> Pa nyomású, 2 m<sup>3</sup> térfogatú, 77°C hőmérsékletű nitrogéngázzal állandó nyomáson 3,5·10<sup>6</sup> J hőt közlünk.

a) Mekkora lesz a gáz térfogata és hőmérséklete a hőközlés után?

b) Mennyivel változik meg a gáz energiája a hőközlés miatt?

e) Mennyi munkát végez a gáz melegítés közben?

(A Boltzmann-állandó értéke  $k = 1,38\cdot 10^{-23}$  J/K. )

7.

Kezdetben 10 liter térfogatú, 300 K hőmérsékletű nemesgázt 10<sup>5</sup> Pa állandó nyomáson melegítünk. A folyamat során a táguló gáz 500 J munkát végez.

a) Mennyi a gáz térfogata és hőmérséklete a folyamat végén?

b) A folyamat során mennyivel nő a gáz belső energiája, és mennyi hőt vesz fel a gáz?

8.

Egy súrlódás nélkül mozgatható dugattyúval lezárt henger űrtartalma 150 liter, benne  $4 \cdot 10^4$  Pa nyomású,  $0^\circ\text{C}$  hőmérsékletű oxigén van. A gázt állandó nyomáson melegítjük addig, amíg a gáz tágulása közben éppen 20000 J tágulási munkát végzett.

- Mennyi lett a gáz térfogata? (**200 dm<sup>3</sup>**)
- Mennyi lett a gáz hőmérséklete? (**91°C**)
- Mennyi hőt közöltünk a gázzal? (**71900 J**)

**Több részfolyamat**

9.

Az 1 kg tömegű, 300 K hőmérsékletű hidrogén gáz nyomása először a harmadára csökken állandó térfogaton, majd ezen a nyomáson tágulva a gáz eléri a kezdeti hőmérsékletét.

- Mennyi munkát végez a gáz, miközben a kezdeti állapotból a végsőbe jut? (**830 kJ**)
- Mennyi a felvett hő a második folyamatban? (**2,9 MJ**)

$k=1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K,  $R=8,31$  J/molK,  $N_A=6 \cdot 10^{23}$  és  $c_V=20,5$  J/molK.

10.

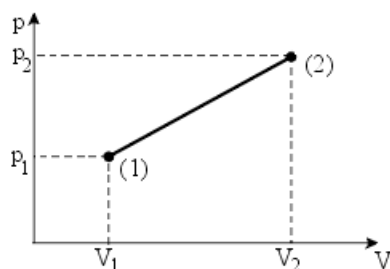
A 12 g tömegű,  $27^\circ\text{C}$  hőmérsékletű héliumgázt először állandó térfogaton hűtjük, majd ezen a nyomáson eredeti hőmérsékletére melegítjük.

- Mennyi munkát végez a gáz a folyamat során? (**5 kJ**)
- Mennyivel csökken a gáz belső energiája a hűtés során? (**7,5 kJ**)

$M_{\text{He}}=4$  g/mol,  $k=1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K,  $R=8,31$  J/molK és  $N_A=6 \cdot 10^{23}$ .

**P(V) lineáris**

11.

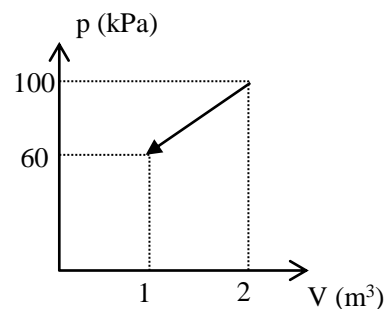


Állandó mennyiségű gázt az (1) állapotból a (2) állapotba viszünk az ábrán látható módon. Az adatok:  $p_1=2 \cdot 10^5$  Pa;  $V_1=2,5$  l;  $T_1=300$  K;  $p_2=3,5 \cdot 10^5$  Pa;  $V_2=4$  l; a gáz állandó térfogaton mért fajhője  $3160$  J/kgK, a sűrűsége  $p_0=10^5$  Pa nyomáson és  $T_0=273$  K hőmérsékleten  $0,18$  kg/m<sup>3</sup>.

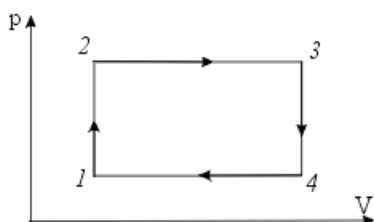
- Mekkora a gáz tömege?
- Mekkora a gáz által felvett hő a folyamat során?

12.

A mellékelt ábra nyomás-térfogat grafikonon mutatja valamely oxigén gáz állapotváltozását. Határozzuk meg, hogy mennyi hőt ad le a gáz a folyamatban a környezetének!

**Körfolyamatok**

13.



Állandó tömegű ideális gázzal az ábrán látható körfolyamatot végeztetjük. Az 1. állapotban a hőmérséklet  $200$  K, a nyomás  $10^5$  Pa, a térfogat  $10^{-3}$  m<sup>3</sup>. A hőmérséklet a 3. állapotban  $800$  K, míg a 2. és 4. állapotban azonos értékű.

- Mekkora a gáz hőmérséklete a 2. és 4. állapotban? (**400 K**)

- Mennyi a körfolyamat során nyert munka?

(100 J)

c) Mekkora a körfolyamat során a gáz által felvett és leadott hő különbsége? (100 J)

**Általános hőtani elemzések**

14.

Ideális gáz milyen állapotváltozására igaz, hogy a gázzal közölt hő teljes egészében a gáz belső energiáját növeli?

- A) Izobár állapotváltozás. B) Izoterm állapotváltozás. C) Izokor folyamat.

15.

Ideális gáz milyen állapotváltozására igaz, hogy a gázzal közölt hő teljes egészében a gáz tágulási munkáját fedezi?

- A) Izobár állapotváltozás. B) Izoterm állapotváltozás. C) Izokor folyamat.

16.

Ideális gáz milyen állapotváltozására igaz, hogy a gázzal közölt hő részben a gáz tágulási munkáját fedezi, másrészt a belső energiát növeli?

- A) Izobár állapotváltozás. B) Izoterm állapotváltozás. C) Izokor folyamat.

17.

Hány J-lal kell több hő egy mól gáz 1K-nel történő felmelegítéséhez állandó nyomáson, mint állandó térfogaton? ( $k=1.38 \cdot 10^{-23} \text{J/K}$ )

- A) 8,3 J B) Egyforma mennyiségű hő kell. C) 1,38 J

18.

Egy mol hidrogéngázt és egy mol héliumgázt állandó nyomáson egy fokkal felmelegítünk. Melyik gáz melegítéséhez kell több hő?

- A) A hidrogénhez. B) A héliumhoz. C) Egyenlő hő kell.

19.

Egy mol He gáznak, vagy egy mol Ne gáznak nagyobb a hőkapacitása állandó térfogaton?

- A) A He gáznak B) A Ne gáznak C) A hőkapacitások egyenlők.

20.

A hidrogéngáznak vagy a nitrogéngáznak nagyobb az állandó térfogatú folyamathoz tartozó fajhője?

- A) A hidrogéngáznak. B) A nitrogéngáznak. C) Egyenlők.

21.

Valamilyen gáznál az állandó nyomáson, illetve állandó térfogaton mért fajhők hányadosa 1,4. Milyen típusú gázzal lehet szó?

- A) nemesgáz
- 
- B) kétatomos molekulákból álló gáz
- 
- C) három, vagy többatomos molekulákból álló gáz

22.

Elképzelhető-e, hogy egy gáz izobár állapotváltozása során a felvett hő háromszorosa a gáz által végzett munkának?

- A) nem B) igen

23.

Egy mindkét végén zárt üvegcsövet egy közepén elhelyezkedő, könnyen mozgó dugattyú két egyenlő térfogatú részre oszt. A dugattyú két oldalán azonos nyomású és hőmérsékletű hélium, illetve nitrogén gáz van. A két oldalon egy-egy fűtőszál egyidejű bekapcsolásával azonos hőt közlünk a két gázzal. Elmozdul-e a dugattyú? Ha igen, akkor melyik irányba?



- A) Nem mozdul el. B) Balra. C) Jobbra.

## Haladó szintű feladatok

## A gáz belső energiája

24.

Egy 5 literes tartályban  $8 \cdot 10^5$  Pa nyomású,  $50^\circ\text{C}$ -os egyatomos gáz van.

- a) Hány gázatom van a tartályban? ( **$9 \cdot 10^{23}$** )  
 b) Mekkora a tartályban lévő gáz belső energiája? (**6 kJ**)

A gáz egyharmadát kiengedjük a tartályból.

- c) Hány  $^\circ\text{C}$ -ra kell melegíteni a tartályban maradó gázt, hogy a nyomása  $12 \cdot 10^5$  Pa legyen? (**727 K**)

$k=1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K,  $R=8,31$  J/molK,  $N_A=610^{23}$ .

25.

Egyatomos gáz kezdeti állapotában a nyomása  $0,8 \cdot 10^5$  Pa, a hőmérséklete 260 K. A gáz mennyiségét csökkentve a maradék gázt olyan állapotba hoztuk, amelyben a hőmérséklete 300 K, a nyomása  $1,2 \cdot 10^5$  Pa, a térfogata pedig a kezdeti térfogat  $2/3$ -ad része lett.

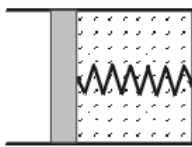
- a) A gáz tömegének hány %-át távolítottuk el? (**13,3 %**)  
 b) Hogyan aránylik az eredeti gáz kezdeti energiája a megmaradt gáz energiájához végső állapotban? (**1**)

26.

Amíg egy légbuborék a tó aljáról a felszínre jut, térfogata megháromszorozódik. A hőmérséklet a tó alján  $10^\circ\text{C}$ , a felszínen  $20^\circ\text{C}$ . A külső légnyomás  $10^5$  Pa.

- a) Hány százalékkal nő a a buborékban lévő levegő belső energiája? (**3,53 %**)  
 b) Mennyi a nyomás a tó alján? (**290 kPa**)

27.



Könnyen mozgó dugattyúval ellátott elzárt hengerben egyatomos molekulákból álló gáz van. A dugattyú keresztmetszete  $2 \text{ dm}^2$ , a bezárt gázoszlop hossza  $0,6 \text{ m}$ , az  $1000 \text{ N/m}$  rugóállandójú rugó megnyúlása  $40 \text{ cm}$ , a külső levegő légnyomása  $10^5 \text{ Pa}$ , a bezárt gázatomok száma  $2,7 \cdot 10^{23}$ .

- a) Mekkora a tartályba zárt gáz hőmérséklete? (**386,5 K**)  
 b) A gáz harmadrészét kiengedjük. Mennyivel kell emelni a bentmaradó gáz hőmérsékletét, hogy a rugó megnyúlása  $30 \text{ cm}$  legyen? (**76,5 K**)  
 c) Mennyi a melegítés után a bentmaradó gáz belső energiája? (**1725 J**)  
 ( $k=1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K;  $R=8,31$  J/molK)

28.

Az alábbi táblázat néhány gáz állandó térfogaton mért fajhőjét és moláris tömegét tartalmazza.

	$\text{H}_2$	$\text{N}_2$	$\text{O}_2$	$\text{HCl}$
$c_v$ (J/kg·K)	10112	741	653	573
$M$ (g/mol)	2	28	32	36,5

- a) Milyen törvényszerűség fedezhető fel a mérési adatok alapján?  
 b) A felfedezett törvényszerűség összhangban van-e a tanult elmélettel?

## Állandó térfogatú folyamat

29.

Egy 100 literes hőszigetelt tartályban  $3 \cdot 10^5$  Pa nyomású és  $30^\circ\text{C}$  hőmérsékletű levegő van. A tartályban lévő levegő melegíthető egy beépített,  $100 \text{ W}$  teljesítményű villamos fűtőtesttel.

- a) Mennyi a tartályban lévő levegő tömege? (**0,346 kg**)  
 (A levegő sűrűsége normálállapotban  $1,28 \text{ kg/m}^3$ .)  
 b) Mennyire nő meg a tartályban lévő levegő nyomása, ha a villamos fűtést 5 percre bekapcsoljuk? ( **$4,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$** )

30.

Egy tartályban 2 kg  $27^{\circ}\text{C}$ -os egynemű nemesgáz van, melyet egy elektromos fűtőtesttel melegítünk. A gáz hőmérséklete 30 perc alatt  $37^{\circ}\text{C}$ -ra nő, miközben a 200 ohm ellenállású, 30 V feszültségre kapcsolt fűtőtest által leadott hőnek 77%-a melegíti a gázt.

a) Mekkora a gáz egy atomjának a tömege?

b) Melyik ez a nemesgáz?

A Boltzmann-állandó értéke  $1,38 \cdot 10^{23}$ ; az Avogadro-számé pedig  $6,02 \cdot 10^{23}$  1/mol. Az általános gázállandó értéke:  $8,31$  J/molK.

31.

Egy edényben három szabadsági fokú részecskékből álló gáz van  $300$  K hőmérsékleten. A gáz tömege  $2$  kg. Hogy a gáz hőmérsékletét állandó térfogaton  $310$  K-re növeljük, a benne lévő  $200$  ohm ellenállású fűtőszálat  $30$  V feszültségre kapcsoljuk, és  $30$  percig működtetjük. A fűtés hatásfoka  $75\%$ .

a) Mekkora a fűtőszál elektromos teljesítménye?

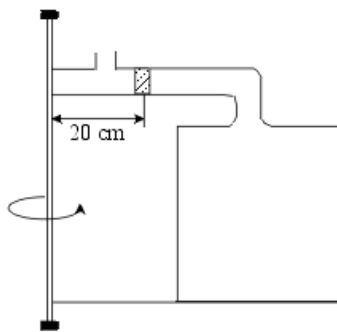
b) Mennyi hőt ad le összesen a fűtőszál?

c) Mennyi hőt vesz fel a gáz?

d) Mekkora a gáz részecskéinek tömege?

e) Milyen gáz lehet a tartályban?

32.



Egy tartályt az ábrán látható módon függőleges tengelyű forgóasztalra rögzítettünk. A tartály szájnyílása vízszintes csőhöz csatlakozik. A cső sugárirányú,  $10\text{ cm}^2$  keresztmetszetű, a tengelynél levő vége pedig nyitott. A csőben, álló helyzetben, a tengelytől  $20\text{ cm}$ -re,  $0,5\text{ kg}$  tömegű, súrlódásmentesen elmozduló dugattyút helyeztünk el. A dugattyú  $40\text{ dm}^3$   $0^{\circ}\text{C}$ -os, a külső légnyomással azonos,  $10\text{ N/cm}^2$  nyomású nitrogéngázt zár a tartályba.

A forgóasztalt  $1,59$  1/s fordulatszámú forgásba hozzuk.

a) Hány fokra kell a gáz hőmérsékletét eközben megnövelni ahhoz, hogy a dugattyú  $20\text{ cm}$  távolságra maradjon a

tengelytől? **(300,3 K)**

b) Mennyi hőt kellett a gázzal közölnünk eközben? **(1 kJ)**

**Állandó nyomású folyamat**

33.

A  $350\text{ K}$  hőmérsékletű,  $2 \cdot 10^5\text{ Pa}$  nyomású levegőt állandó nyomáson fele térfogatára nyomjuk vissza. Ehhez  $2 \cdot 10^5\text{ J}$  munkavégzés szükséges.

a) Hány molekulát tartalmaz a tartály?

b) Mennyi lesz összenyomás után a levegő hőmérséklete?

c) Hogyan és mennyivel változott meg a levegő energiája?

d) Milyen és mekkora hőcsere kísérte az állapotváltozást?

(Az  $\text{N}_2$  és  $\text{O}_2$  molekulák mellett elhanyagolható a levegőben jelenlévő többi anyag.)

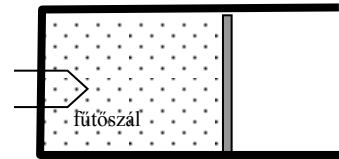
34.

Dugattyúval elzárt hengerben  $2,9 \cdot 10^{24}$  db egyatomos molekulából álló gáz van. A gázt  $3 \cdot 10^5\text{ Pa}$  állandó nyomáson melegítve a térfogat  $6\text{ dm}^3$ -rel növekedett.  $k=1,38 \cdot 10^{23}$  J/K.

a) Mennyi munkát végzett a gáz tágulása közben? **(1,8 kJ)**b) Mennyivel változott eközben a gáz energiája? **(2,7 kJ)**c) Mennyi hőt vett fel a gáz? **(4,5 kJ)**d) Mennyivel változott meg a gáz hőmérséklete? **(45 K)**

35.

Egy hengerben lévő levegőt  $100 \text{ cm}^2$  alapterületű, könnyen mozgó dugattyú zárja el a  $100 \text{ kPa}$  nyomású külső levegőtől. Az elzárt térben egy  $17,5 \Omega$  ellenállású fűtőszál  $35 \text{ V}$  feszültség hatására izzik.



- Mennyi hőt közöl  $10 \text{ s}$  alatt a fűtőszál a levegővel? (A hővesztéseket elhanyagolhatjuk.)
- Mennyivel változik a levegő energiája  $10 \text{ s}$  alatt?
- Mekkora sebességgel tolódik ki a dugattyú?

36.

Vízszintesen fekvő hengerben  $10 \text{ liter}$   $27^\circ\text{C}$  hőmérsékletű levegő van sűrűdásmentes dugattyúval lezárva  $10^5 \text{ Pa}$  nyomáson. A henger belsejében levő  $5000 \text{ ohm}$  ellenállást  $3 \text{ percig}$   $220 \text{ V}$ -ra kapcsoljuk.

- Mekkora lesz a gáz térfogata a melegítés végén? ( **$14,9 \text{ dm}^3$** )
- Mennyi lesz a kiterjedő gáz munkavégzése? ( **$496 \text{ J}$** )

A levegő sűrűsége normálállapotban  $1,3 \text{ kg/m}^3$ , fajhője állandó nyomáson  $1000 \text{ J/kgK}$ .

37.

Egy tartályban  $4 \text{ g}$  kétatomos gáz van. A tartályban lévő  $60 \text{ ohm}$  fűtőszálat  $42$  másodpercig  $40 \text{ Volt}$ -ra kapcsoljuk. A gáz állandó nyomáson tágul és  $232$  fokkal melegszik fel. A gáz által felvett hőmennyiség az elektromos munkának  $75 \%$ -a.  $k=1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$ ;  $N_A=6 \cdot 10^{23}$ ;  $R=8,31 \text{ J/molK}$ .

- Mekkora egy gázmolekula tömege? ( **$5,34 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$** )
- Mekkora  $1 \text{ mol}$  gáz tömege? ( **$32 \text{ gramm}$** )

38.

A  $0,1 \text{ mol}$  mennyiségű,  $100 \text{ kPa}$  nyomású,  $1,12 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű nitrogén gáz állandó nyomású folyamatban kitér és közben sűrűsége  $37,5 \%$ -kal csökken.

- Határozzuk meg a gáz térfogatát és hőmérsékletét a folyamat kezdetén!
- Határozd meg a gázzal közölt hőt, és a gáz munkavégzését!

(A nitrogén moláris tömege  $M = 28 \text{ g/mol}$ .)

39.

Egy tartályban  $5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású,  $350 \text{ K}$  hőmérsékletű levegő van. A levegőt  $1000 \text{ J}$  munkával, állandó nyomáson eredeti térfogatának  $4/5$  részére összenyomjuk.

- Mekkora hőmérsékletű lesz a levegő?
- Mekkora a levegő belső energiájának megváltozása?
- Mekkora az összenyomott levegő sűrűsége?

40.

Héliumgázt melegítünk  $10^5 \text{ Pa}$  nyomáson. A gáz hőfelvétele  $2 \cdot 10^4 \text{ J}$ .

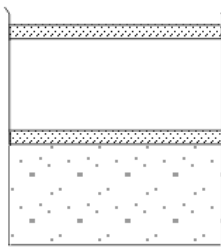
- Mekkora a gáz által végzett munka? ( **$8 \text{ kJ}$** )
- Mennyivel növekedett a gáz térfogata? ( **$80 \text{ dm}^3$** )

41.

Nitrogéngázt melegítünk állandó nyomáson.

- Mekkora a felvett hő és a belső energia megváltozásának aránya?
- Mekkora a felvett hő és a gáz által végzett munka aránya?

42.



Egy  $4 \text{ dm}^2$  alapterületű hengerben  $32 \text{ g}$  tömegű  $0^\circ\text{C}$  hőmérsékletű oxigéngázt  $150 \text{ kg}$  tömegű dugattyú zár el. A külső légnyomás  $1,1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . A henger tengelye függőleges.

a) Milyen magasan áll a dugattyú? ( **$0,41 \text{ m}$** )

A gázt melegítjük egészen addig, amíg a dugattyú kétszeres magasságra emelkedik.

b) Mekkora most a gáz hőmérséklete? ( **$546 \text{ K}$** )

c) Mekkora hőmennyiség bevitele volt szükséges ehhez? ( **$7,91 \text{ kJ}$** )

**Több részfolyamat**

43.

Egy hengeres edényt sűrűdés nélkül mozgatható, súlytalannak tekinthető dugattyú zár le. Kiindulási állapotban az edénybe zárt ideális gáz térfogata  $5 \text{ liter}$ , hőmérséklete  $0^\circ\text{C}$ , nyomása  $10^5 \text{ Pa}$ . A dugattyút rögzítve, a gázzal  $335 \text{ J}$  hőt közlünk.

a) Mekkora lesz a gáz hőmérséklete és nyomása? ( **$345,4 \text{ K}$ ,  $123,5 \text{ kPa}$** )

Az így elért nyomást állandóan tartva, csökkentjük a gáz térfogatát a dugattyú mozgatásával, miközben  $335 \text{ J}$  hőt vonunk el a gáztól.

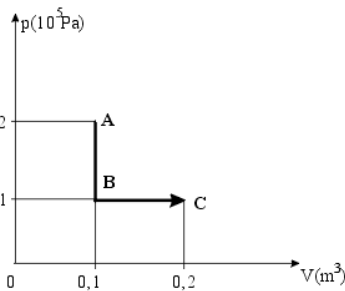
b) Mekkora lesz hőmérséklete és térfogata ezen végállapotban? ( **$294,1 \text{ K}$ ,  $4,26 \text{ dm}^3$** )

c) Nagyobb vagy kisebb a gáz belső energiája a végállapotban, mint a kiinduló állapotban volt? Válaszát numerikus számítások elvégzése nélkül egy-két mondatban indokolja!

**(nagyobb lett)**

A gáz sűrűsége a kiindulási állapotban  $1,3 \text{ kg/m}^3$ ;  $c_v=0,71 \text{ kJ/kgK}$ ,  $c_p=1 \text{ kJ/kgK}$ .

44.



Állandó tömegű ideális gázzal az ábrán látható folyamatot hajtjuk végre. A kezdő (A) állapotban a hőmérséklet  $500 \text{ K}$ .

a) Mennyi a hőmérséklet a B és C állapotban? ( **$250 \text{ K}$ ,  $500 \text{ K}$** )

b) Mennyi munkát végez a gáz az ABC folyamat során? ( **$10 \text{ kJ}$** )

c) Mennyi az egész folyamat során a belső energia változása? ( **$0$** )

45.

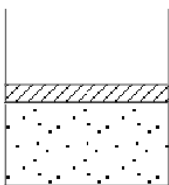
Egy mól ideálisnak tekinthető, kezdetben  $300 \text{ K}$  hőmérsékletű gázt  $3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  értékű állandó nyomáson felmelegítettünk. Ezután a gázt állandó térfogaton eredeti hőmérsékletére hűtöttük le. Az állapotváltozások során a gáz összesen  $5 \text{ kJ}$  hőt vett fel a környezetéből.

a) Mennyi tágulási munkát végzett a gáz a felmelegítés során? ( **$5 \text{ kJ}$** )

b) Mekkora nőtt a gáz térfogata? ( **$25 \text{ dm}^3$** )

c) Mennyi lett végül a gáz nyomása? Az általános gázállandó:  $R=8,31 \text{ J/molK}$ . ( **$100 \text{ kPa}$** )

46.



Egy függőlegesen álló hengerben  $1 \text{ mol}$   $20^\circ\text{C}$  hőmérsékletű héliumgáz van. A gázt elzáró dugattyú tömege  $20 \text{ kg}$ , keresztmetszete  $200 \text{ cm}^2$ . A külső légnyomás  $101 \text{ kPa}$ . A rendszer egyensúlyban van. Egy  $40 \text{ kg}$  tömegű testet helyezünk a dugattyúra.

a) Mennyit mozdul el a dugattyú az új egyensúlyi helyzetéig, ha a bezárt gáz hőmérséklete nem változik? ( **$16 \text{ cm}$** )

b) Mennyivel kell ezután növelni a gáz hőmérsékletét, hogy a dugattyú

visszakerüljön kiindulási helyzetébe? ( **$50 \text{ K}$** )

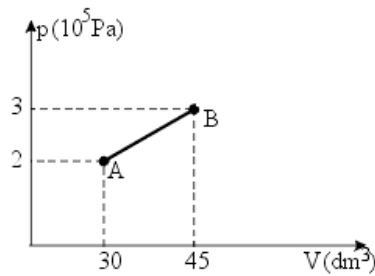
c) Mennyi munkát végez a gáz a második esetben? ( **$416 \text{ J}$** )

$g=10 \text{ m/s}^2$ ;  $R=8,31 \text{ J/molK}$ ;  $k=1,38 \cdot 10^{-23}$ ;  $N_A=6 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$ .

**P(V) lineáris**



47.



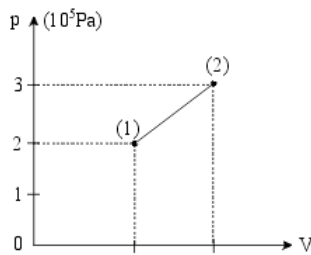
Az ábra kétatomos gázon végbemenő folyamatot ad meg. A molekulák száma  $1,2 \cdot 10^{24}$ .

a) Mekkora a hőmérséklet az A illetve a B állapotban? **(362,3 K , 815,2 K)**

b) Mekkora hőmennyiséget vesz fel a gáz a folyamat során? **(22500 J)**

A Boltzmann-állandó  $1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K,  $R=8,31$  J/molK.

48.



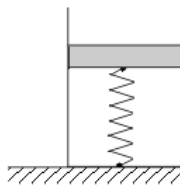
Egy mol kétatomos gáz tágulását vizsgáljuk. A folyamat során a gáz nyomása egyenes arányos a térfogattal. A nyomás  $2 \cdot 10^5$  Pa-ról növekszik  $3 \cdot 10^5$  Pa-ra, miközben a gáz 1200 J munkát végez.

a) Mennyivel változik meg a gáz térfogata a folyamat során? **(4,8 dm<sup>3</sup>)**

b) Hányszor nagyobb a gáz energiaváltozása, mint a gáz által végzett munka? **(5)**

$k=1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K,  $R=8,31$  J/molK és  $N_A=6 \cdot 10^{23}$  1/mol.

49.

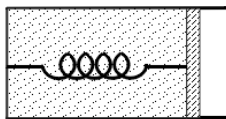


Egy függőleges hengerben  $50 \text{ dm}^3$ ,  $0^\circ\text{C}$  hőmérsékletű héliumgázt  $4 \text{ dm}^2$  keresztmetszetű,  $50 \text{ kg}$  tömegű dugattyú zár el. A külső levegő nyomása  $10^5 \text{ Pa}$ . A dugattyút és a henger alját egy  $2000 \text{ N/m}$  rugóállandójú rugó köti össze. A rugó megnyúlása ebben az állapotban zérus.

a) Mennyivel kell a gáz hőmérsékletét növelni ahhoz, hogy a dugattyú  $40 \text{ cm}$ -t emelkedjék? **(151 K)**

b) Mennyivel növekedett a gáz belső energiája? **(4,7 kJ)**

50.



A  $100 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű, egyik végén zárt, hosszú hengerben  $5 \text{ liter}$   $0^\circ\text{C}$  hőmérsékletű, kétatomos molekulájú gázt zár be egy súrlódásmentesen mozgatható, elhanyagolható tömegű dugattyú. A dugattyút és a henger alaplajját  $200 \text{ N/m}$  rugóállandójú, feszítetlen rugó köti össze. A külső légnyomás  $10^5 \text{ Pa}$ .

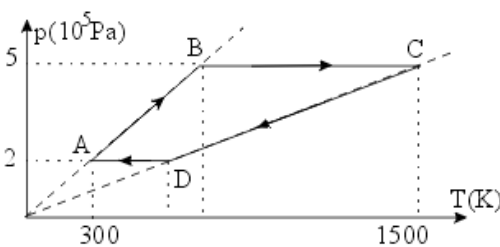
a) Hány fokkal kell lassan felmelegíteni a gázt, hogy térfogata  $8 \text{ liter}$  legyen?

b) Ehhez mennyi hő kell közölni a gázzal?

c) A közölt hő hány százaléka növeli a gáz belső energiáját?

### Körfolyamatok

51.



Egyatomos molekulákból álló gázzal az ábrán látható körfolyamatot valósítjuk meg. A molekulák száma  $3 \cdot 10^{23}$ ,  $k=1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K.

a) Mekkora lesz az egy körfolyamatban hasznosítható munka? **(1863 J)**

b) Mekkora a leadott hő? **(-8694 J)**

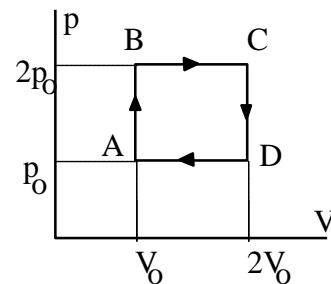
c) Mekkora a felvett hő? **(10557 J)**

## Általános hőtani elemzések

52.

Az ábra ideális gázzal végrehajtott körfolyamatot ábrázol. A körfolyamat melyik szakaszában (AB, BC, CD, DA) változott legtöbbet a gáz energiája?

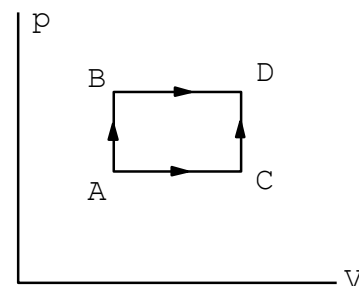
- A) AB szakaszon.  
 B) BC szakaszon  
 C) Az energiaváltozások nagyságai egyenlők.



53.

Ideális gázt az ábra szerinti A állapotból a D állapotba juttatunk. Az első esetben az ABD állapotváltozással, a második esetben az ACD folyamattal. Melyik esetben vesz fel több hőt a gáz?

- A) Az ABD folyamatban;  
 B) Az ACD folyamatban;  
 C) A két hőfelvétel megegyezik.



54.

Levegőbe terjedő hanghullámban milyen típusú a levegő állapotváltozása?

- A) izotermikus      B) izobár      C) adiabatikus

55.

Egy gépkocsi motorjának hengerében, a sűrítés fázisában, milyen típusú a bezárt gáz állapotváltozása?

- A) Izobár.      B) Izoterm.      C) Adiabatikus.

56.

Egy ideális gázt állandó hőmérsékleten összenyomnak. A gázon végzett munka 1000 J. Mit mondhatunk a gáz hőleadásáról?

- A)  $Q=0$       B)  $Q=-1000$  J      C)  $Q > 1000$  J.

57.

Ha egy kerékpár pumpa csövét befogjuk és a dugattyút hirtelen mozdulattal benyomjuk, akkor a bezárt gáz felmelegszik. Két kísérletet végzünk. Az első esetben kétszer annyi a gázon végzett munka, mint a második esetben. Mit mondhatunk a két hőmérsékletváltozás arányáról?

- A) 1,41 körüli érték      B) 4 körüli érték      C) 2 körüli érték.

58.

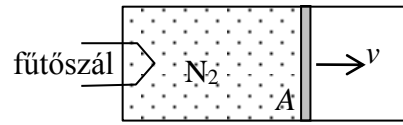
Az alábbi állítások ideális gáz izotermikus állapotváltozásaira vonatkoznak. Válassza ki a helyeseket!

- a) A térfogatváltozás nem jár energiaváltozással.  
 b) Azért állandó a gáz hőmérséklete állapotváltozás közben, mert a gáz nem kap és nem is ad le hőt.  
 c) Minél magasabb a gáz hőmérséklete, annál több munkát végez a gáz ugyanazon térfogat-növekedés közben.  
 d) A gázzal közölt hő teljes egészében a gáz tágulási munkáját fedezi.  
 Válaszait indokolja!



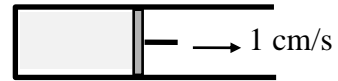
66.

Egy vízszintes hengerben nitrogéngáz van. A gázt könnyen mozgó,  $A = 10 \text{ cm}^2$  alapterületű dugattyú zárja el a külső,  $p = 100 \text{ kPa}$  nyomású levegőtől. A hengerbe zárt gázt egy  $P_f = 5 \text{ W}$  teljesítményű fűtőszállal melegítjük. A fűtőszál által leadott hő 70 %-a a nitrogént melegíti. A melegítés hatására a dugattyú egyenletesen mozogva kifelé tolódik a hengerből. Határozzuk meg a dugattyú  $v$  sebességét!



67.

Egy hengeres, dugattyúval elzárt edényben  $10^5 \text{ Pa}$  nyomású,  $1 \text{ m}^3$  térfogatú ideális gáz van. A dugattyút  $1 \text{ cm/s}$  állandó nagyságú sebességgel kifelé kezdjük mozgatni. A dugattyú keresztmetszete  $0,1 \text{ m}^2$ . A dugattyú mozgatása közben egy fűtőszál működtetésével hőt tudunk közölni a gázzal. Hogyan kell a fűtőteltelítményt változtatni az idő függvényében, ha azt akarjuk, hogy a gáz hőmérséklete ne változzék? (A gáz és a fűtőszál közötti hőátadáson kívül minden más hőcsere elhanyagolható.)



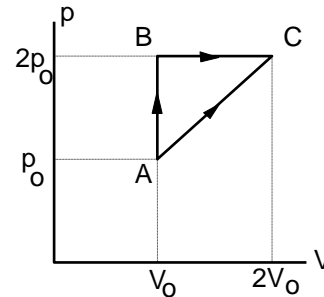
68.

Egy hőszigetelt tartályt a hőszigetelő fal két részre oszt. Az egyik részben  $0,1 \text{ mól}$  oxigéngáz ( $\text{O}_2$ ), a másikban  $0,2 \text{ mól}$  neon gáz ( $\text{Ne}$ ) van. A részecskék haladó mozgásához tartozó átlagsebességek a két részben egyenlők. A válaszfalat kiveszik. Hányszorosa az oxigén gáz kelvinben mért kezdeti hőmérséklete a kialakuló közös hőmérsékletnek? (A mol tömeg oxigén és neon esetén  $32$ , ill.  $20 \text{ gramm/mol}$ .)

69.

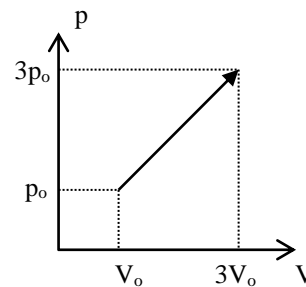
Héliumgáz nyomását és térfogatát akarjuk kétszeresére növelni. Először az ábra szerinti ABC állapotváltozást valósítjuk meg, majd egy másik kísérletben az AC állapotváltozást hozzuk létre.

- Hogyan aránylik egymáshoz a gáz által végzett munka a két kísérletben?
- Hogyan aránylik egymáshoz a gáz által felvett hő a két esetben?



70.

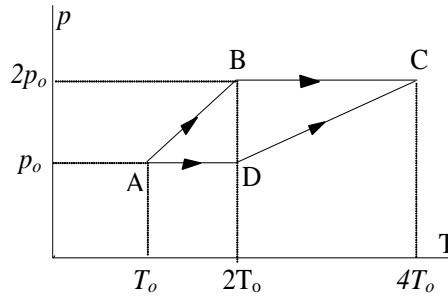
Hélium gázt olyan módon melegítenek, hogy nyomása és térfogata az ábra szerinti módon változik. A folyamat során a gáz által felvett hő  $1600 \text{ J}$ . Határozzuk meg a gáz belső energiájának megváltozását!



71.

Az ábrán ugyanazon  $N_2$ -gáz két állapotváltozását láthatjuk nyomás-hőmérséklet grafikonon (A) állapotban a gáz térfogata  $V_0$ .

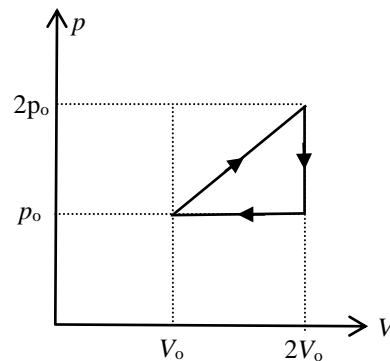
- Ábrázold az ABC és az ADC állapotváltozást  $p$ - $V$  grafikonon!
- Melyik folyamatban vesz fel több hőt a gáz?
- Határozd meg a két úton felvett hő arányát!



72.

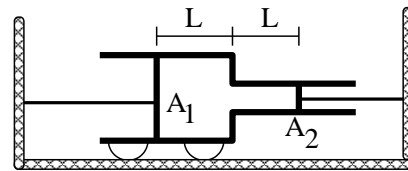
Az ábra héliumgázzal végrehajtott körfolyamatot mutat nyomás-térfogat grafikonon,  $p_0 = 50$  kPa,  $V_0 = 2$  dm<sup>3</sup>.

- Határozd meg a gáz által felvett hőt és a gáz által leadott hőt!
- A körfolyamatot munkavégző körfolyamatnak tekintve, határozd meg a körfolyamat termikus hatásfokát!



73.

Egy elhanyagolható falvastagságú, jó hővezető anyagból készült kettős henger kerekeken mozoghat. A hengerek belső keresztmetszetei  $A_1$  és  $A_2$ . A hengerekben talajhoz rögzített dugattyúk vannak, amelyek távolsága a hengerek érintkezési síkjától  $L$ . Az elzárt térrészben  $T_0$  hőmérsékletű oxigén gáz van. A külső



nyomás  $p_0$ . A hőmérséklet lassan  $\Delta T$ -vel emelkedik, miközben a külső nyomás nem változik.

- Mennyivel mozdul el a kettős henger a hőmérséklet változása közben?
- Mennyi hőt vesz fel az oxigén gáz a melegedési folyamatban?

( $A_1=10$  cm<sup>2</sup>,  $A_2=5$  cm<sup>2</sup>,  $L=10$  cm,  $p_0=100$  kPa,  $T_0=250$  K,  $\Delta T=50$  K.)

74.

Modellezzük az  $R = 6370$  km sugarú Föld légkörét a következőképpen. A légkör hőmérséklete mindenhol azonos. A levegőt alkotó gázok molekulái 5 energiahordozó szabadsági fokkal rendelkeznek és átlagos moláris tömegük  $M = 29$  g/mol. A Föld felületén a légnyomás  $p_0 = 100$  kPa. Tételezzük fel, hogy abban a tartományban, ahol a légkör elhelyezkedik a gravitációs gyorsulás értéke  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Tételezzük fel, hogy valamilyen hatás következtében a légkör hőmérséklete mindenhol  $\Delta T = 1^\circ\text{C}$ -kal felmelegszik, de a légkör tömege, összetétele változatlan marad. Határozzuk meg, hogy mennyivel növekszik a légkör magassági (helyzeti) energiája a melegedés miatt!

75.

Egy adott mennyiségű nitrogén-gáz kezdeti, minimális hőmérséklete  $T_0$ , maximális hőmérséklete  $4T_0$ . A gázt először állandó térfogaton melegítjük, majd állandó nyomáson tágulni hagyjuk. Ezután állandó térfogaton hűtjük és végül állandó nyomáson összenyomjuk. Ek-

kor a gáz kiindulási állapotába jut vissza. Legfeljebb mekkora lehet a körfolyamat termikus hatásfoka?

76.

Hélium gáz állapotát úgy változtatjuk, hogy az állapotváltozások a nyomás - térfogat grafikonon egyenes mentén mozognak. A gázzal összességében annyi hőt közlünk, ami állandó térfogaton megduplázná a gáz abszolút hőmérsékletét. Legfeljebb hányszorosára növekedhet a gáz térfogata? (Az "összességében közölt hő" kifejezés a folyamat során a gáz által felvett és leadott hők előjeles összegét jelenti.)

77.

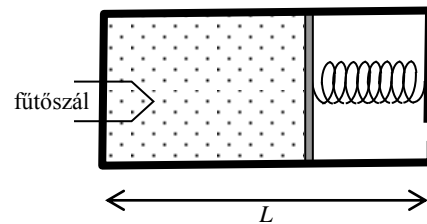
Egy fűthető kemencén kis lyuk van. A kemencén kívül  $0^\circ\text{C}$  hőmérsékletű,  $100\text{ kPa}$  nyomású levegő van. A kemencében lévő levegőt a fűtőrendszer állandóan  $57^\circ\text{C}$  hőmérsékleten tartja. Kellő idő elteltével a kemencében a levegő nyomása állandósul. Becsüld meg, hogy mekkora az állandósult nyomás a kemencében?

78.

Egy erdőben a fák véletlenszerűen helyezkednek el. Átlagosan egy fára  $16\text{ m}^2$  szabad terület jut. Minden fa törzse  $R = 0,3\text{ m}$  sugarú hengernek tekinthető. Az erdőben egy bekötött szemű ember bolyong, aki időnként beleütközik egy-egy fatörzsbe. Becsüljük meg, hogy átlagosan mekkora távolságot tesz meg az ember két ütközése között, ha a probléma szempontjából az ember is  $R = 0,3\text{ m}$  sugarú hengernek tekinthető!

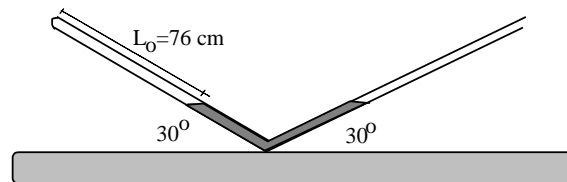
79.

Az ábra szerinti elrendezésben a súrlódás nélküli mozgó dugattyú  $0,1\text{ mol}$  hélium gázt zár el. A hengeren kívül légritka tér van, aminek nyomása elhanyagolható. Az összenyomódáskor is erőt kifejtő rugó feszítetlen hossza egyenlő a tartály  $L$  hosszával. A gázt melegítjük. Mekkora hőközlés hatására növekszik  $10\text{ K}$ -nel a gáz hőmérséklete?



80.

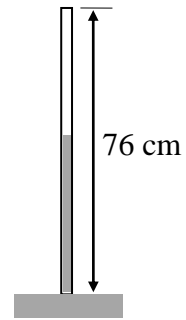
Az ábrán látható formára hajlított vékony üvegcső egyik vége zárt, a másik nyitott. A cső szárjai  $30^\circ$ -os szöget zárnak be a vízszintessel. A cső alján higany van, a két szárnban azonos magasságban. A zárt térrészben  $0,003\text{ mol}$  nitrogén-gáz helyezkedik el. Kezdetben a gázoszlop  $L_0 = 76\text{ cm}$  hosszúságú. A külső levegő nyomása  $76\text{ cm}$  higany hidrosztatikai nyomásával egyenlő. Az elzárt gázt melegíteni kezdjük.



- Ábrázoljuk grafikonon a nitrogén nyomását a gázoszlop hosszának függvényében!
- Határozzuk meg, hogy mennyi hőt vesz fel a nitrogén, ha  $\Delta T = 10\text{ K}$ -nel növekszik a hőmérséklete!

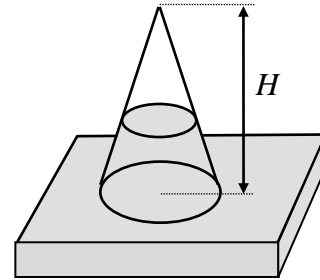
81.

Egy 76 cm hosszúságú, felül zárt üvegcső alsó vége higanyba merül, a cső részben higanyval telt, felette zárt térrészben 0,001 mol levegő van. A külső légköri nyomás 76 cm-es higanyoszloppal tart egyensúlyt. A levegő molhője állandó térfogaton  $C_v = 20,5 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ . Mennyi hőt ad le a csőbe zárt levegő, amikor a hőmérséklete  $10^\circ\text{C}$ -kal süllyed?



82.

Egyenes körkúp alakú, vékonyfalú üvegedény alsó, nyitott vége higanyval telt kádba merül. Az üvegekúp csúcsa  $H = 76 \text{ cm}$  magasan van a kádbeli higany szint felett. Az üvegedényt részben higany tölti ki. A higany feletti zárt térrészben  $n = 0,01 \text{ mol}$  levegő van. A külső légköri nyomás  $H = 76 \text{ cm}$  magasságú higanyoszlop hidrosztatikai nyomásával egyenlő. Mennyi hőt vesz fel az elzárt levegő, ha hőmérséklete lassan  $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ -kal emelkedik? (A kádbeli higany szint változása elhanyagolható, a kúpbeli higany szint nem süllyed a kádbeli higany szint alá.)



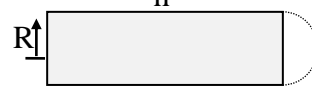
83.

Egy vékony falú, légritkított térben levő üvegcső egyik vége zárt, másik végére folyadék-hártya feszül. A hengeren belül és kívül  $p_0$  nyomású,  $T_0$  hőmérsékletű levegő van. Az üvegcső hossza  $h$ , sugara  $R$ . A folyadék felületi feszültsége  $\alpha$ . A hőmérséklet lassan emelkedni kezd.

a) Mekkora hőmérsékletnél legnagyobb a bezárt levegő nyomása?

b) Mennyi hőt vesz fel az elzárt levegő a maximális nyomású állapot eléréséig?

( $R = 5 \text{ mm}$ ,  $T_0 = 250 \text{ K}$ ,  $p_0 = 1000 \text{ Pa}$ ,  $\alpha = \square \text{ J}/\text{m}^2$ . Tegyük fel, hogy a vizsgált nyomás- és hőmérséklettartományban a folyadék távol van a forrástól.)



84.

Egy befogott végű kerékpárpumpa légterének hossza  $L = 20 \text{ cm}$ , belső keresztmetszet területe  $A = 5 \text{ cm}^2$ . A pumpában  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  hőmérsékletű,  $p_1 = 10^5 \text{ Pa}$  nyomású levegő van. A külső levegő nyomása ugyancsak  $10^5 \text{ Pa}$ . A pumpa dugattyúját egy gyors mozdulattal benyomjuk és így a bezárt levegő térfogatát felére csökkentjük. Az összenyomás olyan gyors, hogy közben a bezárt levegő által a környezetének leadott hő elhanyagolható. A gáz összenyomása közben a dugattyút benyomó személy  $W = 3 \text{ J}$  munkát végez.

a) Határozzuk meg a bezárt levegő hőmérsékletét a folyamat végén!

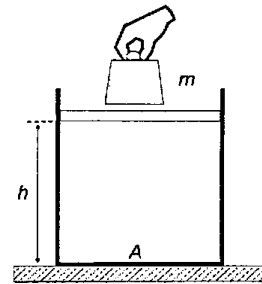
b) Mekkora lesz a bezárt levegő nyomása?

(Feltehetjük, hogy a dugattyú súrlódás nélkül mozog és tökéletesen zár. A levegő részecskéi  $f = 5$  energiátároló szabadsági fokkal rendelkeznek.)

85.

Egy  $A = 1 \text{ dm}^2$  alapterületű, függőlegesen álló hengerben lévő levegőt elhanyagolható tömegű, súrlódásmentesen mozgó dugattyú zár el a külső levegőtől. A levegőoszlop magassága  $h = 5 \text{ dm}$ . A dugattyúra óvatosan egy  $m = 14 \text{ kg}$  tömegű nehezéket helyezünk, majd elengedjük azt. A dugattyú és a nehezék kis amplitúdójú, jó közelítéssel harmonikus rezgőmozgásba kezd.

Határozzuk meg a rezgés amplitúdóját, frekvenciáját és a dugattyú maximális sebességét! (A henger fala hőszigetelőnek tekinthető. A külső légnyomás  $p_k = 100 \text{ kPa}$ . Szükség esetén használjuk a következő közelítést:  $(1+x)^n = 1+n \cdot x$ , ha  $x$  nullához közeli érték.)



86.

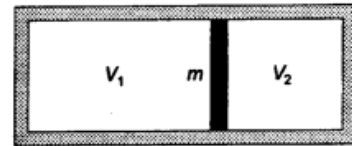
Hőszigetelt falú, vízszintes tengelyű hengerben egy  $m$  tömegű dugattyú a külső légnyomásmnál nagyobb nyomású levegőt zár el. Ha a dugattyú rögzítését megszüntetjük, akkor a dugattyú súrlódás nélkül mozog a hengerben. A létrejövő adiabatikus állapotváltozás során az elzárt gáz legnagyobb térfogata az eredetinek kétszerese. Határozzuk meg

- a gáz legkisebb és legnagyobb nyomásának arányát,
- a kezdeti nyomás nagyságát!

(A külső levegő nyomása  $p_k = 10^5 \text{ Pa}$ , a levegő tekinthető 5 szabadsági fokú gáznak, ezért a kétféle fajhőjének hányadosa  $\kappa = c_p / c_v = 1,4$ .)

87.

Hőszigetelő falú hengerben  $V_1 = 3 \text{ liter}$  térfogatú,  $p_1 = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású és  $T_1 = 1092 \text{ K}$  hőmérsékletű héliumgázt egy igen jó hőszigetelő,  $m = 2 \text{ kg}$  tömegű fal választ el  $V_2 = 2 \text{ liter}$  térfogatú,  $p_2 = 2,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomású és  $T_2 = 1365 \text{ K}$  hőmérsékletű héliumgáztól. A válaszfalat elengedjük, ezután a fal súrlódásmentesen mozoghat. Maximálisan mekkora sebességre gyorsul fel a válaszfal?



88.

Egy henger belsejében jó hővezető rögzített fal  $p_0$  nyomású, térfogatú,  $T_0 = 280 \text{ K}$  hőmérsékletű hélium gázt zár be. A fal másik oldalán ugyancsak  $p_0$  nyomású,  $V_0$  térfogatú,  $T_0$  hőmérsékletű hélium gáz van, amelyet egy dugattyú zár el a külső levegőtől. A henger és a dugattyú hőszigetelő anyagú és elhanyagolható hőkapacitású. A dugattyú lassú benyomásával a jobb oldali gázt  $V_0 / 2$  térfogatra nyomjuk össze. Határozzuk meg ebben az állapotban a gázok hőmérsékletét!



89.

A  $p_0$  alacsony nyomású levegőben  $\nu$  frekvenciájú hanghullám halad a hangforrástól nagy távolságban  $c$  sebességgel. A hangterjedés közben a levegő maximális nyomásváltozása  $\Delta p$

- Mutassuk meg, hogy a hanghullámban létrejövő maximális sűrűségváltozás

$$\Delta \rho = \frac{\Delta p}{c^2}.$$

- Mutassuk meg, hogy a levegő hullámmozgás miatti rezgési amplitúdója

$$A = \frac{1}{\kappa} \frac{\Delta p}{p_0} \frac{c}{2\pi\nu},$$

ahol  $\kappa$  a levegő állandó nyomású, és állandó térfogatú fajhőjének aránya.



- c) Határozzuk meg a maximális sűrűségváltozást, és a rezgési amplitúdót  $p_0 = 10^5$  Pa,  $v = 440$  Hz,  $c = 330$  m/s és  $\Delta p = 0,2$  Pa esetén.

Útmutatás:

- A hétköznapi életben tapasztalható hangjelenségek esetén a hanghullámban a nyomás, a sűrűség, és a hőmérséklet relatív változása olyan kicsiny, hogy ha a relatív változást  $x$  jelöli, akkor közismert  $(1+x)^n \approx 1+nx$  közelítés alkalmazható. A feladatban megfogalmazott állítások is ezen közelítés rendjében teljesülnek.
- A megoldásban bizonyítás nélkül felhasználható, hogy a hang sebessége gázban

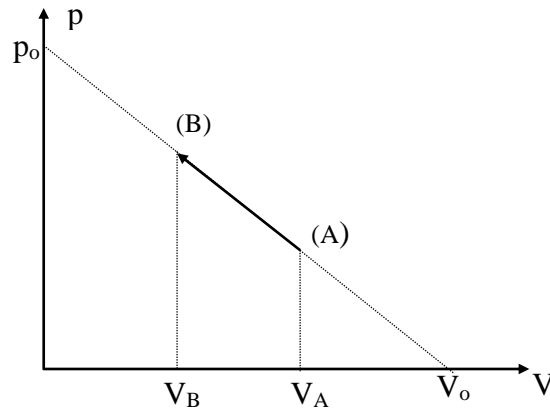
$$c = \sqrt{\frac{\kappa RT_0}{M}},$$

ahol  $R$  a gázállandó,  $T_0$  a gáz (alap)hőmérséklete,  $M$  a moláris tömege,

$$\kappa = c_p / c_v.$$

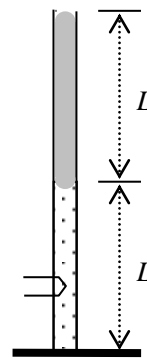
90.

Az ábra  $p(V)$  grafikonon mutatja egy bizonyos mennyiségű oxigén-gáz állapotváltozását. Az ábrán szereplő  $V_0$  térfogat és  $p_0$  nyomás értékei:  $V_0 = 12$  dm<sup>3</sup>,  $p_0 = 1,2 \cdot 10^5$  Pa. A kezdeti (A) állapotban a gáz térfogata  $V_A = \frac{2}{3} V_0$ , hőmérséklete  $T_A = 300$  K. A végső (B) állapotban  $V_B = \frac{5}{12} V_0$ . Határozza meg külön-külön, hogy mennyi hőt vesz fel és mennyi hőt ad le a gáz a folyamatban!



91.

Egy  $A = 2$  mm<sup>2</sup> belső alapterületű,  $2L = 152$  cm hosszúságú, függőlegesen álló üvegcső alsó vége zárt, felső része nyitott. A cső alsó részében  $L$  hosszúságú levegőoszlop, felette pedig ugyancsak  $L$  hosszúságú higanyoszlop helyezkedik el. A külső levegő légnyomása  $L$  magasságú higanyoszlop hidrosztatikai nyomásával egyenlő, a kezdeti hőmérséklet pedig  $T_0 = 280$  K. Ezután a bezárt levegőt egy beépített izzószal segítségével melegíteni kezdjük. A fűtőteljesítmény olyan kicsiny, hogy a higanyoszlop gyorsulása elhanyagolható. Határozzuk meg, hogy mennyi hőt vesz fel az elzárt levegő addig, amíg az összes higany elhagyja a csövet! (Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy az elzár levegő által az üvegcsőnek és a higanynak leadott hő elhanyagolható. A higany sűrűsége  $\rho = 13\,600$  kg/m<sup>3</sup>.)



## 16. Hőtan, halmazállapot-változás

### Alapfeladatok

#### Általános hőtan

1.

Miért hűl a párolgó anyag? Meg lehet-e valósítani azt, hogy a párolgó anyag hőmérséklete ne csökkenjen? Ha igen, hogyan? Hogyan lehet növelni egy anyag párolgásának sebességét?

2.

Egy tányérba folyadékot öntünk. A párolgó folyadék felületén idő- és felületegységenként  $N$  részecske lép ki a folyadékból. Megváltozik-e a kilépő részecskék száma, ha elkezd fújni a tányér felett a szél?

- A) Növekszik.                      B) Csökken.                      C) Nem változik.

3.

- a) Ha egy folyadék úgy párolog, hogy közben a környezetétől nem kap hőt, akkor lehűl. Miért?  
b) Azonos körülmények között gyorsabb a párolgás, ha fúj a szél. Miért?

4.

A következő játékot játszuk: Egy asztalon hat darab 1-től 6-ig számozott papírkorong van. Induláskor minden korongra 2 babszemet helyezünk. Dobókockával kétszer egymás után dobunk. Az elsőre kapott szám megmutatja, hogy hányadik korongról veszünk el egy babszemet, a második szám pedig megmutatja, hogy melyik korongra tesszük azt. Ha nem lehet elvenni babszemet, mert az adott korongon nincs, akkor újra dobunk. Ha egy korongon 4 babszem gyűlik össze, akkor a korongot a babszemeivel együtt kivesszük a játékból. A dobásokat sokszor megismételjük.

- a) Milyen fizikai folyamatot (folyamatokat) modellez ez a játék?  
b) Van-e olyan sajátossága ezen fizikai folyamatnak amit a modell nem tartalmaz?  
c) Hogyan lehetne finomítani a modellt?

#### Melegítés, teljesítmény

5.

600 W teljesítményű villamos melegítővel 0,5 liter  $12^\circ\text{C}$ -os glicerint 3 percig melegítünk.

- a) Hány kJ hőt közöltünk a glicerinnel, ha a melegítés hatásfoka 70%-os? **(75,6 kJ)**  
b) Mennyi a glicerin fajhője, ha a melegítés végén  $60^\circ\text{C}$ -os lett? **(2,5 kJ/kg.K)**  
(A glicerin sűrűsége  $1260 \text{ kg/m}^3$ .)

6.

Villamos melegítőkészülékben 2,5 liter vizet 30 perc alatt  $20^\circ\text{C}$ -ról  $100^\circ\text{C}$ -ra kell felmelegíteni.

- a) Mennyi a melegítőkészülék teljesítményfelvétele? **(465 W)**  
b) Ha a hálózati feszültség 220 V, akkor mennyi a fűtőszál ellenállása? A hatásfokot vegyük 100 %-nak! **(104 ohm)**

7.

Mennyi idő szükséges 1,8 kg tömegű,  $28^\circ\text{C}$  hőmérsékletű víz forráspontra melegítéséhez, ha 80 W-os melegítőnköt 220 V-ra kapcsoljuk?

A hatásfok 75%. **(20 perc)**

8.

600  $\text{cm}^3$  glicerint egy 220 V-os, 300 W-os villamos melegítő 2 perc alatt  $20^\circ\text{C}$ -ról  $35^\circ\text{C}$ -ra melegít.

- a) Mennyi hő szükséges a melegítéshez? **(27 kJ)**  
b) Hány % a melegítés hatásfoka? **(75 %)**  
c) Hány ohm a melegítő ellenállása? **(161 ohm)**  
A glicerin sűrűsége  $1,26 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , fajhője  $2390 \text{ J/kgK}$ .

9.

A 120 literes elektromos forróvíz-tároló fűtőteste 5,5 óra alatt melegíti fel 15°C-ról 80°C-ra a tárolóban levő vizet.

Mekkora effektív értékű áramot vesz fel a fűtőtest a 220 V-os hálózatról, ha a hőátadás hatásfoka 80% ? **(9,4 A)**

A víz fajhője 4,2 kJ/kgK, sűrűsége 1000 kg/m<sup>3</sup>.

10.

Egy villamos melegítővel 0,5 liter 10°C hőmérsékletű vizet 5 perc alatt akarunk 50°C hőmérsékletre melegíteni.

a) Mekkora hőmennyiség kell a melegítéshez? **(84 kJ)**

b) Mekkora teljesítménnyel történik a melegítés? **(280 W)**

c) Mekkora a 220 V feszültségű hálózatra kapcsolt villamos melegítő ellenállása? **(173 ohm)**

11.

Egy edényben 1 kg -20°C-os jég van. A jeget egy 200 W teljesítményű melegítő készülékkel melegíteni kezdik.

a) Ábrázold grafikonon a hőmérsékletet az eltelt idő függvényében az első 50 percben!

b) 15 perces melegítés után mennyi jég és mennyi víz van az edényben?

(A jég ill. víz fajhője  $c_{\text{jég}}=2,1$  kJ/kg·°C és  $c_{\text{víz}}=4,2$  kJ/kg·°C, a jég olvadáshője  $L_0=333,7$  kJ/kg.)

12.

Milyen teljesítményű legyen az a merülőforraló, amely 15 perc alatt 1 dm<sup>3</sup> térfogatú, 15°C hőmérsékletű vizet 100°C-ra melegít, majd a forrásponton 30 g vizet el is párologtat?

(A forráspont alatti párologástól és a hővesztésegtől tekintsen el, a víz sűrűsége 1000 kg/m<sup>3</sup>, fajhője

4183 J/kg·K, forráshője 2256 kJ/kg.)

### Hőmérséklet-kiegyenlítés

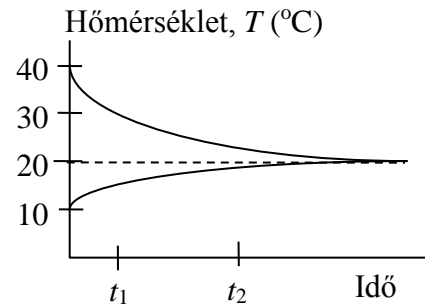
13.

Egy termoszban és egy pohárban eltérő hőmérsékletű víz van. A termoszban lévő víz 250 grammal nagyobb tömegű, mint a pohárban elhelyezkedő. A poharat a termoszba helyezük. A hőmérsékletek időbeli változását a grafikon mutatja.

a) Melyik víz volt kezdetben melegebb?

b) Mekkora tömegű víz van a pohárban?

c) Miért meredekebbek a  $t_1$  időpillanatban a görbék, mint a  $t_2$  időpillanatban?



14.

A fáradt gőz hasznosításának egyik lehetősége, hogy vizet melegítenek vele. Hány kg 20°C-os vizet lehet 75°C-ra melegíteni 1 kg 100°C-os vízgőznek közvetlenül a hideg vízbe való vezetéssel?

(A hővesztésegtől tekintsen el, a víz fajhője 4183 J/kg·K, forráshője 2256 kJ/kg.)

15.

Kaloriméterben 200 g víz-jég keverék van. Ha 40 g 100°C-os vízgőzt vezetünk a keverékbe, hőkiegyenlítés után a közös hőmérséklet 60°C lesz.

Mennyi volt a jég tömege? **(140 gramm)**

(A gőz párologáshője 2260 kJ/kg, a jég olvadáshője 335 kJ/kg, a kaloriméter hőkapacitása elhanyagolható.)

16.

Egy  $400 \text{ km}^2$ -es területet  $2 \text{ cm}$  vastag,  $-2^\circ\text{C}$  hőmérsékletű hó borít. A területre két órán keresztül esik  $5^\circ\text{C}$  hőmérsékletű eső. Ennek következtében a hó fele megolvad,  $0^\circ\text{C}$ -os hó-víz keverék keletkezik. A talajjal és a levegővel történő hőcserétől tekintsünk el.

a) Hány mm-es eső esett a két óra alatt? (**16,4 mm**)

b) Mekkora teljesítménnyel történt az energia átadása? ( **$1,9 \cdot 10^{10} \text{ W}$** )

A hó sűrűsége  $100 \text{ kg/m}^3$ , a hó fajhője  $2,1 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ; a hó olvadáshője  $335 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ; a víz fajhője  $4,2 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ .

### Haladó szintű feladatok

#### Általános hőtan

17.

Ha egy meleg fémlapra vizet cseppentünk, akkor az szinte azonnal elpárolog. Mi történik, ha a fémlapra izzásig hevítjük és ezután csöppentjük rá a vizet?

A) Még gyorsabban elpárolog.

B) Nem párolog el olyan gyorsan.

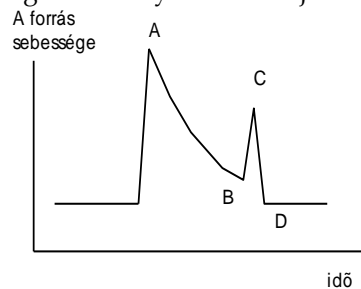
C) Körülbelül azonos idő alatt párolog el, mint az első esetben.

18.

Ha egy termoszba  $-196^\circ\text{C}$  hőmérsékletű, forrásban lévő cseppfolyós nitrogént öntünk, és a folyadékba egy néhány milliméter belső átmérőjű üvegcsövet helyezünk, akkor a cső kiálló végénél szökőkútszerű jelenséget figyelhetünk meg. A cső vége folyadékot és nitrogén gőzt lövell ki. Ez a jelenség néhány másodpercig tart. Magyarázzuk meg a jelenséget!

19.

Ha egy liter cseppfolyós nitrogént töltünk egy nyitott termoszba, akkor az  $-196^\circ\text{C}$ -on lassan forr. (Egy liter folyadék néhány óra alatt forr el.) Ha a nitrogénbe néhány tized kilogrammos szobahőmérsékletű fémtárgyat teszünk - a grafikonon az A pont - akkor a forrás intenzívebbé válik, hiszen a nitrogén nemcsak a környező levegőtől, hanem a fémtől is kap energiát. A forrás felgyorsulását intenzív hangjelenségek és a folyadék erőteljes zubogása is jelzi.



a.) Az idő múlásával (néhány perc) a forrás intenzitása csökken, kezd hasonlítani a fém behelyezése előtti intenzitáshoz. (AB szakasz) Magyarázd meg, hogy miért!

b.) Egyszer csak váratlan dolog történik (BCD szakasz). A forrás néhány másodpercre ismét felgyorsul, majd az eredeti sebességre esik vissza. Magyarázd meg, hogy miért gyorsult fel ismét a forrás!

20.

Néhány fém moláris atomtömegét és fajhőjét tartalmazza a mellékelt táblázat.

a) Keressen összefüggést az adatok között!

b) A megtalált összefüggés alapján jósolja meg a nikkelt fajhőjét, tudva, hogy a nikkelt moláris atomtömege  $58,7 \text{ g/mol}$ .

- c) Hasonlítsa össze a számolt és a függvénytáblázatból kikeresett nikkelfajhőket. Hány százalékos az eltérés?

	Moláris atomtömeg (g/mol)	Fajhő (J/kg.K)
Alumínium	27	900
Vas	56	465
Réz	63,5	385,2
Ezüst	108	234,5
Arany	197	130,8
Ólom	207	129,8

**Melegítés, teljesítmény**

21.

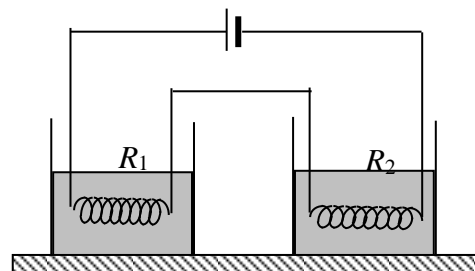
Két egyforma kalorimétert ugyanakkora elektromos teljesítménnyel fűtünk. 5 perc elteltével az egyik kaloriméterben lévő, 100 cm<sup>3</sup> térfogatú víz hőmérséklete 10°C-ról 30°C-ra emelkedik, a másik kaloriméterben lévő, 100 cm<sup>3</sup> térfogatú alkohol hőmérséklete pedig 10°C-ról 53°C-ra változik.

- a) Határozzuk meg a fűtőteljesítményt!  
 b) Mennyi az alkohol fajhője?

(A víz fajhője 4180 J/kg·K, sűrűsége 1000 kg/m<sup>3</sup>, az alkohol sűrűsége 880 kg/m<sup>3</sup>. A kaloriméterek hőfelvétele elhanyagolható.)

22.

Két egyforma edénybe azonos mennyiségű 20°C-os desztillált vizet öntünk, és az ábra szerinti kapcsolásban  $R_1 = 40$  ohm, illetve  $R_2 = 60$  ohm ellenállású elektromos melegítőeszközzel melegíteni kezdjük a folyadékokat. Hány fokos a baloldali edényben lévő víz akkor, amikor a jobboldali edényben lévő víz 80°C?



23.

Vízmelegítéssel kívánjuk meghatározni a merülőforralónk teljesítményét. E célból termoszba 1 kg vizet öntünk, és a vizet melegítve percenként meghatározzuk a folyadék hőmérsékletét. A vízmelegítés hatásfoka 80 %. Mekkora a merülőforraló teljesítménye, és hány amper áramot vesz fel 220 V-on, ha a mérési adatok a következők:

(A víz fajhője 4180 J/kg·K.)

t (min)	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T (°C)	17	18,5	20,4	21	22,6	24,1	25,6	27,0	28,4

24.

Egy vízmelegítő adott mennyiségű vizet 10 perc alatt 20°C-ról melegít fel 100°C-ra. Mennyi idő alatt forralja el teljesen?

25.

Mennyi ideig tart 1 dm<sup>3</sup> térfogatú, 30°C hőmérsékletű víz felforralása, majd negyedének elforralása egy 500 W teljesítményű, 80 % hatásfokkal működő melegítő eszközzel?

(A forráspont alatti párolgástól tekintsen el, a víz sűrűsége 1000 kg/m<sup>3</sup>, fajhője 4183 J/kg·K, forráshője 2256 kJ/kg.)

26.

Hőszigetelt edényben vizet melegítünk merülőforralóval, majd forralunk. A hőközlési idő 60 %-a alatt a kezdetben 19°C-os víz forrásig melegszik, a további a víz egy része elforr.

- a) A víz hány %-a forrt el? (A víz forráshője 2260 kJ/kg.) (10 %)

b) Hány W teljesítményű a forraló, ha az elforralás folyamán percenként 18 g víz párolog el? (675 W)

27.

Fél liter 0°C-os vizet és a benne levő fél liter térfogatú 0°C-os jeget egy 660 W-os villamos melegítővel 60°C-ra akarunk melegíteni.

a) Hány Joule hő szükséges a melegítéshez? (330 kJ)

b) Ha 15 percig tart a melegítés, hány %-os a melegítés hatásfoka? (72 %)

(A jég olvadáshője 335 kJ/kg, sűrűsége 0,9 kg/dm<sup>3</sup>.)

28.

Egy edényben 1,2 kg 4°C hőmérsékletű víz van. Ehhez 0,7 kg-nyi -18 °C hőmérsékletű jeget keverünk, majd a keveréket egy 500 W teljesítményű elektromos merülőforralóval 40°C-ra melegítjük. A melegítés közben percenként 3300 J hőveszteség is fellép.

a) Hány percig kell működtetni a merülőforralót?

b) Hány wattóra elektromos energiát használunk el, és mennyi a melegítés hatásfoka?

$c_{\text{jég}} = 2,1 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ,  $c_{\text{víz}} = 4,2 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ,  $L_{\text{jég}} = 336 \text{ kJ/kg}$ .

29.

Egy 20 mm átmérőjű csőben 2 m/s sebességgel víz áramlik. A vizet fűtőolaj folyamatos égetésével melegítjük. Hány fokkal melegíthető fel a víz, ha óránként 5 kg olajat égetünk el? (16,9 K)

Az olaj fűtőértéke  $40 \times 10^3 \text{ kJ/kg}$ , a melegítés hatásfoka 80 %, a víz fajhője 4187 J/kg·K.

30.

100°C-os, forrásban lévő vízbe 0,5 kg tömegű, 20°C hőmérsékletű vastárgyat teszünk.

a) Mennyi idő múlva indul meg újra a forrás, ha az edényt 200 W teljesítményű forralóval melegítjük? A közölt hő 75 %-a fordítódik a rendszer melegítésére; a vas fajhője 460 J/kg·K. (123 s)

### Hőmérséklet-kiegyenlítés

31.

A presszókávé készítésénél a már kész, de kihűlt kávét úgy melegítik fel, hogy gőzt vezetnek bele. Hány %-kal nő meg a kávé tömege, ha 30 °C-ról 80 °C-ra melegítik fel 100 °C-os vízgőz bevezetésével?

32.

0°C hőmérsékletű jég és 100°C hőmérsékletű vízgőz keveredéséből 100°C hőmérsékletű víz keletkezett.

E víz tömegének hány %-a volt eredetileg jég és hány %-a volt vízgőz?

(A jég olvadáshője 335 kJ/kg, a víz párolgáshője 2260 kJ/kg, fajhője 4,2 kJ/kg·K.) (75 %-a jég és 25 %-a vízgőz)

33.

Hőszigetelt edényben lévő 30°C hőmérsékletű vízbe 1 kg -30°C-os jeget tesznek. Elképzelhető-e, hogy nem történik halmazállapot változás? Mikor olvad meg a jég egy része? Mikor fagy meg a víz egy része? Mikor olvad meg az összes jég? Mikor fagy meg az összes víz? (A víz fajhője 4200 J/kg·K; a jég fajhője 2100 J/kg·K; a jég olvadáshője 340 000 J/kg.)

34.

Elhanyagolható hőkapacitású termoszban  $m_v$  tömegű, 90°C fokos víz van. A vízbe  $m_g$  tömegű, 110°C fokos vízgőzt vezetnek. Határozza meg, hogy milyen  $m_v/m_g$  tömegaránynál jönnek létre a következő állapotok a hőmérséklet kiegyenlítése után:

a.) 100°C fokos víz,

b.) víz és gőz keveréke úgy, hogy nem történik halmazállapotváltozás,

c.) 100°C fokos gőz.

Adatok: a víz fajhője  $4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg}\cdot\text{°C}$ , forráshője  $2260 \cdot 10^3 \text{ J/kg}$ ,

a vízgőz fajhője  $1,59 \cdot 10^3 \text{ J/kg}\cdot\text{°C}$

35.

20 kg  $-10^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű jégre 4 kg  $100^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű vízgőzt vezetünk.

a) Kiegyenlítődés után mennyi víz keletkezik? **(24 kg)**

b) Mennyi lesz a kialakuló közös hőmérséklet? **(35,6 $^{\circ}\text{C}$ )**

A jég fajhője 2,1 kJ/kgK, olvadáshője 335 kJ/kg; a víz fajhője 2250 kJ/kg.

36.

Hőszigetelt edényben lévő 1,2 kg  $20^{\circ}\text{C}$ -os vízbe 1,1 kg  $-10^{\circ}\text{C}$ -os jeget teszünk.

Hőkicszerélődés után hány kg víz lesz az edényben? **(1,43 kg)**

A jég fajhője 2,1 kJ/kg·K, olvadáshője 335 kJ/kg; a víz fajhője 4,2 kJ/kg·K.

### Telített gőz, forrás

37.

Egy tartály 18 dm<sup>3</sup> térfogatú, benne 15 kg össztömegű  $20^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű víz és telített gőz van. A víz sűrűsége ezen a hőmérsékleten 998,2 kg/m<sup>3</sup>, a telített gőz sűrűsége pedig 0,0173 kg/m<sup>3</sup>.

a) Mennyi a gőz tömege?

b) Hány molekulát tartalmaz a gőz?

38.

Egy folyadék telített gőzét állandó hőmérsékleten összenyomjuk. Hogyan változik a nyomása?

A) Állandó marad. B) Csökken. C) Növekszik.

39.

$100^{\circ}\text{C}$ -os 50 kPa nyomású vízgőz térfogatát állandó hőmérsékleten csökkenteni kezdjük. Mennyi a gőz nyomása akkor, amikor térfogata már csak negyede az eredeti térfogatnak?

A) 100 kPa; B) 200 kPa C) 50 kPa.

40.

Egy folyadék telített gőzének nyomása  $150^{\circ}\text{C}$ -on 476 kPa. A folyadékot 476 kPa nyomáson melegíteni kezdjük. Mekkora hőmérsékleten forr fel a folyadék?

A)  $100^{\circ}\text{C}$ -on. B)  $150^{\circ}\text{C}$ -on. C)  $150^{\circ}\text{C}$ -nál magasabb hőmérsékleten.

41.

Egy hőlégballon kosarában egyre magasabbra emelkedünk. Hogyan változik a víz forráspontja?

A) Nem változik B) Emelkedik C) Csökken

42.

A víz forráspontja megváltozik, ha megváltozik a külső nyomás. Az alábbi összefüggések közül melyik adhatja meg helyesen a forráspontváltozást? Az összefüggésekben T a hőmérsékletváltozást,  $\Delta p$  a nyomásváltozást,  $V_{gőz}$ , illetve  $V_{víz}$  a térfogatot,  $L_f$  a forráshőt, T a hőmérsékletet, m a tömeget jelöli.

$$\text{A) } \Delta T = \frac{(V_{gőz} - V_{víz})T}{L_f m} \Delta p \quad \text{B) } \Delta T = \frac{(V_{gőz} - V_{víz})T^2}{L_f m} \Delta p \quad \text{C) } \Delta T = \frac{(V_{gőz} - V_{víz})T^3}{L_f m} \Delta p$$

43.

Hogyan változik a jég olvadáspontja, ha a rá nehezedő külső nyomás növekszik?

A) emelkedik B) csökken C) nem változik

44.

Elforralunk 0,2 kg tömegű vizet  $100^{\circ}\text{C}$ -on,  $10^5$  Pa nyomáson.

Mennyivel lesz nagyobb a keletkező vízgőz belső energiája, mint amennyi a  $100^{\circ}\text{C}$ -os vize volt? **(420 kJ)**

Adatok: 1 kg víz  $10^5$  Pa nyomáson történő elforralásához szükséges hőmennyiség  $2,265 \cdot 10^6$  J. A keletkező vízgőz sűrűsége  $0,6$  kg/m<sup>3</sup>.

45.

Dugattyúval elzárt hengerben  $0,06 \text{ m}^3$   $100^\circ\text{C}$ -os telített vízgőz van  $10^5 \text{ Pa}$  nyomáson. A dugattyút lassan beljebb nyomva térfogatot izotermikusan  $0,01 \text{ m}^3$ -re csökkentjük.

a) Hány gramm víz keletkezik? (**30 g**)

b) Mennyivel változik meg a rendszer első energiája? (**-62,5 kJ**)

$100^\circ\text{C}$ -on a telített vízgőz sűrűsége  $0,6 \text{ kg/m}^3$ , a víz forráshője  $2250 \text{ kJ/kg}$ . A keletkezett víz térfogata elhanyagolható.

### Versenyfeladatok

46.

Egy hőszigetelt termoszban  $10^\circ\text{C}$ -os víz van. Ha egy pohár  $50^\circ\text{C}$ -os vizet öntünk a termoszba, akkor azt tapasztaljuk, hogy  $15^\circ\text{C}$  lesz a közös hőmérséklet. Ezután újabb és újabb pohár,  $50^\circ\text{C}$ -os vizet töltünk a termoszba. Mekkora lesz a termoszban kialakuló hőmérséklet 5 pohár meleg víz beleöntése után?

(A termosz hőkapacitása és a veszteségek elhanyagolhatók.)

47.

Zárt edény  $115^\circ\text{C}$ -os vízzel van tele. Az edényen kívül  $100 \text{ kPa}$  a légnyomás. Becsüljük meg, hogy a víz hány százaléka távozik az edényből, ha a tetején lyuk keletkezik? (A víz fajhője és forráshője:  $c = 4,18 \text{ kJ/kg}\cdot\text{K}$ ;  $L = 2256 \text{ kJ/kg}$ .)

48.

A víz forráspontja  $10^5 \text{ Pa}$  túlnyomáson körülbelül  $119^\circ\text{C}$ . A víz hány százaléka alakul át gőzzé, amikor hirtelen leemeljük a zárószelepet a kuktafazékról, ha abban éppen  $10^5 \text{ Pa}$  volt a túlnyomás?

49.

Hőszigetelt, elhanyagolható hőkapacitású termoszba  $0^\circ\text{C}$ -os víz van. A vízbe  $0,1 \text{ kg}$  tömegű,  $-20^\circ\text{C}$  hőmérsékletű jeget teszünk. A közös hőmérséklet kialakulása után az edénybe  $40^\circ\text{C}$  hőmérsékletű meleg vizet öntünk. Legalább mekkora legyen a meleg víz hőmérséklete, hogy végül  $0^\circ\text{C}$ -nál magasabb hőmérsékletű vizet kapjunk?

( $c_{\text{víz}} = 4183 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ,  $c_{\text{jég}} = 2093 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ,  $L_0 = 334 \text{ kJ/kg}$ )

50.

Egy melegíthető edény nyílása vízszintes síkú,  $A = 1 \text{ cm}^2$  területű kör. Az edénybe  $T_1 = 20^\circ\text{C}$  hőmérsékleten vizet öntünk, majd a nyílást egy jól illeszkedő,  $m$  tömegű korong ráhelyezésével lezárjuk. Ezután az edényt melegítjük. Azt tapasztaljuk, hogy a korong  $T_2 = 100^\circ\text{C}$ -on megmozdul. A levegő nyomása  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ . A  $20^\circ\text{C}$  hőmérsékletű telített vízgőz nyomása és a illetve az edény térfogatváltozása elhanyagolható. Határozd meg a korong tömegét!



51.

Régen az utazók a víz forráspontjának mérését használták szintkülönbségek meghatározására. Egy nap például, a reggeli induláskor mérve a víz forráspontját,  $99^\circ\text{C}$ -ot tapasztaltak, majd a hegyes-völgyes terepen haladó út végén, napnyugtakor  $97^\circ\text{C}$ -ot. Becsüld meg a Függvénytáblázat adatainak felhasználásával a két hely közötti szintkülönbséget, ha tudod, hogy a hőmérséklet mindkét helyen, mindkét alkalommal  $15^\circ\text{C}$  volt, és a reggeli táborhelyen a légnyomás aznap nem változott!



52.

Ha egy  $0^{\circ}\text{C}$ -os szobában  $80^{\circ}\text{C}$ -ra felmelegített,  $C = 900 \frac{\text{J}}{\text{K}}$  hőkapacitású vasalót kikapcsolunk a hálózatról, akkor hőmérséklete az idő függvényében a következőképpen csökken:

t (min)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6
T (K)	353,2	345,6	338,7	332,5	326,8	321,7	317,1	312,9	309,1	305,7	302,6	299,8	297,3

- a) Határozzuk meg minél pontosabban, hogy mekkora teljesítménnyel kellene a vasaló fűtőszálát működtetni, hogy a vasaló hőmérséklete egy konkrét hőmérsékleten, például  $46,2^{\circ}\text{C}$ -on állandósuljon!
- b) Mekkora hőmérsékletre melegszik fel a vasaló, ha a fűtőszála 180 watt hőmérsékleten üzemel?

53.

Egy edénybe  $m_1 = 1 \text{ kg}$  tömegű,  $c_1 = 4180 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$  fajhőjű forró vizet öntünk és hűlni hagyjuk, miközben 20 másodpercenként mérjük a víz hőmérsékletét. A mérés kezdetétől számított 100 másodperc elteltkor is megmérjük a hőmérsékletet, majd gyorsan a vízbe teszünk egy  $T_2 = 10^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű,  $m_2 = 1 \text{ kg}$  tömegű fémdarabot. A hőmérséklet mérését tovább folytatjuk. A mérési eredmények a következők:

t (s)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240
T( $^{\circ}\text{C}$ )	93,9	88,4	83,4	78,6	74,2	70,0	-	-	51,9	49,7	47,6	45,5	43,6

A 120 másodpercnél, illetve 140 másodpercnél mért értékeket azért nem tüntettük fel a táblázatban, mert ekkor a víz-fém rendszernek nem volt egyértelmű hőmérséklete. Határozzuk meg minél pontosabban a fém fajhőjét!

54.

Egy  $m = 1 \text{ kg}$  tömegű,  $c = 400 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$  fajhőjű forró fémtárgyat  $20^{\circ}\text{C}$ -os szobában hűlni hagyunk, és félpercenként megmérjük a hőmérsékletét. A mérési eredmények az alábbi táblázatban találhatóak:

t(min)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
T( $^{\circ}\text{C}$ )	100	88,9	79,2	71,0	63,9	57,8	52,5	48,0	44,1	40,7

- a) Határozzuk meg minél pontosabban, hogy a kezdeti időponthoz képest mennyi idő múlva csökken a fémtárgy hőmérséklete  $25^{\circ}\text{C}$ -ra!
- b) A vizsgált fémtárgy belsejében levő üregbe egy elektromos fűtőszálát helyezünk, és azt 245 W teljesítménnyel működtetjük. Becsüljük meg minél pontosabban, hogy mekkora hőmérsékleten állandósul a tárgy hőmérséklete (A fémtárgy továbbra is a  $20^{\circ}\text{C}$ -os szobában van.)

55.

Tekintsünk két lakóházat, melyek alaprajza (geometriai értelemben is) hasonló, de az egyik alapterülete  $80 \text{ m}^2$ , a másiké  $160 \text{ m}^2$ . A házak belmagassága egyforma, azonosak az építéshez felhasznált anyagok és technológiák is. Becsüljük meg, hogy hány %-kal kerül többbe a nagyobb ház téli fűtése, mint a kisebbé! (Feltehetjük, hogy a lakók fűtési szokásai azonosak, a tető és a padló jól hőszigeteltek.)

## 17. Hőtágulás, rugalmas alakváltozás, mechanikai energia belső energiává alakulása

### Alapfeladatok

#### Hőtágulás

1.

Vaslemezbe lyukat fúrunk. Mi történik a lyukkal, ha az egész vaslemezt ezután egyenletesen felmelegítjük?

- A) Nagyobb lesz.                      B) Kisebb lesz.                      C) Nem változik a mérete.

2.

Egy felmelegített üreges acélgömb átmérője a hőtágulás jelensége miatt növekszik. Hogyan változik a gömbben lévő üreg térfogata?

- A) növekszik.                      B) csökken                      C) változatlan

3.

Egy kör alakú fémlemezről körcikket vágunk ki, majd a kivágott darabot melegítjük. A cikk szöge

- A) nő                                      B) nem változik                      C) csökken

4.

A réz lineáris hőtágulási tényezője  $0,000\ 016\ 1/^\circ\text{C}$ . Hány százalékkal növekszik egy réztömb térfogata, ha  $100^\circ\text{C}$ -kal emelkedik a hőmérséklet?

- A) 0,48 %                      B) 0,16 %                      C) 0,32 %

5.

Egy alumínium gömböt felmelegítünk, és így átmérőjét 0,1 %-kal növeljük. Hány százalékkal változik a térfogata?

- A) 0,1 %-kal;                      B) 0,2 %-kal;                      c) 0,3 %-kal.

6.

Hány százalékkal növekszik annak a folyadéknak a térfogata, amelynek térfogati hőtágulási tényezője  $\beta=0,001\ 1/^\circ\text{C}$  és hőmérsékletét  $\Delta t = 50^\circ\text{C}$ -kal emeljük?

- A) 50 %                      B) 5%                      C) 0,05 %

7.

Egy alumínium csövön először  $16^\circ\text{C}$ -os vizet, azután  $100^\circ\text{C}$ -os vízgőzt vezetnek át.

- a) Hány százalékkal változik meg a cső hossza? **(0,2 %)**  
b) Hány százalékkal változik meg a cső keresztmetszetének a területe? **(0,4 %)**

Az alumínium lineáris hőtágulási együtthatója  $2,4 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{K}$ .

8.

Acélgolyó átmérője  $0^\circ\text{C}$ -on 4,160 cm, egy alumíniumlemezben levő kör alakú lyuk átmérője pedig ugyancsak  $0^\circ\text{C}$ -on 4,150 cm.

A lineáris hőtágulási együtthatók: a  $\alpha_{\text{Al}} = 2,4 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{K}$ , és  $\alpha_{\text{acél}} = 1,2 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{K}$ .

- a) Mekkora az acélgolyó hőmérséklete, amikor éppen átfér a  $0^\circ\text{C}$ -os alumíniumlemezben levő lyukon? **( $-200^\circ\text{C}$ )**  
b) Mekkora az alumíniumlemez hőmérséklete, amikor kivágásán éppen átfér a  $0^\circ\text{C}$ -os acélgolyó? **( $100^\circ\text{C}$ )**  
c) Mekkora az a közös hőmérséklet, aminél a lyuk és a golyó átmérője egyforma? **( $201^\circ\text{C}$ )**

9.

20 literes acélkannát  $10^\circ\text{C}$  hőmérsékletű vízzel töltenek meg. Mennyi víz folyik ki, ha a kannát  $40^\circ\text{C}$  hőmérsékletű helyen tárolják? (A víz hőtágulási együtthatója  $1,3 \cdot 10^{-4}\ 1/\text{K}$ , az acél vonalas hőtágulási együtthatója pedig  $1,1 \cdot 10^{-5}\ 1/\text{K}$ .)

10.

Mennyi víz folyik ki az 5 literes teletöltött üvegből, miközben a hőmérséklet  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$  fokról  $35\text{ }^{\circ}\text{C}$  fokra változik? Adatok: Az üveg lineáris hőtágulási együtthatója  $0,000\ 008\ 1/^{\circ}\text{C}$  fok, a víz térfogati hőtágulási együtthatója  $0,00013\ 1/^{\circ}\text{C}$ .

### Haladó szintű feladatok

#### Hőtágulás

11.

Hány százalékkal csökken annak a folyadéknak a sűrűsége, amelynek térfogati hőtágulási tényezője  $\beta=0,001\ 1/^{\circ}\text{C}$  és hőmérsékletét  $\Delta T = 50^{\circ}\text{C}$ -kal emeljük?

- A) 5 %-kal                      B) 4,76 %                      C) 33,3 %

12.

Egy edényt teljesen teletöltünk  $4^{\circ}\text{C}$ -os vízzel. Mikor folyik ki a víz az edényből, ha melegítjük, vagy ha hűtjük? (Az edény hőtágulása elhanyagolható.)

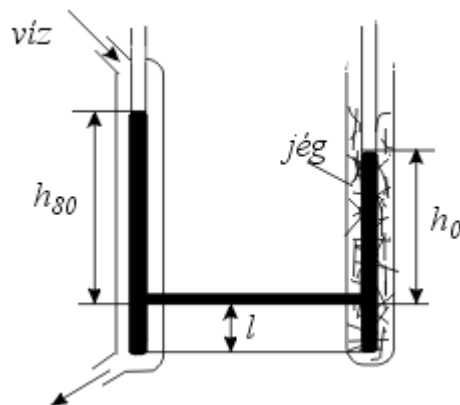
- A) Ha melegítjük.              B) Ha hűtjük.                      C) Mindkét esetben.

13.

Egy alkoholos hőmérőből eltávolítjuk az alkoholt és vízzel pótoljuk. Mit olvashatunk le a hőmérőnkéről, ha  $4^{\circ}\text{C}$  alá süllyed a hőmérséklet?

- A) A hőmérő is csökkenő hőmérsékletet mutat.  
B) A hőmérő növekvő hőmérsékletet mutat.

14.



Az ábrán látható közlekedő edényben vizsgálunk egy folyadékot. Az edény felül nyitott szárainak egyikét  $80\text{ }^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű víz, másikat olvadó jég veszi körül. A szárakat összekötő cső vízszintes, az alatta lévő szárrészek  $l$  hosszúságúak.

Az egyensúly beállta után mért adatok:  $h_{80} = 21,6\text{ cm}$ ,  $h_0 = 20\text{ cm}$ .

- a) Melyik szárban és hány százalékkal kisebb a folyadék sűrűsége? **(melegebb szárban 7,4 %)**  
b) Melyik szár alján nagyobb a folyadék nyomása és miért? **( $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ )**  
c) Mekkora a folyadék térfogati hőtágulási együtthatója? **( $0,001\ 1/^{\circ}\text{C}$ )**

15.

Egy orvosságos üvegbe  $206\text{ cm}^3\ 23^{\circ}\text{C}$ -os folyadékot töltenek az ugyancsak  $23^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű gyógyszer-tári laboratóriumban. A zárókupak rácsavarása után a folyadék felett  $1\text{ cm}^3$  térfogatú levegővel telt rész marad. Ezután az orvosságos üveget beteszik az  $5^{\circ}\text{C}$ -os belső terű hűtőszekrénybe. A légnyomás a laboratóriumban és a hűtőszekrény belsejében egyaránt  $102\text{ kPa}$ .

a) Mekkora lesz a folyadék felszíne felett az üvegben levő levegő nyomáscsökkenése?

A folyadék párolgása, gőzének nyomása elhanyagolható. **(32 kPa)**

Tegyük fel, hogy a kupak nem zár jól.

b) Ekkor hány gramm levegő szívárog be az üvegbe a hűtőszekrényből? **( $5,5 \cdot 10^{-7}\text{ kg}$ )**

c) Mennyivel változik meg az orvosságos üvegben a folyadék feletti részben levő levegő belső energiája az a) esetben? **(-0,0154 J)**

A folyadék térfogati hőtágulási együtthatója:  $1,3 \cdot 10^{-4}\ 1/\text{K}$ ; az üveg lineáris hőtágulási együtthatója:  $10^{-5}\ 1/\text{K}$ ; a levegő sűrűsége a laboratóriumban:  $1,2\text{ kg}/\text{m}^3$ ; fajhője állandó térfogaton:  $712\text{ J}/\text{kgK}$ .

### Rugalmas alakváltozás

16.

Egy acélsín hossza  $0^{\circ}\text{C}$  hőmérsékleten 20 m.

a) Mennyivel nyúlik meg a sín, ha  $200^{\circ}\text{C}$ -ra melegítjük? **(4,68 cm)**

Az acél lineáris hőtágulási együtthatója  $1,17 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ .

b) Mennyi mechanikai munkával lehetne a  $0^{\circ}\text{C}$ -os sánt ilyen mértékben megnyújtani?

A sín keresztmetszete  $0,5 \text{ dm}^2$ , az acél rugalmassági modulusa  $2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ . **(55 kJ)**

17.

Egy rézhuzal hossza  $18^{\circ}\text{C}$ -on 1,2 m, keresztmetszete  $2 \text{ mm}^2$ . A huzalon 1,5 mm hossznövekedést akarunk elérni úgy, hogy egyre növekvő húzóerővel rugalmasan nyújtják, második esetben úgy, hogy hőmennyiséget közlünk a huzallal.

a) Mekkora a huzal megnyújtásakor a húzóerő által végzett munka? A huzal 1,5 mm-rel történő megnyújtásához 200 N erő szükséges.

b) Mekkora második esetben a huzallal közölt hőmennyiség?

A réz fajhője  $385 \text{ J/kgK}$ , sűrűsége  $9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ , lineáris hőtágulási együtthatója  $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ .

18.

Egyik végén befogott acélhuzal keresztmetszete  $0,5 \text{ mm}^2$ , hőmérséklete  $0^{\circ}\text{C}$ . A rugalmassági állandó  $2,2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ . A huzalt egyik esetben  $35^{\circ}\text{C}$ -ra melegítjük, másik esetben folyamatosan növekvő és végül 500 N-t elérő erővel  $0^{\circ}\text{C}$ -on nyújtjuk.

Mekkora lesz a melegítéshez szükséges hő és a nyújtási rugalmas munka aránya?

A huzal fajhője  $465 \text{ J/kgK}$ , sűrűsége  $7800 \text{ kg/m}^3$ . **(39,9)**

19.

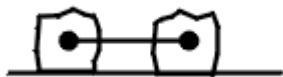
Egy acélrúd hossza  $100^{\circ}\text{C}$ -on 10 m, keresztmetszete  $40 \text{ cm}^2$ , sűrűsége  $7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ ; az acél fajhője  $469 \text{ J/kgK}$ .

a) Mennyi hőt ad le az acélrúd, miközben hőmérséklete  $10^{\circ}\text{C}$ -ra csökken? **(13,2 MJ)**

b) Mekkora húzóerővel kellene feszíteni a  $10^{\circ}\text{C}$ -os rudat ahhoz, hogy a hossza ekkor is 10 m legyen? **(900 kN)**

A rúd anyagának lineáris hőtágulási tényezője  $1,17 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ ;  $1 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű rúd megnyúlását  $2,15 \cdot 10^5 \text{ N}$  erővel lehet elérni. A keresztmetszet változásától tekintünk el!

20.



Egy fogszabályozás alkalmával az egymástól távol lévő fogakat a rájuk erősített rugalmas szál segítségével húzzák lassan közelebb egymáshoz. Az alkalmazott szál átmérője  $0,2 \text{ mm}$ , nyújtatlan hossza a szájban uralkodó  $37^{\circ}\text{C}$ -os hőmérsékleten  $12 \text{ mm}$ . A fogakra erősített kifeszített szál hossza kezdetben  $16 \text{ mm}$ .

a) Mekkora erővel húzza össze a szál a fogakat kezdetben?

b) Mekkora a szálban tárolt rugalmas energia kezdetben?

c) A szál nyújtatlan hossza hány százalékkal volt kisebb a  $20^{\circ}\text{C}$ -os szobahőmérsékleten, mint  $37^{\circ}\text{C}$ -on?

A szál rugalmassági Young-modulusa:  $8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$ , lineáris hőtágulási együtthatója:  $2,5 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ .

### Mechanikai energia belső energiává alakulása

21.

Legalább mekkora sebességgel kellene egy  $0^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű hógolyót  $0^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű falnak dobni, hogy teljesen megolvadjon? **(818 m/s)**

22.

Egy  $0^{\circ}\text{C}$  hőmérsékletű jégtömbbe  $150 \text{ m/s}$  sebességű,  $1,2 \text{ kg}$  tömegű,  $30^{\circ}\text{C}$ -os vasgolyó csapódik be.

Legfeljebb mennyi hó olvad meg? **(0,09 kg)**

Az jég olvadáshője  $340 \text{ kJ/kg}$ , a vas fajhője  $460 \text{ J/kgK}$ .

23.

Szögbelövő pisztollyal 200 m/s sebességre felgyorsított szöget lövünk be egy falba. A fal állandó fékezőerőt fejt ki a szögre.

- Mennyi a szög sebessége akkor, amikor útjának  $3/4$  részénél tart?
- Hány fokkal lesz melegebb a szög, ha a kezdeti mozgási energiájának  $4/5$  része fordítódik a szög melegítésére?  
(A szög anyagának fajhője 500 J/kgK.)

24.

Egy 10 g tömegű puskagolyó 200 m/s sebességgel érkezik a falhoz, amelyben a megállásig egyenletesen lassulva 5 cm utat tesz meg.

- Számítsuk ki a lövedékre ható fékező erőt, valamint a fékeződés idejét! (**4 kN, 0,5 ms**)
- Mennyivel változik meg a lövedék hőmérséklete a megállás pillanatáig, ha a súrlódási munka 60%-a a lövedék belső energiáját növeli? (**30°C**)  
A puskagolyó fajhője 400 J/kgK.

25.

Egy folyón lévő vízesés magassága 45 méter. A folyó sebessége a vízesés előtt 3 m/s, a vízesés után 2 m/s. A vízesésen másodpercenként 200 m<sup>3</sup> víz ömlik le, a víz becsapódási sebessége a vízesés alján 29 m/s. A víz sűrűsége 1000 kg/m<sup>3</sup>; fajhője 4200 J/kgK;  $g=10$  m/s<sup>2</sup>.

- Mennyi a lezúduló víz másodpercenkénti mechanikai energiavesztesége a levegőben? (**6,8 MJ**)
- Legfeljebb hány fokkal melegedhet fel a víz a becsapódás következtében? (**0,1°C**)

26.

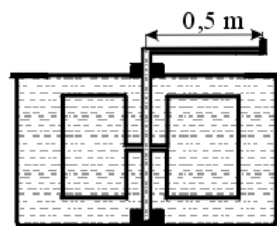
Hány liter víznek kell egy vízi erőműben 30 méter mélyre zuhanni ahhoz, hogy lakásunkban 50 liter vizet villanybojlerrel 15°C-ról 40°C-ra melegíthessünk? Az energiaátalakítás hatásfoka 40 %. (A víz fajhője 4180 J/ kg K. )

27.

Vízszintes talajon 10 kg-os tömeget egyenletes sebességgel akarunk húzni.

- Mekkora húzóerő szükséges, ha a súrlódási tényező 0,2? (**19,62 N**)
- Mennyi hő fejlődik 200 m-es vontatás során? (**3924 J**)

28.



Egy folyadékkal teli edényben - a Joule-kísérlethez hasonlóan - lapátokkal ellátott tengelyt egyenletesen forgatunk a tengelyre szerelt 0,5 m hosszú kar végén 4 N érintőirányú erővel.

- Mennyi a kifejtett forgatónyomaték? (**1,96 Nm**)  
Ha 500-szor forgatjuk körbe a kart az a)-ban kiszámított nyomatékkal, akkor a keverőbe töltött 2 kg tömegű folyadék 2°C-al felmelegszik.
- Mekkora a folyadék fajhője? (**1,67 kJ/kg.K**)  
(A berendezés hőkapacitása elhanyagolható, az edény teljesen hőszigetelt.)

29.

Egy keverőgépet 200 W teljesítményű villanymotor működtet. A gép hőszigetelt tartályába 0,5 kg vizet és 0,1 kg jeget teszünk, mindkettő 0°C.

Mennyi ideig kell a motort üzemeltetni ahhoz, hogy a tartályban 10°C hőmérsékletű víz legyen? A víz fajhője 4187 J/kgK, olvadáshője 335 kJ/kg.

30.

Egy hengeres edényben levő folyadékban keverőt forgatunk állandó szögsebességgel. A forgatáshoz a súrlódás miatt 20 Nm forgatónyomatékot kell kifejtenünk.

- Mennyi munkát végzünk 10 teljes körülfordulás folyamán? (**1256 J**)
- Mekkora a szögsebesség, ha a keverőt 50 W teljesítménnyel forgatjuk? (**2,5 1/s**)

31.

Kézidarálóval kávéét őrlünk, miközben 0,6 Nm forgatónyomatékkal a hajtókart 80-szor fogatjuk körbe.

- a) Hány gramm cukorral igyuk kávékat energiaveszteségünk pótlására, ha az izommunkának csak 30%-a fordítódik őrlésre, és 15 kJ izommunka elvégzésekor szervezetünk energiaveszteségét 1 g cukor pótolja? **(67 mg)**
- b) Mekkora volt izommunkánk teljesítménye, ha 2 másodpercenként 3-szor forgattuk körbe a hajtókart? **(18,8 W)**
- c) Mennyivel emelkedne a villanyszámlánk, ha a kávé egy olyan elektromos őrlővel őrlőnénk meg, amelynek hatásfoka 40%-os, és 1 kWh elektromos energia ára 2 Ft? **(4·10<sup>-4</sup> Ft)**

32.

Munkavégzésre is alkalmas, úgynevezett "szobakerékpár" kerekének átmérője 60 cm. Erre a kerékre, a peremén, két fékpofa egyenként 22,5 N nyomóerővel hat. A súrlódási tényező 0,25. A vizsgált személy 10 percen keresztül egyenletesen hajtja a kereket, amely percenként 48 fordulatot tesz meg. Ezalatt a vizsgált személy 2,2 liter többlet oxigént vesz fel.

- a) Milyen hatásfokkal alakítja át a szervezet a felszabadult energiát mechanikai munkává? **(23,2 %)**
- b) Hány gramm vizet párologtat el a vizsgált személy, ha hőmérséklete nem változik a vizsgálat során? **(14,1 g)**
- 1 dm<sup>3</sup> oxigén felvételével 20 kJ energia szabadul fel a szervezetben, a párologtatástól eltérő formáktól eltekintünk, a víz párolgási hője 2400 kJ/kg.

33.

Szívünk minden összehúzódáskor 70 cm<sup>3</sup> vért továbbít az érrendszerbe. A szívből kiáramló és a szívbe bejutó vér nyomásának különbsége átlagosan 16 kPa. Az átlagos pulzusszám 72/perc.

- a) Hány watt a szív átlagos teljesítménye? **(1,344 W)**
- b) Mennyi zsír elégetése fedezi a szív napi munkáját, ha az 1 kg zsír elégetésével keletkező 40 MJ energiát a szervezet 30 %-os hatásfokkal hasznosítja? **(9,7 g)**

34.

Egy béka 80 cm-es ugrásokkal 800 m utat tesz meg vízszintes talajon. Minden ugráskor 0,96 J munkát végez.

- a) Mekkora a béka átlagos teljesítménye, ha pihenőkkel megszakított útja 1,5 óráig tart? **(0,178 W)**
- b) Mennyi vizet párologtat el útja során a béka, ha feltételezzük, hogy a táplálékból nyert energia 25 %-a munkavégzésre, a maradéknak 60 %-a a víz elpárologtatására fordítódik? A béka párolgási hője a béka testhőmérsékletén 2,47·10<sup>6</sup> J/kg. **(0,7 g)**

35.

Egy 70 kg tömegű ember nehéz testi munkát végez. Munkavégzés közben izzadság párologtatásával hőt ad le. Nyolc órás műszak alatt az elpárologtatott víz mennyisége 3 liter. Ha nem lenne párolgás, mennyi ideig tartó munkavégzés közben emelkedne fel a dolgozó testhőmérséklete 36,5°C-ról a veszélyes 41,5°C-ra? **(1,36 h)**

A víz párolgáshője: 2400 kJ/kg; a test átlagos fajhője: 3,5 kJ/kgK.

36.

Egy sportoló tizenöt percen át az 1220 N/m rugalmassági állandójú rugót terheletlen hosszához képest 20 cm-rel, percenként 30-szor nyújtotta meg. A vizsgálat alatt a sportoló léggéssel, az alapanyagcseréhez szükséges oxigénen felül, 1,5 dm<sup>3</sup> 27°C hőmérsékletű és 0,9·10<sup>5</sup> Pa nyomású oxigént fogyasztott.

Milyen arányban van a elvégzett munka és a sportoló szervezete által termelt többlethő, ha az adott esetben 1 g O<sub>2</sub> elfogyasztása 17 kJ oxidációs hő termelődésének felel meg? **(37 %)**

37.

Egy gépkocsi 25 %-os hatásfokú motorja 30kW teljesítményt fejt ki. Az üzemanyag sűrűsége  $950 \text{ kg/m}^3$ , fűtőértéke  $42 \cdot 10^6 \text{ J/kg}$ .

- Mekkora sebességgel áramlik az üzemanyag a motor és a tartály közötti 6 mm átmérőjű csőben? **(0,106 m/s)**
- Hány km/h sebességgel halad a gépkocsi, ha a 100 km-re jutó üzemanyag-fogyasztás 10 liter? **(108 km/h)**

38.

Adott körülmények között egy 70 kg tömegű ember testfelületének minden négyzetcentimétere óránként 12 J hőt ad át a környezetének.

- Mekkora a másodpercenkénti hőleadás  $0,8 \text{ m}^2$  testfelület esetén?
- Mennyi zsírt kell a szervezetnek elégetnie 1 nap alatt a hővesztés pótlására? 1 kg zsír elégetésével  $4 \cdot 10^7 \text{ J}$  hővesztés pótolható.
- Hány fokot hűlne a test, ha a hővesztés pótlása 5 percig szünetelne? A test átlagos fajhője  $3,5 \text{ kJ/kgK}$ .

39.

Légköri viszonyaink között a Nap sugárzásából a Föld felszínére, a sugárzásra merőlegesen minden négyzetméterre másodpercenként átlagosan 520 J energia érkezik.

- Óránként mennyi energiát nyel el egy fa 20 m átmérőjű gömbalakú koronája, ha a lombzat a ráeső energia 85 %-át nyeli el? **( $5 \cdot 10^8 \text{ J}$ )**
  - Az elnyelt energiának hány %-a jut szőlőcukor előállítására, ha a fa 5 napsütéses óra alatt 2,7 kg szőlőcukrot állít elő? **(1,68 %)**
- 1 mol szőlőcukor tömege 180 g, és ennek fotoszintéziséhez 2,8 MJ energia szükséges.

40.

Egy széntüzelésű erőműnek 2 MW teljesítményt kell szolgáltatnia. A rendelkezésre álló szén fűtőértéke  $16000 \text{ kJ/kg}$ . A szén eltüzelésével nyert hő 30 %-a alakul át munkává, 42 %-át hűtővízzel kell elvezetni, míg a többi közvetlenül a környezetnek adódik át.

- Óránként mennyi szenet kell eltüzelni? **(1500 kg)**
  - Hány  $\text{m}^3$  hűtővízre van szükség az erőműben 1 óra alatt, ha az átáramló hűtővíz  $2^\circ\text{C}$ -kal melegedhet fel? **(1200  $\text{m}^3$ )**
- A víz fajhője  $4,2 \text{ kJ/kgK}$ .

41.

Egy méhkaptártól 2 km távolságra van egy akác, ahonnan egy-egy méh fordulónként  $30 \text{ mm}^3$  térfogatú nektárt szállít be a kaptárba. A méz készítésekor a méhek a nektár tömegének 55 %-át kitevő víz egy részét a kaptárba elpárologtatják, a kész mézben a víz tömege már csak 19 %. A virágzás 12 napja alatt a méhcsalád 25 kg mézet készít. A párologtatás energiaigényét a hazahozott nektár egy részének elfogyasztásával fedezik a méhek.

- Hány watt a méhcsaládnak csupán a párologtatásba fektetett átlagos teljesítménye? **(46,3 W)**
- Hány kilométert tesznek meg a család gyűjtőtagjai összesen, amíg a szükséges nektármennyiséget a kaptárba hordják? **( $5,9 \cdot 10^6 \text{ km}$ )**

A nektár sűrűsége:  $1,2 \text{ kg/dm}^3$ ; a nektár 1 kg-ja  $6000 \text{ kJ}$  energiát szolgáltat.; 1 kg víz elpárologtatásához  $2400 \text{ kJ}$  energiát használnak fel a méhek.

42.

Egy 400 kg tömegű vitorlázó repülőgépet vízszintes irányú  $108 \text{ km/h}$  nagyságú állandó sebességgel vontat egy motoros repülőgép. A vontatókötél kioldása után a vitorlázógép  $30^\circ$ -os szögben siklik lefelé. A sebessége a siklórepülés közben is  $108 \text{ km/h}$  nagyságú,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- Mennyi többleteljesítményt igényelt a vitorlázógép vontatása a motoros repülőgéptől? **(6280 W)**
- Mennyi üzemanyaggal fogyasztott többet a motoros gép a vontatás 10 perce alatt? **(0,285)**

kg)

A motoros gép motorjának hatásfoka 30%, üzemanyagának égéshője  $4,4 \cdot 10^7 \text{ J/kg}$ .

43.

Egy 50 literes tartályban  $-30^\circ\text{C}$ -os éghető gáz van  $15 \cdot 10^5 \text{ Pa}$  nyomáson. A tartályra égőfejet kapcsolunk, és a kiáramló gázt meggyújtva 6 kg  $-30^\circ\text{C}$ -os jeget  $0^\circ\text{C}$ -os vízzé olvasztunk meg. Az égés során a hőátadás 80 %-os, a tartályban lévő gáz hőmérséklete nem változik.

a) Eredetileg mennyi volt a palackban levő gáz tömege? **(0,6 kg)**

b) Mennyi a palackban maradt gáz tömege? **(0,525 kg)**

c) Hány fokra kellene emelni a palackban maradt gáz hőmérsékletét, hogy nyomása ismét a kezdeti érték legyen? **(278 K)**

Adatok: a gáz sűrűsége  $-30^\circ\text{C}$ -on,  $10^5 \text{ Pa}$ -on  $0,8 \text{ kg/m}^3$ , égéshője  $39900 \text{ kJ/kg}$ ; a jég fajhője  $2,1 \text{ kJ/kgK}$ , olvadáshője  $335 \text{ kJ/kg}$ .

### Versenyfeladatok

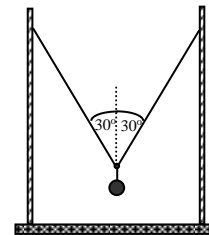
44.

Hőszigetelt körülmények között a  $c_1$  fajhőjű,  $\beta_1$  hőtágulási tényezőjű hideg folyadékba egy forró fémdarabot dobunk. A fém fajhője  $c_2$ , lineáris hőtágulási tényezője  $\alpha_2$ . A hideg folyadék kezdeti sűrűsége  $\rho_1$ , a forró fém kezdeti sűrűsége  $\rho_2$ . A közös hőmérséklet kialakulása közben a folyadék térfogata növekszik, a fém térfogata csökken, de azt tapasztaljuk, hogy a folyadék-fém rendszer össztérfogata változatlan. ( $c_1 = 4200 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ ,  $\beta_1 = 1,3 \cdot 10^{-4} \text{ 1/K}$ ,  $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $\alpha_2 = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$ ,  $\rho_2 = 2700 \text{ kg/m}^3$ ) Határozzuk meg ezek alapján a fém  $c_2$  fajhőjét!

45.

Két szimmetrikusan felfüggesztett acélhuzalt kicsiny teher tart fesszesen. A huzalok  $30^\circ$ -os szöget zárnak be a függőlegessel. Ha a hőmérséklet csökken, akkor az összehúzódó huzalok felemelnék a terhet. Ennek megakadályozására többletterhet erősítünk a teherhez. Határozzuk meg a szükséges többletterhet, ha a hőmérséklet  $10^\circ\text{C}$ -kal csökken!

A huzalok keresztmetszetének területe  $0,5 \text{ mm}^2$ , az acél hőtágulási tényezője  $\alpha = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ , rugalmassági modulusa  $E = 215 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2$ . (A huzalok felfüggesztési pontjainak távolságát tekintjük állandónak!)





## 18. Elektrosztatika

### Alapfeladatok

#### Coulomb-törvény

1.

Hányszor nagyobb két proton között az elektromos taszítás, mint a gravitációs vonzás? Határozza meg ezt az arányt két elektronra, illetve egy elektronra és egy protonra? (A proton tömege  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg, az elektroné  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, mindkét részecske töltésének nagysága  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C, a Coulomb-törvényben szereplő arányossági tényező  $9 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>, a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

2.

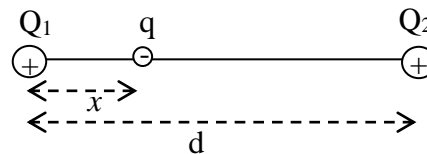
Mekkora erő hat arra a  $8 \cdot 10^{-7}$  C töltésű pontszerű testre, amelyet két másik pontszerű,  $3 \cdot 10^{-8}$  C és  $-6 \cdot 10^{-8}$  C töltésű test között félúton helyezünk el, ha azok egymástól 20 cm távolságban vannak?

3.

Egy vékony, vízszintes,  $d = 9$  cm hosszúságú szigetelő rúd két végén rögzített, elektromosan töltött kicsiny gömbök vannak, melyek töltése  $Q_1 = +2 \cdot 10^{-8}$  C és  $Q_2 = +8 \cdot 10^{-8}$  C. A rúdon súrlódásmentesen csúszhat egy gyöngyszerűen felfűzött, ugyancsak töltött golyó. Határozzuk meg, hogy a  $Q_1$  töltéstől mekkora távolságra lehet egyensúlyban a golyó!

4.

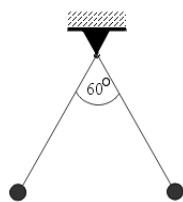
A rögzített  $Q_1$  és  $Q_2$  töltéseket összekötő,  $d$  hosszúságú szigetelő rúdon egy gyöngyszerűen felfűzött,  $q$  töltésű golyó csúszkálhat. Határozd meg, hogy a golyó a  $Q_1$  töltéstől mekkora  $x$  távolságban lehet egyensúlyban? ( $Q_1 = 3 \cdot 10^{-7}$  C,  $Q_2 = 12 \cdot 10^{-7}$  C,  $d = 0,6$  m.)



5.

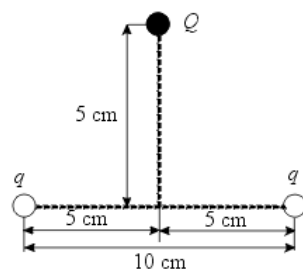
Két azonos tömegű, kisméretű fémgolyócska mindegyikét  $+5 \cdot 10^{-7}$  C nagyságú töltéssel látjuk el, majd a golyókat 0,8 méter hosszú fonalakon közös pontban felfüggesszük. Mekkora a golyók tömege, ha egyensúlyban 12 cm távolságra vannak egymástól? (A Coulomb-törvényben szereplő arányossági tényező  $k = 9 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.)

6.



Két, egyenként 30 cm hosszú fonálra egy-egy 20 mg tömegű golyócskát erősítünk, és mindegyiknek ugyanakkora pozitív töltést adunk. Ekkor a fonalak 60°-os szöveget zárnak be egymással. Mekkora a golyócskák töltése? (**34 nC**)

7.



Két egyforma előjelű  $q = 5 \cdot 10^{-8}$  C töltésű testet egymástól 10 cm távolságban rögzítünk. Az összekötő szakasz felezőmerőlegesére a szakasztól 5 cm távolságban mozgathatóan elhelyeztünk egy  $Q = -5 \cdot 10^{-8}$  C töltésű 1 g tömegű testet. (A feladatban szereplő testek pontszerűek.)

Mekkora és milyen gyorsulással indul el ez a test?

A gravitációs erőt ne vegyük figyelembe! (**6,35 m/s<sup>2</sup>**)

8.

Közös pontban felfüggesztünk két fonálingát. Az egyik fonál 3 cm, a másik 4 cm hosszú. A fonalak végén lévő kis golyóknak  $10^{-7}$  C nagyságú, azonos előjelű töltést adnak. Ennek hatására a fonalak úgy ágaznak szét, hogy mindkét golyó ugyanolyan magasra kerül, és a fonalak egymással  $90^\circ$ -os szöveget zárnak be.

a) Mekkora a fellépő elektrosztatikus taszító erő? **(36 mN)**b) Mekkora az egyik és mekkora a másik golyó tömege? **(4,8 g, 2,7 g)**(k =  $9 \cdot 10^9$  N.m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>)

9.

A  $6 \cdot 10^{-7}$  C töltésű, 5 cm sugarú fémgömb felszínétől 20 cm-re egy elektron körmozgást végez a rá ható elektromos erő hatására. Mekkora az elektron sebessége? (Az elektron vákuumban mozog, töltésének nagysága  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C, tömege pedig  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, a Coulomb törvényben szereplő arányossági tényező értéke k =  $9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.)

10.

Rögzített helyzetű,  $-4 \cdot 10^{-8}$  C nagyságú negatív töltés körül vákuumban körpályán kering a  $9 \cdot 10^{-8}$  C nagyságú pozitív töltés. A körpálya sugara 6 mm.

a) Mekkora a pozitív töltésre ható erő nagysága? **(0,9 N)**b) Mekkora a pozitív töltés mozgási energiája? **(2,7 mJ)**

### Elektromos térerősség és feszültség fogalma

11.

Mekkora az elektromos térerősség abban az elektromos mezőben, amelyben egy elektron gyorsulása  $2,5 \cdot 10^{14}$  m/s<sup>2</sup>? (Az elektron tömege  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, töltése  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C nagyságú.)

12.

Mekkora elektromos erő hat egy  $5 \cdot 10^{-7}$  C töltésű testre abban a homogén mezőben, amelyben a potenciálesés a térerősség irányában cm-enként 2500 V?

13.

A  $10^4$  V/m erősségű homogén elektromos mezőben, vákuumban gyorsul egy elektron. Az elektromos mező  $3,2 \cdot 10^{-16}$  J munkát végez rajta. Az elektron töltése  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C, tömege  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.

a) Mekkora a gyorsító feszültség? **(2 kV)**b) Mekkora az elektron gyorsulása? **(1,758.10<sup>15</sup> m/s)**

14.

Vízszintes irányú homogén elektromos térben súlytalan fonalra függesztünk egy  $3 \cdot 10^{-2}$  g tömegű,  $10^{-9}$  C töltésű testet. Azt tapasztaljuk, hogy a fonal a függőlegestől  $30^\circ$ -ra tér ki.

a) Mekkora az elektromos térerősség? **(170 kV/m)**b) Mekkora feszültségre kellett a homogén teret létrehozó, két egymással szemben álló párhuzamos, igen nagy kiterjedésű fémlemezre kapcsolni, hogy az a)-ban nyert térerősség létrejöhessen? **(25,5 kV)**

A lemezek távolsága 15 cm.

### Töltött részecske mozgása elektromos mezőben

15.

Mekkora sebességre gyorsul fel nyugalomból  $U = 3000$  V feszültség befutása során

a) egy proton,

b) egy elektron?

(A proton tömege  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg, az elektroné  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, mindkét részecske töltésének nagysága  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C.)

16.

Mekkora sebességre gyorsul fel egy kezdetben álló elektron a katódsugárcsőben, ha 200 V gyorsítófeszültséget alkalmazunk? Az elektron töltése  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C, tömege  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.

17.

Egy  $m$  tömegű,  $q$  töltésű porszem kerül két ponttöltés keltette elektromos mezőbe. A ponttöltések töltései azonos nagyságúak és ellentétes előjelűek. A porszemre ható gravitációs erő elhanyagolható. Ebben az esetben mit mondhatunk a porszemcse pályájáról:

- pontosan követi az erővonalakat,
- metszi az erővonalakat?

Indokolja válaszát! A porszemcse kezdősebessége zérus volt.

### Elektromos alapjelenségek

18.

Az a feladata, hogy két, szigetelő állványon álló, teljesen azonos, semleges fémgömbnek

- egyenlő nagyságú és előjelű,
- egyenlő nagyságú, és ellentétes előjelű töltést adjon.

Rendelkezésre áll egy műanyag vonalzó és egy szőrmedarab. Hogyan oldja meg feladatát? Indokolja válaszát!

19.

Pozitívrá töltött ebonitrúd közelébe egy összességében semleges fémgömböt helyezünk.

- Készíts ábrát, és rajzold be a töltések elhelyezkedését a fémgömbön!
- Jellemezd a fém belsejét elektromos szempontból! (télerősség, feszültség, potenciál)
- Rajzold be az erővonalakat az ebonitrúd és a gömb között! Milyen irányú a télerősség a fém felületén?
- Mit értünk az árnyékolás jelenségén? Említs néhány gyakorlati példát is!

20.

Egy fémtárgyra többlettöltést viszünk.

- Hol helyezkedik el a többlettöltés?
- Jellemezzük a fém belsejét elektromos szempontból! (télerősség, feszültség, potenciál)
- Milyen irányú a télerősség a fém felületén?
- Mit értünk csúcshatáson? Sorold fel a csúcshatás néhány alkalmazását, következményét!

21.

Igaz-e, hogy elektromos mezőben egy ekvipotenciális felület minden pontjában azonos nagyságú a télerősség?

A) Igaz. B) Nem igaz.

22.

Miért fedi sűrű szövésű fémháló a mikrohullámú sütő ajtaján lévő ablakot?

- Véd a belül szétrobbanó edény szilánkjaitól.
- Hőelvezető funkciója van, nem hevül túl az üveglak.
- Megakadályozza a mikrohullámú sugárzás kilépését.

### Kondenzátor kapacitása

23.

Egy ionizációs kamra térfogata  $2 \text{ cm}^3$ , a benne lévő levegő sűrűsége  $1,3 \text{ kg/m}^3$ . A kamrában levő levegőt akkora röntgensugárzás éri, amely a levegőben kilogrammonként  $0,012 \text{ C}$  pozitív iont képes létrehozni.

Mekkora feszültségre töltheti fel a  $12 \text{ nF}$  kapacitású kondenzátort a keletkezett pozitív ionok töltése? (0,26 V)

24.

Két, 20 cm átmérőjű, kör alakú lemezre, amelyek egymástól 1 mm távolságra vannak, és közöttük vakum van, 1000 V feszültséget kapcsolunk. Mekkora töltést tárol a kondenzátor?

25.

Egy síkkondenzátor fegyverzetei  $A = 0,1 \text{ m}^2$  területűek, a közöttük lévő távolság  $d = 0,01 \text{ m}$ . A kondenzátor  $U = 500 \text{ V}$  feszültségre van feltöltve. ( $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2$ )

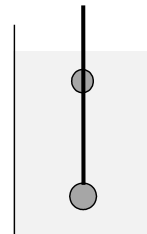
- Határozd meg a kondenzátor kapacitását!
- Mekkora töltés van a lemezeken?
- Mennyi energiát tárol a kondenzátor elektromos tere?
- Mekkora a térerősség a lemezek között?

### Haladó szintű feladatok

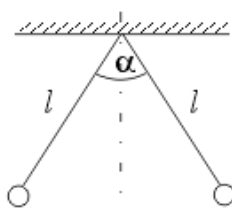
#### Coulomb-törvény

26.

Egy függőleges szigetelő rúd alsó végéhez egy kis töltött gömb van rögzítve, a gömb felett egy másik - gyöngyszerűen a rúdra fűzött - töltött gömb helyezkedik el. A rudat függőlegesen tartva petróleumba merítjük, és azt tapasztaljuk, hogy egyensúlyban a gömbök közötti távolság nem változik meg. Mekkora sűrűségű anyagból készült a felső gömb, ha a petróleum sűrűsége  $800 \text{ kg/m}^3$ , és a Coulomb-törvényben szereplő arányossági tényező petróleumban feleakkora, mint levegőben? (A felső gömb és a rúd közötti súrlódás elhanyagolhatóan kicsiny.)



27.

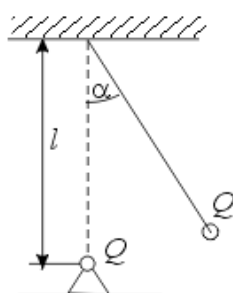


Két azonos méretű és tömegű golyó az ábra szerinti helyzetben egyensúlyban van, mivel mindkettőnek azonos nagyságú és előjelű az elektromos töltése.

Milyen sűrűségű anyagból készültek a golyók, ha  $800 \text{ kg/m}^3$  sűrűségű petróleumba merítve az elrendezést, a két golyót tartó fonál által bezárt szög nem változik?

A Coulomb-törvényben szereplő arányossági tényező értéke petróleumban feleakkora, mint légüres térben. **(1600 kg/m<sup>3</sup>)**

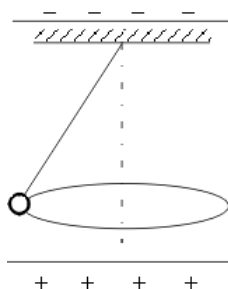
28.



Az ábrán látható két kicsiny méretű,  $0,5 \text{ g}$  tömegű fémgömb egyike rögzített, másika  $l=2 \text{ cm}$  hosszú fonálra van erősítve. A fémgömböknek azonos nagyságú töltést adunk. A fonal ekkor a függőlegessel  $30^\circ$ -os szöget zár be ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ).

Mekkora a töltés? **(56 nC)**

29.

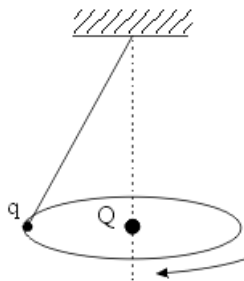


Az ábra szerinti kondenzátor belsejében a térerősség  $10^4 \text{ V/m}$ . A  $20 \text{ cm}$  hosszúságú fonálra függesztett  $+10^{-6} \text{ C}$  töltésű  $10 \text{ g}$  tömegű gömb egyenletes körmozgást végez. A fonal a függőlegessel  $30^\circ$ -os szöget zár be,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

a) Mekkora erő feszíti a fonalat? **(0,104 N)**

b) Mekkora a golyó mozgási energiája? **(2,6 mJ)**

30.



Egy 5 cm hosszú fonalra függesztett 0,8 g tömegű,  $q=10^{-8}$  C töltésű, kisméretű golyó egyenletes mozgást végez. A kör középpontjában  $Q=-10^{-7}$  C nagyságú töltés van. A kör sugara 3 cm. A rendszer vákuumban van.  $g=10$  m/s<sup>2</sup>;

$$k=1/(4\pi\epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

a) Mekkora erő feszíti a fonalat? (0,01 N)

b) Mennyi a keringési idő? (0,24 s)

31.

Két pontszerűnek tekinthető töltött félgömb 40 cm távolságból  $27 \times 10^{-9}$  N nagyságú erővel vonzza egymást. A két azonos méretű gömböt összeérintjük, majd ezután ismét 40 cm-re távolítjuk őket egymástól. Ekkor  $9 \cdot 10^{-9}$  N nagyságú erővel taszítják őket.

a) Mekkora egy-egy gömb eredeti töltése? ( $12 \cdot 10^{-10}$  C,  $4 \cdot 10^{-10}$  C)

b) Mekkora a télerősség az összeérintés előtt a gömböket összekötő egyenes szakasz felezőpontjában? (360 V/m)

$$\epsilon_0=1/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9) \text{ C}^2/\text{Nm}^2.$$

### Elektromos télerősség és feszültség fogalma

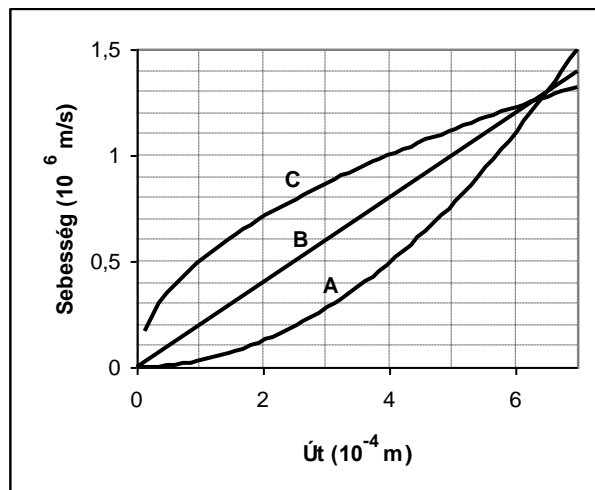
32.

A mellékelt grafikonok közül az egyik egy homogén elektromos mezőben elhanyagolható kezdősebességről felgyorsított elektron sebesség-út grafikonját szemlélteti.

a) Válassza ki, hogy melyik ez a grafikon!

b) Az ábra elemzése alapján határozza meg, hogy mekkora az elektromos télerősség!

(Az elektron töltésének nagysága  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C, tömege  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.)



33.

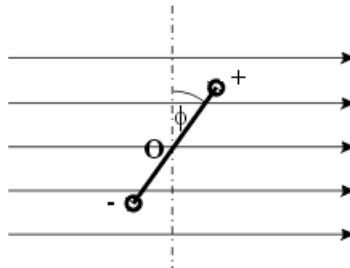
Vízszintes irányú, homogén elektromos mezőben 40 cm hosszú szigetelő fonálon egy  $9,13 \cdot 10^{-4}$  kg tömegű kis test függ. Ha  $3,23 \cdot 10^{-8}$  C töltést adunk a kis testnek, akkor a fonálinga új egyensúlyi helyzetet vesz fel. Ekkor a fonalat feszítő erő 1,06-szorosára nő.

a) Mekkora az elektromos télerősség?

b) Mekkora a kis test feltöltése után a fonálinga lengésideje az elektromos mező jelenlétében, és mekkora lenne anélkül?

A nehézségi gyorsulás értékét vegyük 10 m/s<sup>2</sup>-nek.

34.



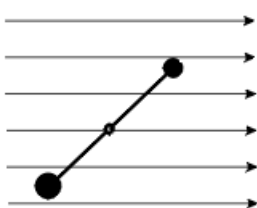
A súlytalan, merev, szigetelő anyagból készült, 0,2 m hosszú rúddal összekötött,  $Q_1=+3 \cdot 10^{-9}$  C és  $Q_2=-3 \cdot 10^{-9}$  töltéssel ellátott két félgömböt  $10^6$  N/C térerősségű homogén elektromos mezőbe tesszük úgy, hogy az O felezőponton keresztülmenni, a papír vízszintesnek tekintett síkjára merőleges tengely körül elfordulhat.

a) Mekkora  $\Phi$  szögnél hat a rendszerre a legnagyobb forgatónyomaték, és mekkora ez a forgatónyomaték? ( $0^\circ$ ,  $6 \cdot 10^{-4}$  Nm)

b) Mekkora  $\Phi$  szögnél nem hat forgatónyomaték a rendszerre? ( $90^\circ$ ,  $270^\circ$ )

c) Mekkora munkával lehet a rendszert a legkisebb energiával bíró helyzetéből a legnagyobb energiával bíró helyzetébe átvinni? ( $1,2$  mJ)

35.



Elhanyagolható tömegű, 20 cm hosszúságú merev szigetelő rúd a középpontján átmenő vízszintes tengely körül elfordulhat. A rúd egyik végén 5 g tömegű,  $5 \cdot 10^{-8}$  C töltésű, a másik végén 15 g tömegű,  $-5 \cdot 10^{-8}$  C töltésű pontszerű test van. Ez a rúd az ábra szerinti homogén elektromos erőterben nyugalomban van.

A térerősség a forgástengelyre merőleges, vízszintes irányú és  $10^6$  V/m nagyságú. A forgástengely súrlódása elhanyagolható.

$g=10$  m/s<sup>2</sup>.

a) Mekkora szöget zár be a rúd a függőlegessel? ( $45^\circ$ )

b) Az elektromos erőteret hirtelen megszüntetjük. Ezt követően mekkora a rúd szögsebessége, amikor a függőleges helyzeten halad át? ( $5,4$  1/s)

### Pontszerű töltés elektromos tere, homogén elektromos mező

36.

Mekkora és milyen irányú az elektromos térerősség az 5 cm-es befogójú, egyenlőszárú derékszögű háromszög derékszögnél lévő csúcsánál, ha a másik két csúcsban egy-egy  $2 \cdot 10^{-7}$  C nagyságú pontszerű töltés van? Mekkora a potenciál értéke a vizsgált pontban?

37.

Egy 0,3 m sugarú tömör fémgömbre  $1,6 \cdot 10^{-9}$  C töltést viszünk. Határozzuk meg az elektromos térerősség nagyságát és potenciált:

a) a gömb középpontjától 0,4 m távolságra lévő pontban; ( $90$  N/C,  $36$  V)

b) a gömb középpontjától 0,2 m távolságban lévő pontban. ( $0$ ,  $48$  V)

$\epsilon_0=1/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^{-9})$  C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>.

38.

Egy 0,5 méter sugarú fémgömbre  $10^{-7}$  C többlettöltést viszünk. Mekkora lesz a gömb potenciálja a végtelen távoli ponthoz képest? ( $k=9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.)

A) 3600 V      B) 1800 V      C) 7200 V

39.

Egy 1 méter sugarú fémgömbre  $10^{-7}$  C többlettöltést viszünk. Mekkora lesz a feszültség a gömb középpontja és felületének valamely pontja között? ( $k=9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.)

A) 900 V      B) 450 V      C) 0 V

40.

Két fémgömb sugara ugyanakkora és mindkettőre ugyanannyi töltést viszünk. Az egyik tömör, a másik üres. Melyiken nagyobb a potenciál?

- A) A tömör gömbön.      B) Az üres gömbön.      C) Egyforma a potenciál.

41.

Egy  $Q=10^{-5}$  C töltésű, pontszerű, rögzített forrástesttől 30 cm-re van egy  $q=-10^{-6}$  C töltésű, kisméretű test. A két töltés vonzóerőt fejt ki egymásra. Mekkora munkát végez az elektromos mező, miközben a  $q$  töltésű testet 55 cm-re eltávolítjuk?

42.

Egy  $R$  sugarú,  $Q$  töltésű fémgömböt koncentrikusan körülveszünk egy  $2R$  sugarú,  $-2Q$  töltésű vékonyfalú fémgömbbel. Rajzolja le a keletkezett elektromos mező erővonalképét!

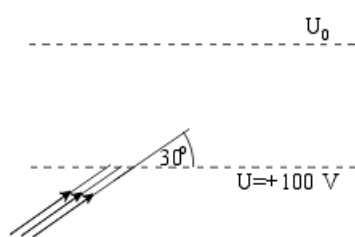
### Töltött részecske mozgása elektromos mezőben

43.

Vákuumban, a gravitáció mellett,  $4 \cdot 10^5$  N/C térerősségű, homogén, függőlegesen lefelé irányuló elektromos mezőt hozunk létre. Vízszintes irányú, 4 m/s nagyságú sebességgel érkezik a mezőbe egy 0,04 g tömegű,  $+5 \cdot 10^{-10}$  C töltésű test. ( $g=10$  m/s<sup>2</sup>)

- a) Mekkora és milyen irányú a gyorsulása? (**15 m/s<sup>2</sup>**)  
 b) Mekkora és milyen irányú a test sebessége abban a pillanatban, amikor elmozdulásának vízszintes komponense 60 cm hosszú? (**4,59 m/s; 29,36°**)

44.



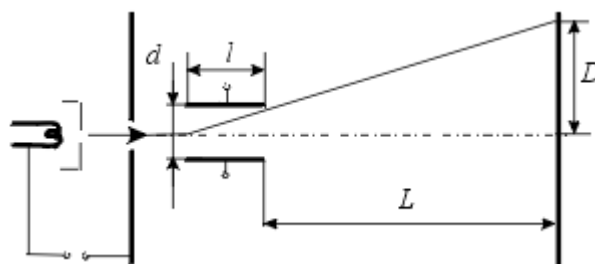
Egy síkkondenzátor fegyverzeteit hálószerű rács alkotja. A fegyverzetek közötti feszültség 100 V. A pozitív töltésű fegyverzethez 30°-os szög alatt érkezik egy párhuzamos elektronnyaláb az ábra szerint.

- a) Legfeljebb mekkora mozgási energiával lépnek be az elektromos térbe azok az elektronok, amelyek nem tudnak átjutni a kondenzátor másik fegyverzetén?

b) Mekkora sebességgel hagyják el a kondenzátort azok az elektronok, amelyek mozgási energiája a belépéskor az áthaladáskor szükséges minimális érték kétszerese? ( **$1,76 \cdot 10^7$  m/s**)

$e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C,  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.

45.



Egy katódsugárcső eltérítő lemezeinek adatai:  $l = 2$  cm,  $d = 0,5$  cm. Az ernyő távolsága a lemezek végétől:  $L = 19$  cm. A gyorsító feszültség 1000 V, az eltérítő feszültség 100 V. Az elektronok az eltérítő lemezpárhoz a lemezekkel párhuzamosan, azoktól egyenlő távolságra érkeznek.

- a) Mekkora sebességgel érkeznek az elhanyagolható kezdősebességű elektronok az eltérítő lemezpárhoz? ( **$1,88 \cdot 10^7$  m/s**)  
 b) Mekkora az elektronok sebességének a lemezpárra merőleges összetevője akkor, amikor kilépnek az eltérítő lemezek közül? ( **$3,75 \cdot 10^6$  m/s**)  
 c) Mekkora az ernyőn mért  $D$  kitérés? (**40 mm**)

Az elektron fajlagos töltése:  $1,76 \cdot 10^{11}$  C/kg.

46.

Igen nagy távolságból  $\alpha$ -részecske közeledik egy eredetileg nyugvó, szabad lítium atommag felé a két részecskét összekötő egyenes mentén. A részecskéket pontszerűnek tekintjük.

Mekkora az  $\alpha$ -részecske kezdeti mozgási energiája, ha a lítium atommagot  $10^{-14}$  m távolságra közelíti meg? ( **$2,18 \cdot 10^{-13}$  J**)

$m_\alpha = 6,64 \cdot 10^{-27}$  kg,  $q_\alpha = 3,3 \cdot 10^{-19}$  C,  $m_{Li} = 1,15 \cdot 10^{-26}$  kg,  $q_{Li} = 4,8 \cdot 10^{-19}$  C,  $k = 1/(4\pi \cdot \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.

47.

Az ábrán látható vékony, függőleges szigetelő szál alsó végére rögzített kisméretű test elektromos töltése  $Q = 10^{-7}$  C. A szálon súrlódásmentesen mozoghat egy  $m = 10^{-4}$  kg tömegű,  $q = 10^{-8}$  C töltésű, kisméretű gyöngy. Kezdetben a gyöngyöt a rögzített test felett  $h_0 = 27$  cm távolságban tartjuk, majd elengedjük.

a) Mennyire közelíti meg a gyöngy a rögzített testet? (**3,4 cm**)  
 b) Mekkora a közöttük lévő távolság az egyensúlyi helyzetben? (**9,6 cm**)  
 ( $k = 9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>;  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>)



### Kondenzátor kapacitása

48.

Két párhuzamos, vízszintes, egymással szemben álló sík fémlemez akkumulátor sarkaihoz kapcsoljuk. Azt tapasztaljuk, hogy a lemezek közé került elektromos töltésű porszemcse éppen lebeg. Ezután a lemezeket – anélkül, hogy az akkumulátorról lekapcsolnánk – lassan az eredetinek kétszeresére távolítjuk egymástól. Milyen irányba és mekkora gyorsulással mozog ekkor a porszemcse?

49.

Két, egymástól 12 cm távolságban lévő, párhuzamos fémlemez között a feszültség 200 V. A lemezek között vákuum van.

a) Mekkora a lemezek közötti homogén elektromos mező energiasűrűsége? ( **$12,28 \mu\text{J}/\text{m}^3$** )

$\epsilon_0 = 1/(4\pi \cdot 9 \cdot 10^9)$  C<sup>2</sup>/Nm<sup>2</sup>.

b) Mekkora a lemezekeken egységnyi felületre jutó töltés? ( **$14,7$  nC/m<sup>2</sup>**)

50.

Egy síkkondenzátort, amelynek lemezei 1 m<sup>2</sup> területűek és 1 cm távolságra vannak egymástól 100 Volt feszültségre töltünk. A telep eltávolítása után a lemezek távolságát 2 cm-re növeljük. Mennyi munkát végzünk?

51.

A 100 pF kapacitású síkkondenzátort 12 V feszültségű akkumulátorról töltöttük föl. Ezután a kondenzátor lemezeinek távolságát háromszorosára növeljük.

a) Mennyi munkát végzünk, ha a lemezek széthúzása előtt a kondenzátort az akkumulátorról lekapcsoljuk? ( **$1,44 \cdot 10^{-8}$  J**)

b) Mennyivel nő az akkumulátor energiája, ha a lemezek széthúzása közben végig a kondenzátorra van kapcsolva? ( **$9,6 \cdot 10^{-9}$  J**)

52.

Egy kondenzátor lemezeit egy állandó feszültségű telep kivezetéseihez kapcsoljuk. A feltöltött kondenzátor lemezei közötti távolságot  $d$ -ről  $2d$ -re növeljük, miközben a kondenzátor továbbra is a telepre van kötve. Hány százalékkal változik a kondenzátor töltése?

A) Nem változik.

B) 50 %-al csökken.

C) 100 %-al növekszik.



53.

Egy telep kivezetéseit egy síkkondenzátorra kapcsoljuk, majd a kondenzátor lemezeit kétszeres távolságra széthúzzuk. Hogyan változik a kondenzátor elektromos mező energiája?

- A) Felére csökken. B) Kétszeresére növekszik. C) Négyszeresére növekszik.

54.

Egy  $R$  sugarú fémgömbre  $Q$  töltést viszünk. A kialakuló elektromos mező energiája  $W$ . Mennyi lesz az elektromos mező energiája, ha a töltést megkétszerezünk?

- A)  $\sqrt{2} W$  B)  $2W$  C)  $4W$

55.

Egy síkkondenzátor fegyverzeteinek távolsága  $d$ , kapacitása  $C_0 = 9 \text{ nF}$ . A lemezek közé, azokkal párhuzamosan egy  $d/3$  szélességű fémlapot csúsztatunk. Mennyi lesz ekkor a kondenzátor kapacitása?

56.

Síkkondenzátor lemezei  $12 \text{ cm}$  sugarú körlapok. A lemezek távolsága  $20 \text{ mm}$ . A kondenzátorra kapcsolunk egy  $24 \text{ V}$  feszültségű telepet, majd a lemezek közé betolunk egy töltetlen, és ugyancsak  $12 \text{ cm}$  sugarú, vastag fémlapot, amelyet egyik oldalon  $10 \text{ mm}$ , a másik oldalon  $6 \text{ mm}$  vastag levegőréteg választ el a kondenzátor lemezeitől.

a) Mennyivel változik meg a kondenzátor töltése a lemez betolása következtében?

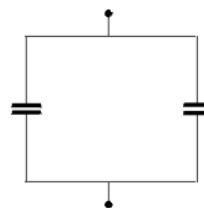
**(0,12 nC)**

b) Mekkora lesz a télerősség a betolt lemez egyik és másik oldalán? **(1500 V/m)**

c) Mekkora feszültség alakul ki a betolt lemez és a kondenzátor egyik, illetve másik lemeze között? **(15 V, 9 V)**

A levegő dielektromos állandója:  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$ .

57.



Két egyforma, párhuzamosan kapcsolt síkkondenzátort  $200 \text{ V}$ -ra feltöltünk. Ezután az egyik kondenzátor lemeztávolságát megkétszerezünk, a másikat megfelezzük.

a) Hányszorosára változik az eredő kapacitás?

**(1,25-szorosára)**

b) Mennyi lesz a feszültség? **(160 V)**

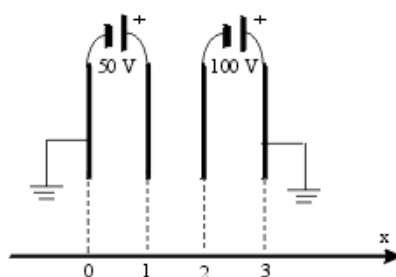
58.

Egy  $10 \mu\text{F}$ -os kondenzátor  $12 \text{ V}$ -ra, egy  $5 \mu\text{F}$ -os kondenzátort  $18 \text{ V}$ -ra töltünk fel. Ezután a kondenzátorok azonos előjelű töltéssel rendelkező fegyverzeteit egymáshoz kapcsoljuk.

a) Mekkora lesz a feszültség az összekapcsolt kondenzátorokon?

b) Mennyivel változik meg külön-külön a két kondenzátor energiája?

59.



Négy darab  $0,3 \text{ m}$  sugarú kör alakú fémlap áll egymástól  $1 \text{ cm}$  távolságban. A két szélső lemezt földeljük / vegyük a potenciált zérusnak /. A lemezekre, az ábra szerint egy  $50 \text{ V}$ -os és egy  $100 \text{ V}$ -os telepet kapcsolunk. A lemezek közt vákuum van, a vákuum dielektromos állandója:  $\epsilon_0 = 1 / (4\pi \cdot 9 \cdot 10^{-9}) \text{ C}^2/\text{Nm}^2$ .

a) Ábrázoljuk a lemezek középpontján átmenő egyenes mentén az elektromos télerősséget és a potenciált!

b) Határozzuk meg a lemezekben lévő töltéseket!

**(-12,5 nC, +50 nC, -62,5 nC, +25 nC)**

## Versenyfeladatok

60.

Két, egyformán  $Q$  töltésű,  $m$  tömegű golyót  $L$  hosszúságú szigetelő fonálon közös pontba függesztünk fel. Az elektromos taszítás miatt a fonalak szétágaznak, és egyensúlyban  $\alpha$  szöget zárnak be a függőlegessel.

- Határozzuk meg a golyók töltését, ha  $m = 2 \cdot 10^{-3}$  kg,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $L = 0,3$  m.
- Mekkora szöget zárna be a fonál a függőlegessel, ha az ingákat egy olyan liftben függesztenénk fel, ami lefelé tartóan  $a = 5$  m/s<sup>2</sup> gyorsulással mozog? (Közelítő jellegű megoldás is elegendő.)

61.

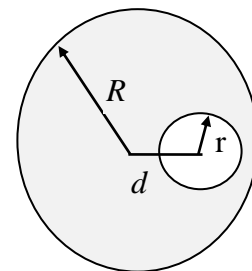
Mutassuk meg, hogy ha egy rögzített töltés körül körpályán kering egy ellentétes töltésű részecske az elektromos vonzóerő hatására, akkor a részecske energiája (a mozgási és az elektromos potenciális energia összege) a mozgási energiájának ellentettjével egyenlő!

62.

Tekintsünk két hosszú, egymással párhuzamos, egymástól  $r = 0,1$  m távolságra lévő egyenes vezetőt. A vezetők elektromosan töltöttek, vonalmenti töltéssűrűségük  $\lambda_1 = 10^{-7}$  C/m, illetve  $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-7}$  C/m. Mekkora elektromos erő hat az egyik vezeték  $d = 0,5$  m hosszúságú darabjára?

63.

Egy hosszú,  $R$  sugarú, szigetelő anyagból készült hengerben  $r$  sugarú hengeres furat van. A henger és a furat tengelyei párhuzamosak, a tengelyek távolsága  $d$ . A szigetelő anyagnak pozitív elektromos töltése van, amelynek térbeli eloszlása egyenletes és sűrűsége  $\rho$ . A szigetelő anyag relatív dielektromos állandója 1. Mekkora az elektromos térerősség a furat belsejében?



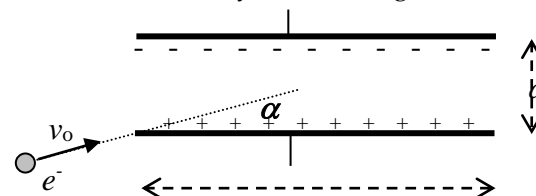
64.

A régiek úgy gondolták, hogy a Föld egy nagy, lapos korong. Képzeld el, hogy a Föld valóban nem  $R$  sugarú gömb, hanem igen nagy sugarú,  $H$  vastagságú lapos korong. Mekkora  $H$  vastagság esetén tapasztalnánk a korong felszínén (a szélektől messze), hogy a gravitációs gyorsulás ugyanakkora, mint amekkorának a gömb alakú Föld felszínén tapasztaljuk? ( $R = 6370$  km. A két „Föld”-modellben a sűrűségeket tekintjük állandónak és egymással egyenlőnek.)

65.

Egy kondenzátor négyzet alakú fegyverzeteinek élhossza  $L = 5$  cm, a fegyverzetek távolsága  $d = 1$  cm. A kondenzátor  $U = 43,7$  V feszültségre van feltöltve. A kondenzátor lemezei közé az egyik lemez pereménél olyan elektron érkezik, amelynek sebessége  $\alpha = 11,3^\circ$ -os szöget zár be a kondenzátor fegyverzeteivel.

- Mekkora legyen az érkező elektron  $v_0$  sebessége, ha azt szeretnénk, hogy áthaladjon a kondenzátoron?



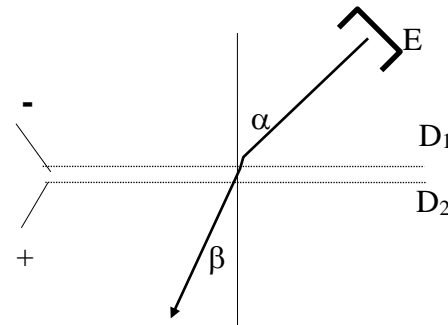
- Mekkora sebességgel érkezzon az elektron a kondenzátorhoz, ha azt szeretnénk, hogy a kondenzátort elhagyó elektron sebessége párhuzamos legyen a kondenzátor fegyverzeteivel?

(Az elektron tömege  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, töltése  $-1,6 \cdot 10^{-19}$  C. Feltételezhető, hogy az elektromos mező a fegyverzetek között homogén, máshol elhanyagolható.)

66.

Finom szövésű, párhuzamos helyzetű  $D_1 - D_2$  dróthálók közé  $U$  feszültséget kapcsolnak az ábra szerinti polaritással. Az  $E$  elektronforrásból elektronok érkeznek  $v$  sebességgel a  $D_1$  háléhoz.

- a) Mutassuk meg, hogy az áthaladó elektronok  $\alpha$  beesési és  $\beta$  törési szögére érvényes a Snellius-Descartes törvény, azaz a  $\frac{\sin(\alpha)}{\sin(\beta)}$  hányados független a beesési szögtől, minden elektronra ugyanaz az érték!



- b) Határozzuk meg a törésmutató értékét! (Feltéhető, hogy a hálók között homogén elektromos mező van, máshol az elektromos térerősség zérus,  $v = 3 \cdot 10^6$  m/s,  $U = 25$  V.)

67.

Egy földelt fémsík közelébe töltött részecskét helyezünk. Hat-e elektromos erő a részecskére?

- A) Igen, taszító erő. B) Nem. C) Igen, vonzó erő.

68.

Földelt sík fémlaptól  $r$  távolságra egy pontszerű,  $Q$  töltésű részecske helyezkedik el. Mekkora elektromos erő hat rá?

- A)  $\frac{kQ^2}{r^2}$  B)  $\frac{kQ^2}{2r^2}$  C)  $\frac{kQ^2}{4r^2}$

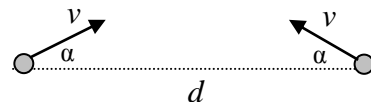
69.

Két  $d$  átmérőjű fémgömböt azonos előjelű  $Q_1$  és  $Q_2$  töltéssel feltöltünk. Vákuumban a gömbök középpontjai  $r$  távolságra vannak egymástól. ( $r$  nem sokkal nagyobb, mint  $d$ .) Mit mondhatunk a gömbök közötti elektromos taszítóerő nagyságáról? (Jelölje ezt az erőt  $F$ !)

- A)  $F = kQ_1Q_2/r^2$ ; B)  $F > kQ_1Q_2/r^2$ ; C)  $F < kQ_1Q_2/r^2$ .

70.

Az ábra szerint kezdőhelyzetből két proton egyszerre indul. Mindkét részecske kezdősebessége  $v$  és  $\alpha$  szöveget zár be az őket összekötő  $d$  hosszúságú szakasszal.



Határozzuk meg, hogy mekkora lesz a protonok közti minimális távolság a mozgásuk során!

( $v = 10^6$  m/s,  $d = 10^{-9}$  m,  $\alpha = 30^\circ$ )

A proton tömege  $m = 1,6 \cdot 10^{-27}$  kg, töltése  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C)

71.

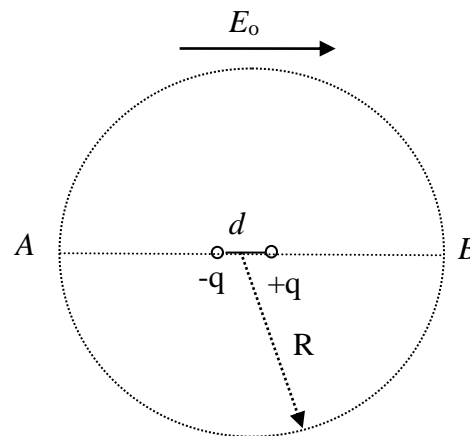
Két proton egymástól  $r$  távolságban egyformán  $v$  nagyságú sebességgel rendelkeznek. Az egyik sebessége  $\alpha$ , a másik sebessége  $\beta$  szöveget zár be az őket összekötő szakasszal. Mekkora lesz a protonok közti minimális távolság a mozgásuk során?



( $r = 3 \cdot 10^{-11}$  m,  $v = 10^5$  m/s,  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 60^\circ$ . A proton tömege és töltése  $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg, illetve  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C. A mozgás során a relativisztikus effektusok, a sugárzási energiavesztés és a részecskék közötti nukleáris kölcsönhatás elhanyagolható.)

72.

Ha egy eredetileg  $E_0$  térerősségű, homogén elektromos mezőbe egy  $R$  sugarú, semleges fémgömböt helyezünk, akkor az elektromos megosztás jelensége miatt a fémgömb belsejében nem lesz elektromos mező, a fémgömbön kívüli térrészben pedig a mező homogenitása megszűnik. Kimutatható, hogy a fémgömbön kívüli térrészben kialakuló inhomogén elektromos mező olyan, mint ha az, az eredeti  $E_0$  térerősségű homogén mezőnek és egy, a gömb középpontjába képzeltek megfelelően irányított és méretezett kicsiny dipólus elektromos terének szuperpozíciója lenne. Dipóluson két egymástól  $d$  távolságra elhelyezkedő, egyformán  $q$  nagyságú, de ellentétes előjelű pontszerű töltést értünk. A fent leírt helyettesítés  $d \ll R$  esetén ad helyes eredményt.



Legyen  $E_0 = 1000 \text{ V/m}$ , és  $R = 0,1 \text{ m}$ !

- Határozzuk meg a helyettesítő dipólus dipólusmomentumát, azaz a  $q \cdot d$  szorzat nagyságát!
- Határozzuk meg a fémgömb  $E_0$ -lal párhuzamos átmérőjének két végpontjában ( $A$  és  $B$  pontok) a térerősséget és a felületi töltéssűrűséget!

## 19. Egyenáramú körök

### Alapfeladatok

#### Ohm törvénye, elektromos munka, ellenállás-geometriai méretek

1.

Egy 660 W teljesítményű villamos fűtőtest 220 V feszültségen üzemel.

- Mekkora az áramerősség? (**3 A**)
- Mekkora a fűtőtest ellenállása? (**73,3 ohm**)
- Hány Joule hőt termel másodpercenként? (**660 J**)

2.

Egy 10000 ohmos ellenállás legfeljebb 2 Watt-tal terhelhető.

- Mekkora feszültségre kapcsolhatjuk, ha a túlmelegedést el akarjuk kerülni? (**141 V**)
- Mekkora lesz az áram erőssége? (**14,1 mA**)

3.

Mennyi idő alatt fogyaszt egy 220 V feszültségű, 80 ohm ellenállású villamos melegítő 10 Ft ára elektromos energiát, ha 1 kWh ára 1,50 Ft? (**11 h**)

4.

Egy egyenáramú villamos motor 3,2 kW mechanikai teljesítmény szolgáltat. A hatásfoka 80 %.

- Hány amper áramot vesz fel a 200 V-os hálózatról?
- Mennyibe kerül a motor üzemeltetése percenként, ha a villamos energia ára 2 Ft/kWh?

5.

Egy elektromos melegítőeszközre kapcsolt feszültség 10%-kal növekszik. Hány százalékkal változik -változatlan ellenállás esetén- a melegítőeszköz teljesítménye?

- A) 21%-kal növekszik    B) 10%-kal növekszik    C) 10%-kal csökken

6.

Egy gépkocsi reflektorába való izzón két adat szerepel: 12 V, 45 W.

- Mekkora az izzón átfolyó áram erőssége és az izzószál ellenállása működés közben? (**3,75 A, 3,2 ohm**)
- A gépkocsi vezetője a motor leállítása után bekapcsolva felejtette az autó mindkét reflektorát. Hány százalékkal csökkent az autó 12 V-os akkumulátorának 80 amperóra töltése 1 óra alatt, ha az akkumulátor feszültsége ez alatt nem változott? (**9,4 %**)

7.

25 m hosszú, 0,5 mm<sup>2</sup> keresztmetszetű huzalból fűtőtestet készítünk.

- Mekkora az ellenállás értéke? (**55 ohm**)
  - Hány watt teljesítményű a fűtőtest, ha a feszültség 220 V? (**880 W**)
- A huzal fajlagos ellenállása 1,1 ohm·mm<sup>2</sup>/m.

8.

Egy 220 V feszültségű hálózatba kapcsolható 400 W teljesítményű fogyasztót készítünk 0,5 ohm·mm<sup>2</sup>/m fajlagos ellenállású 0,2 mm<sup>2</sup> keresztmetszetű fémhuzalból.

Hány méter hosszú huzalt kell vennünk? (Az ellenállás értékét a hőmérséklettől függetlennek tekinthetjük.) (**48,4 m**)

9.

10 g tömegű vezeték ellenállása 100 ohm. Milyen hosszú és mekkora keresztmetszetű a vezeték? A réz fajlagos ellenállása 0,017 ohm·mm<sup>2</sup>/m, a réz sűrűsége 8,9 kg/dm<sup>3</sup>.

(**81,3 m; 1,38·10<sup>-2</sup> mm<sup>2</sup>**)

### Soros és párhuzamos kapcsolás

10.

Két elektromos ellenállás soros kapcsolása esetén milyen arányban oszlik meg az összesen bekapcsolt feszültség?

- A) az ellenállások fordított arányában      B) az ellenállások arányában

11.

Két elektromos ellenállás soros kapcsolása esetén milyen arányban oszlik meg az összes elektromos teljesítmény?

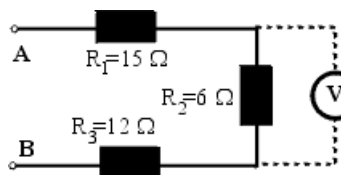
- A) az ellenállások fordított arányában      B) az ellenállások arányában

12.

Sorosan kapcsolt elektromos fogyasztók teljesítményeinek arány  $1 : 4$ . Mekkora a fogyasztók ellenállásainak aránya?

- A)  $1 : 2$       B)  $1 : 4$       C)  $1 : 16$

13.



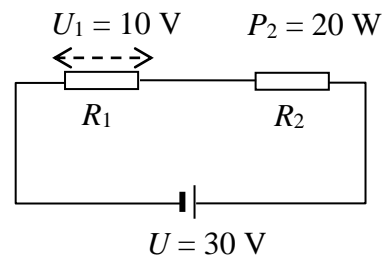
Az ábrán látható kapcsolás egy áramkör része. A végtelen nagy ellenállásúnak vehető voltmérő 30 V-ot jelez.

Határozzuk meg

- a) az áramerősséget, (**5 A**)  
 b) a feszültséget az egyes ellenállásokon, (**75 V, 30 V, 60 V**)  
 c) a feszültséget az A és B pontok között. (**165 V**)  
 d) Hány Joule hő fejlődik rendre az egyes ellenállásokon 1 másodperc alatt? (**375 J, 150 J, 300 J**)

14.

A mellékelt ábra szerinti áramkörben a telep feszültsége  $U = 30 \text{ V}$ , az  $R_1$  ellenálláson mérhető feszültség  $U_1 = 10 \text{ V}$ , az  $R_2$  ellenálláson megjelenő elektromos teljesítmény pedig  $P_2 = 20 \text{ W}$ . Határozzuk meg az  $R_1$  és  $R_2$  ellenállások nagyságát!



15.

Egy izzólámpa ellenállása  $430 \text{ ohm}$ , a feszültségforráshoz vezető huzalok mindegyike  $5 \text{ ohm}$  ellenállású. Az áram erősség  $0,5 \text{ A}$ .

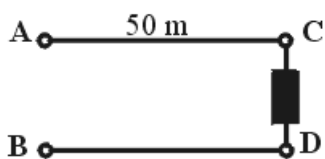
- a) Mekkora az izzólámpa teljesítménye? (**107,5 W**)  
 b) Mekkora a feszültségforrásból 1 óra alatt felvett energia? (**396 kJ**)

16.

$110 \text{ V}$  feszültségű és  $1000 \text{ W}$  teljesítményű fogyasztót kívánunk egy ellenállás kapcsolásával működtetni a  $220 \text{ V}$ -os hálózatról.

- a) Mennyi a fogyasztó ellenállása? (**12,1 ohm**)  
 b) Mekkora ellenállás sorba kapcsolására van szükség? (**12,1 ohm**)  
 c) A hálózatról felvett energia hányad része jut a fogyasztóra? (**fele**)

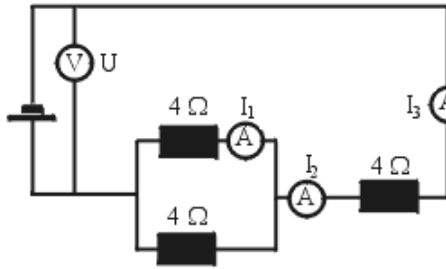
17.



Egy  $220 \text{ V}$  feszültségű villamos melegítő teljesítménye  $1100 \text{ W}$ . A melegítő az áramot a két szál, egyenként  $50 \text{ m}$  hosszú és  $2,5 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű vezetéken kapja, úgy, hogy a melegítő CD kapcsain a feszültség  $220 \text{ V}$ .

Mekkora a feszültség az AB pontokon? (A vezeték fajlagos ellenállása  $0,02 \text{ ohm} \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ .) (**224 V**)

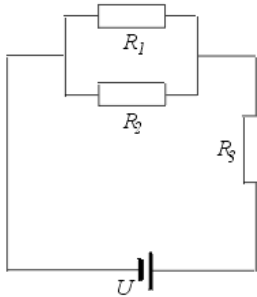
18.



Az ábrán látható kapcsolásban az  $I_3$  áramerősséget mérő műszer 2 A-t jelez.

- a) Mekkora áramerősséget mér a másik két ampermérő? (**1 A, 2 A**)  
 b) Mekkora feszültséget mér a voltmérő? (**12 V**)  
 A műszerek belső ellenállását ne vegyük tekintetbe!

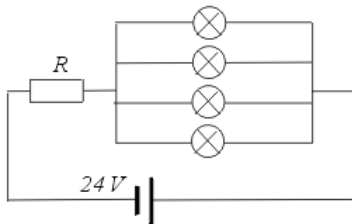
19.



Az ábra szerinti áramkörben  $R_1=3$  ohm,  $R_2=2$  ohm,  $U=3$  V, a telep belső ellenállása elhanyagolható.

- a) Mekkora az  $R_3$  ellenállás, ha a telepen átfolyó áram 1,5 A? (**0,8 ohm**)  
 b) Mennyi a teljesítmény az  $R_2$  ellenálláson? (**1,62 W**)

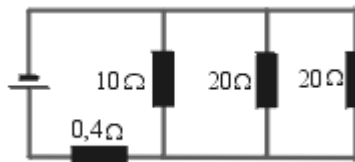
20.



Négy egyforma izzót az ábra szerinti kapcsolásban 24 V feszültségű telepről táplálunk. (A telep belső ellenállása elhanyagolható.) Az izzókon levő felirat 6 V feszültséget és 0,5 A áramerősséget ad meg.

- a) Mekkora legyen az R ellenállás, hogy az izzókra 6 V feszültég jusson? (**9 ohm**)  
 b) Mennyi ekkor a telep teljesítménye? (**48 W**)

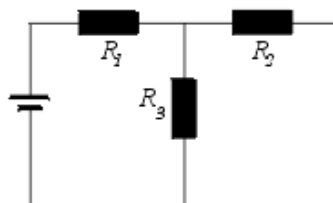
21.



Az ábra szerinti áramkör telepe 1,2 V elektromos erejű és 0,6 ohm belső ellenállású.

Határozzuk meg: a telepen átfolyó áramot, a 0,4 ohmos ellenállás végei közti feszültséget. (**0,2 A, 0,08 V**)

22.

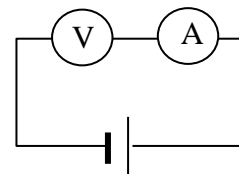


A kapcsolási rajz szerinti áramkörben  $R_1=R_2=R_3=2$  ohm. A telepen átfolyó áram erőssége 2 A.

- a) Mennyi a telep kapocsfeszültsége? (**6 V**)  
 b) Mekkora a feszültség és a teljesítmény az  $R_2$  ellenálláson? (**2 V, 2 W**)

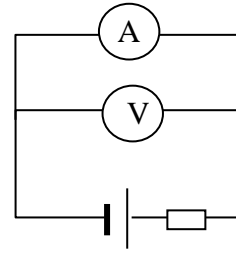
23.

Az ábra szerinti kapcsolásban a feszültségmérő  $U = 60$  V feszültséget, az árammérő  $I = 0,15$  mA áramot mutat. Mire jellemző a mért értékek  $U/I$  hányadosa? Indokolja állítását!



24.

Az ábrán látható kapcsolásban a feszültségmérő  $U = 0,2 \text{ V}$  feszültséget, az árammérő  $I = 24 \text{ mA}$  áramot mutat. Mire jellemző a mért értékek  $U/I$  hányadosa? Indokolja állítását!

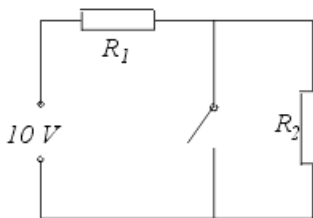


25.

Villanykályhánk két egyenlő értékű ellenállást tartalmaz.  $220 \text{ V}$  feszültség esetén a kályha  $0,5 \text{ kW}$ ,  $1 \text{ kW}$  és  $2 \text{ kW}$  teljesítményű fűtésre állítható be az egyik vagy mindkét ellenállás felhasználásával.

- a) Az egyes esetekben hogyan vannak kapcsolva az ellenállások? (**soros, egyik, párhuzamos**)  
 b) Mekkora egy ellenállás értéke? (**48,4 ohm**)

26.



Az ábrán vázolt áramkör által felvett teljesítmény nyitott kapcsolóállásnál  $4 \text{ W}$ , zárt kapcsolóállásnál  $10 \text{ W}$ .

- a) Mekkora az  $R_1$  és  $R_2$  ellenállás értéke? (**10 ohm, 15 ohm**)  
 b) Mekkora áram folyik át a zárt kapcsolón? (**1 A**)

### Telep elektromotoros ereje és belső ellenállása, kapocsfeszültség

27.

A  $2 \text{ V}$  elektromotoros erejű,  $15 \text{ ohm}$  belső ellenállású telepre  $25 \text{ ohm}$  ellenállást kapcsolunk.

- a) Mekkora a kapocsfeszültség? (**1,25 V**)  
 b) Mennyi energiát vesz fel a  $25 \text{ ohm}$  ellenállás a telepből  $1$  perc alatt? (**3,75 J**)

28.

Mekkora a telep sarkain mérhető kapocsfeszültség, ha a telep elektromotoros ereje  $2,4 \text{ V}$ , belső ellenállása  $0,8 \text{ }\Omega$ , és a telepet egy  $2,1$  méter hosszú,  $0,2 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű krómnikkel huzallal rövidre zárjuk? (A krómnikkel fajlagos ellenállása  $0,085 \text{ }\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ .)

29.

Ha egy telepre  $20 \text{ ohm}$  ellenállású fogyasztót kapcsolunk, akkor az áramkörben  $0,4 \text{ A}$  erősségű áramot mérünk. Ha a fogyasztó ellenállása  $45 \text{ ohm}$ , akkor az áramerősség  $0,2 \text{ A}$  lesz.

- a) Mekkora a telep üresjárási feszültsége (elektromotoros ereje)? (**10 V**)  
 b) Mekkora a telep belső ellenállása? (**5 ohm**)

30.

Egy akkumulátor kapocsfeszültsége  $2 \text{ A}$ -es terhelésnél  $12 \text{ V}$ ,  $5 \text{ A}$ -es terhelésnél  $8 \text{ V}$ . Mekkora az akkumulátor belső ellenállása és elektromotoros ereje?

31.

Egy akkumulátor elektromotoros ereje  $12 \text{ V}$ , belső ellenállása  $1 \text{ ohm}$ . Az akkumulátorra  $5 \text{ ohm}$  ellenállású izzót kapcsolunk. Mekkora határfokkal működtetjük az izzót?

- A)  $83,3 \%$                       B)  $20 \%$                       C)  $100 \%$



32.

Egy számottevő belső ellenállással is rendelkező feszültségforrás fogyasztót működtet. Az energiafelhasználás hatásfoka 66,6 %. Hányszorosa a fogyasztó ellenállása a belső ellenállásnak?

- A) 2-szerese                      B) 4-szerese                      C)  $\sqrt{2}$  -szöröse

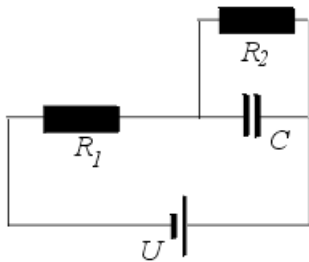
33.

Egy akkumulátor elektromotoros ereje 12 V, belső ellenállása 0,6 ohm. Legfeljebb mekkora áramot „adhat le” az akkumulátor?

- A) Nincs felső korlát                      B) 20 A                      C) 200 A

### Kondenzátor egyenáramú körben

34.



A vázolt áramkörben  $U=4,5$  V,  $R=6$  ohm,  $C=300$  mF.

a) Mekkora a feszültség az  $R_1$  ellenálláson? (3 V)

b) Mekkora a kondenzátor töltése? (0,45 mC)

A telep belső ellenállása elhanyagolható.

### Haladó szintű feladatok

#### Soros és párhuzamos kapcsolás

35.

A hajszárító fűtőszála csak akkor melegszik, ha előbb a ventilátor meghajtó motorját is bekapcsoljuk. Készítse el a kapcsolási rajzot! Az áramkör tervezését segíti a következő táblázat.

Kapcsolók			
I.	II.	Motor	Fűtőszál
Nyitott	Nyitott	0	0
Zárt	Nyitott	1	0
Nyitott	Zárt	0	0
Zárt	Zárt	1	1

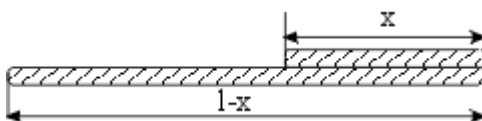
36.

- a) Sorba kapcsolt ellenállások közül melyiken keletkezik azonos idő alatt több hő: a kisebb vagy a nagyobb ellenálláson? Miért?  
 b) Párhuzamosan kapcsolt fogyasztók közül melyiken keletkezik azonos idő alatt több hő: a kisebb vagy a nagyobb ellenállásún? Miért?

37.

Egyenlő hosszúságú és keresztmetszetű réz-, és alumínium huzalokat egymással sorba kötve telepre kapcsolunk. Mekkora a két vezetékszakaszon leadott teljesítmények aránya? A réz és az alumínium fajlagos ellenállása:  $1,78 \cdot 10^{-8}$   $\Omega \cdot m$ , illetve  $2,8 \cdot 10^{-8}$   $\Omega \cdot m$ .

38.



Egy  $l=30$  cm hosszúságú huzal egy darabját levágtuk és párhuzamosan a maradék huzalhoz csatoltuk az ábra szerint. Az így nyert vezeték ellenállása az eredetinek 80 százaléka.

- a) Mekkora darabot vágunk le a huzalból? (4 cm)  
 b) Hányadrésze az  $x$  hosszúságú kettős vezeték kettős ellenállása az eredeti,  $l$  hosszúságú huzal ellenállásának? (1/15)

39.

Egy 110 V feszültségnél 20 W-os és egy 110 V feszültségnél 60 W-os fogyasztót 220 V feszültségű áramforrásra kapcsolunk sorba.

- a) Mekkora feszültség jut az egyes fogyasztókra? **(165 V, 55 V)**  
 b) Mekkora teljesítményt vesznek fel az egyes fogyasztók? **(45 W, 15 W)**

Az ellenállások hőmérsékletfüggésétől tekintsünk el!

40.

Először sorba, majd párhuzamosan kapcsolunk egy 36 ohmos és egy 144 ohmos ellenállást. Külön-külön mindkét ellenállás legfeljebb 4 watt teljesítményt vehet fel.

- a) Mekkora feszültséget kapcsolhatunk a rendszerre az egyik, illetve a másik esetben? **(30 V, 12 V)**  
 b) Mennyi ekkor a rendszer által felvett teljesítmény az egyik, illetve a másik esetben? **(5 W, 5 W)**

41.

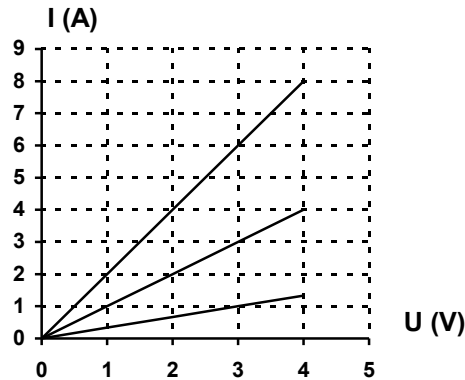
Egy 440 W és egy 600 W teljesítményű fűtőtestünk van, mindkettő 110 V feszültségre készült.

- a) Legfeljebb mekkora feszültségre köthetjük a sorba kapcsolt fűtőtestet, hogy egyik se kapjon 110 V feszültségnél többet? **(190,8 V)**  
 b) Mekkora ez esetben a fűtőtestek teljesítménye külön-külön? **(440 W, 323,2 W)**

42.

A mellékelt ábra grafikonjai három huzaldarabon átfolyó áram erősségét mutatják a végeikre kapcsolt feszültség függvényében. Ábrázolja ezt a függvényt az ellenállások

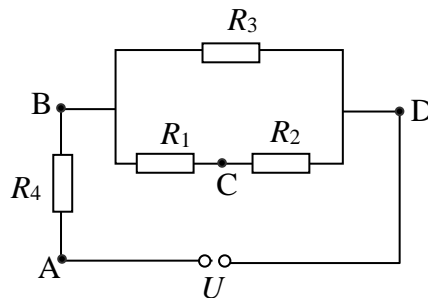
- a) soros,  
 b) párhuzamos kapcsolásával nyert vezeték esetére!



43.

Egy  $U = 240$  V feszültségű hálózatra kapcsolt ellenállásrendszer egyes szakaszainak ellenállásai  $R_1 = 16 \Omega$ ,  $R_2 = 14 \Omega$ ,  $R_3 = 30 \Omega$ ,  $R_4 = 25 \Omega$ .

- a) Határozza meg a következő pontok között mérhető feszültségeket: A és B, B és C, C és D, B és D!  
 b) Mekkora a B és C pontokat összekötő ágon felvett teljesítmény?

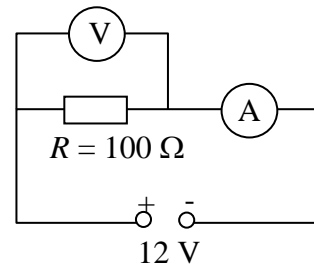


44.

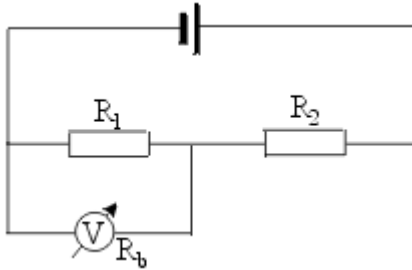
Az ábrán látható kapcsolásban a feszültségmérő ellenállása  $1000\ \Omega$ , az árammérőé  $10\ \Omega$ .

- Mekkora feszültséget, illetve áramerősséget jeleznek a mérőműszerek?
- Hogyan változnak a műszerek által jelzett értékek, ha a feszültségmérőt közvetlenül az áramforrás kivezetéseirehöz kapcsoljuk?

(Az áramforrás belső ellenállása elhanyagolható.)



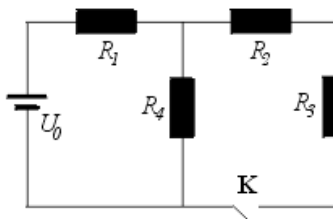
45.



Egy  $12\ \text{V}$  feszültségű, elhanyagolható belső ellenállású telepre az ábra szerint kapcsolunk egy  $R_1=2000\ \text{ohm}$  és egy  $R_2=3000\ \text{ohm}$  ellenállású fogyasztót, valamint egy  $2000\ \text{ohm}$  ellenállású feszültségmérőt.

- Mekkora a  $3000\ \text{ohm}$  os fogyasztón átfolyó áram erőssége?
- Mekkora feszültséget jelez a műszer?

46.



Az ábrán látható áramkörben határozzuk meg minden egyes ellenálláson folyó áramot és az egyes ellenállásokra jutó feszültséget:

- a K kapcsoló nyitott állásnál; (**1 A, 100 V, 200 V**)
- a K kapcsoló zárt állásnál!

Az  $U_0=300\ \text{V}$ -os telep belső ellenállása elhanyagolható,  $R_1=R_2=R_3=100\ \text{ohm}$ ,  $R_4=200\ \text{ohm}$ .  
(**1,5 A, 0,75 A, 150 V, 75 V**)

### Telep elektromotoros ereje és belső ellenállása, kapocsfeszültség

47.

Ha két ellenállást sorosan kapcsolunk egy telepre, akkor  $0,6\ \text{A}$  az áramerősség, ha az ellenállásokat párhuzamosan kapcsoljuk a telepre, akkor a feszültségforrás árama  $2,5\ \text{A}$ . A telep kapocsfeszültsége terheléstől függetlenül  $30\ \text{V}$ . Határozzuk meg az ellenállások értékeit!

48.

Az  $R_1$  és  $R_2$  ismeretlen ellenállásokat először párhuzamosan kapcsoljuk a  $60\ \text{V}$ -os feszültségforrásra, ekkor a felvett teljesítmény  $300\ \text{W}$ . Azután az ellenállásokat sorosan kapcsoljuk a  $60\ \text{V}$ -os feszültségforrásra, ekkor a felvett teljesítmény  $72\ \text{W}$ . Mekkora az ismeretlen ellenállások? (**20 ohm, 30 ohm**)

49.

Két  $3\ \text{ohm}$  os ellenállást akár sorosan, akár párhuzamosan kapcsolunk egy telepre, az ellenállások által felvett teljesítmény mindkét esetben  $6\ \text{W}$  lesz.

- Mennyi a telep belső ellenállása? (**3 ohm**)
- Mennyi a telep elektromotoros ereje? (**9 V**)

50.

Egy telepet  $3\ \text{ohm}$  os ellenállással terhelve az ellenálláson  $1,92\ \text{W}$  a teljesítmény. Ha a telepet  $6\ \text{ohm}$  os ellenállással terheljük, a kapocsfeszültség  $3\ \text{V}$ .

- Mennyi a telep elektromotoros ereje? (**4 V**)
- Mekkora a telep belső ellenállása? (**2 ohm**)

51.

Adott egy 3 V elektromotoros erejű és 2 W belső ellenállású telep.

a) Mekkora az áramerősség, ha a külső ellenállás 5 W? **(0,428 A)**

b) Mekkora a külső ellenállás esetén lesz a fogyasztó teljesítménye 1 W? **(4 ohm, vagy 1 ohm)**

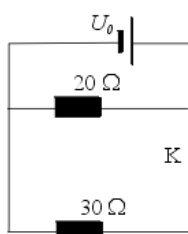
52.

Adva van egy telep, egy 6 ohmos ellenállás és egy 3 mF kapacitású kondenzátor. Ha az ellenállást és a kondenzátort sorba kötve kapcsoljuk a telepre, akkor a kondenzátor töltése  $12 \cdot 10^{-6}$  C. Amikor az ellenállást és a kondenzátort párhuzamosan kapcsoljuk a telepre, akkor a kondenzátor töltése  $9 \cdot 10^{-6}$  C.

a) Mennyi a telep elektromotoros ereje?

b) Mennyi a telep belső ellenállása?

53.

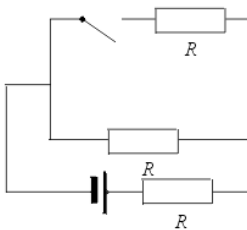


.Az ábrán látható elektromos hálózatban a kapcsoló nyitott állásánál 0,4 A erősségű, a kapcsoló zárt állásánál 0,6 A erősségű áram folyik át az áramforráson.

a) Mekkora az áramforrás belső ellenállása? **(4 ohm)**

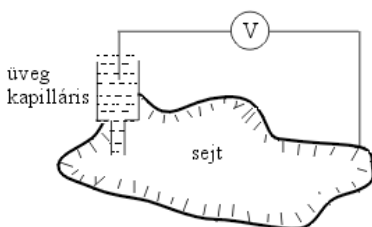
b) Mennyi a munkavégzés 2 perc alatt a 20 ohmos ellenálláson, ha zárt a kapcsoló? **(311 J)**

54.



A vázolt áramkörben az R ellenállások 1 ohm értékűek. Ha a K kapcsolót bekapcsoljuk, a telepen átfolyó áram 25%-kal megnő. Mekkora a telep belső ellenállása? **(0,5 ohm)**

55.



Egy sejt belsejébe kapillárisban végződő elektródot szúrunk, a másik elektródot a felületére helyezük. Az elektródok közt feszültség (membránfeszültség) lép fel. Adott esetben az 1 Mohm ellenállású műszer 25 mV feszültséget mutat.

a) Mekkora a membránfeszültség valódi értéke (elektromotoros erő), ha a beleszúrt kapilláris hossza  $5 \cdot 10^{-6}$  m, átmérője  $5 \cdot 10^{-7}$  m és  $10^5$  ohm·mm<sup>2</sup>/m fajlagos

ellenállású káliumklorid oldattal van feltöltve? A kapilláris és a műszer ellenállása mellett minden egyéb ellenállást elhanyagolunk. **(88,7 mV)**

b) Mekkora belső ellenállású műszert kell alkalmaznunk, hogy a műszer által mutatott feszültség legfeljebb 20%-kal térjen el a membránfeszültség valódi értékétől? **(10,2 Mohm)**

56.

Egy telepet belső ellenállásával megegyező külső ellenállással terhelünk.

a) Hány százalékkal kell a külső ellenállást megváltoztatni, hogy a kapocsfeszültség 25%-kal csökkenjen? **(40 %-kal csökkenteni)**

b) Hány százalékkal kell az eredeti külső ellenállást megváltoztatni, hogy a külső ellenállásra jutó teljesítmény 25%-kal csökkenjen? **(67%-kal csökkenteni, vagy 200%-kal növelni)**

57.

A mellékelt ábra egy elem kapcsolófeszültségét mutatja az elem áramának függvényében.

Mekkora az elektromotoros erő?

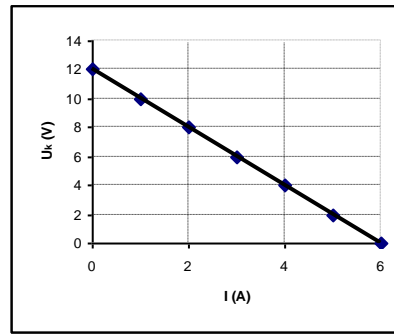
- A) 6 V                      B) 12 V    C) 4,5 V

Mekkora áram folyik, ha rövidre zárjuk az elemet?

- A) 0                          B) 6 A                      C) 12 A

Mekkora az elem belső ellenállása?

- A) 1 ohm                      B) 2 ohm                      C) 3 ohm



58.

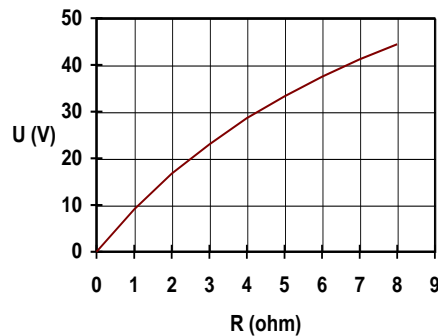
Egy változtatható ellenállást akkumulátorra kapcsoltunk, és mértük az ismert ellenállásértékekhez tartozó áramerősség-értékeket. A mért adatokat táblázatba foglaltuk.

$R_k (\Omega)$	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
$I (\text{mA})$	83,3	71	62,2	55,6	50,1	45,4	41,6	38,4	35,7	33,3

- Határozza meg a mérési adatokból az akkumulátor belső ellenállását és elektromotoros erejét!
- Határozza meg a változtatható ellenállás táblázatban szereplő értékeinél a rajta megjelenő elektromos teljesítményt, majd ábrázolja a kapott értékeket teljesítmény-ellenállás grafikonon! A grafikon alapján döntse el, hogy mekkora ellenállás esetén legnagyobb a kivett teljesítmény!

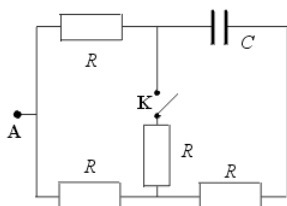
59.

Mekkora annak a telepnek a belső ellenállása és elektromotoros ereje, amelynek kapcsolófeszültségét a terhelő ellenállás függvényében a mellékelt ábra szemlélteti?



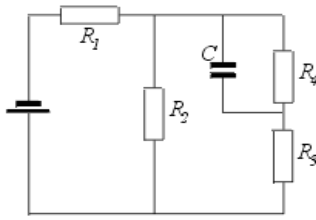
### Kondenzátor egyenáramú körben

60.



Az ábrán látható kapcsolásban  $R=2 \text{ kohm}$ ,  $C=4 \text{ mF}$ . Az A és B pontok közé 100 V feszültséget kapcsolunk. Mennyi töltés lesz a kondenzátoron, ha

- a K kapcsoló nyitva van; (**0,4 mC**)
- a K kapcsoló zárva van? (**0,32 mC**)



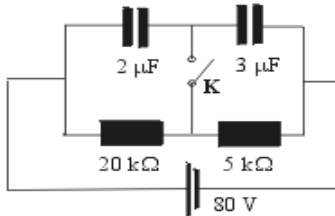
Az ábra szerinti kapcsolásban a telep elektromotoros ereje 24 V, belső ellenállása 2 ohm .

a) Mekkora a telepen átfolyó áram erőssége? **(1,2 A)**

b) Mennyi a kondenzátor töltése? **(19,6·10<sup>-6</sup> C)**

$R_1=R_2=12$  ohm,  $R_3=4$  ohm,  $R_4=8$  ohm ,  $C=8\cdot 10^{-6}$  F.

61.



Az ábrán látható elrendezés esetében határozzuk meg nyitott K kapcsolónál

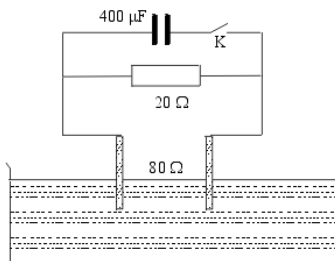
a) az egyes ellenállásokon eső feszültséget, **(64 V, 16 V)**

b) az egyes kondenzátorokon a feszültséget és a kondenzátorok töltését. **(48 V, 32 V)**

Zárjuk a K kapcsolót.

c) Mennyi töltés halad át rajta? **(80 μC)**

62.



A 400 μF-os kondenzátor 500 V-ra van töltve. A 20 ohmos ellenállással párhuzamosan kapcsolt elektrolizáló edényben lévő rézszulfát oldat ellenállása 80 ohm.

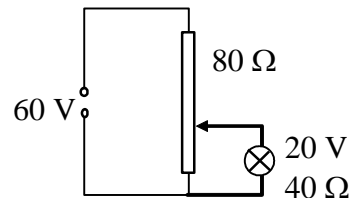
Mennyi vörösréz válik le a K kapcsoló zárása után addig az időpontig, amikor a kondenzátor feszültsége 150 V lesz?

(1 Coulomb 0,33·10<sup>-3</sup> g vörösrézet válasz le.) **(9,24·10<sup>-9</sup> kg)**

### Feszültségosztók

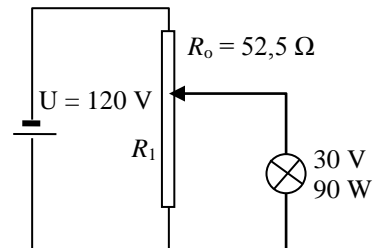
63.

Egy 40Ω ellenállású fogyasztót 20 V feszültségen szeretnénk üzemeltetni. Rendelkezésünkre áll egy 60 V kapocsfeszültségű tápegység és egy 80 Ω ellenállású feszültségosztó. Hová állítsuk az ábra szerinti kapcsolásban a csúszó-érintkezőt, hogy a fogyasztó a kívánt feszültséget kapja?

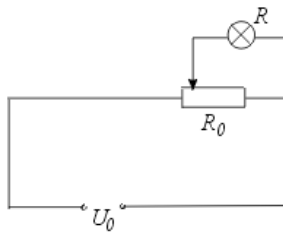


64.

Az ábra szerinti kapcsolásban a feszültségforrás feszültsége  $U = 120$  V, a tolóellenállás  $R_0 = 52,5$  ohmos, az izzólámpa üzemi adatai 30 V/ 90 W. Mekkora legyen az  $R_1$  ellenállás, hogy az izzó üzemi feszültségen működjön?



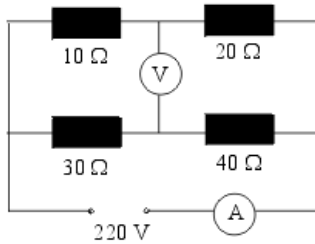
65.



Az  $R_0=300$  ohmos tolóellenállásra  $R=200$  ohm ellenállású fogyasztót kapcsolunk. Az érintkezőt a tolóellenállás hányad részére állítsuk, hogy a fogyasztó a teljes  $U$  feszültség felét kapja? **(2/3 részhez)**

## Híd-kapcsolás

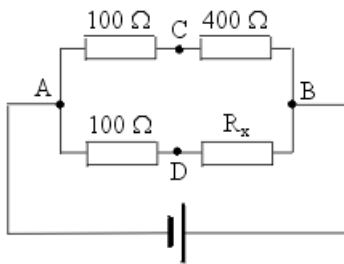
66.



Négy ellenállást, egy ampermérőt és egy voltmérőt az ábra szerint kapcsoltuk 220 V-ra.

- Mekkora áramot jelez az ampermérő? **(10,5 A)**
- Mekkora feszültséget mérünk a voltmérővel? **(21 V)**
- A hálózathoz felvett teljesítmény hány százaléka jut a 10 ohmos ellenállásra? **(23,3 %)**

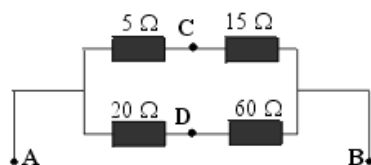
67.



Az ábrán látható kapcsolásban mind a négy ellenálláson folyik át áram. Az AB pontok között 150 V, a CD pontok között 30 V a feszültség.

- Mekkora az  $R_x$  ellenállás? **(150 ohm)**
- Mekkora a telepen átfolyó áram erőssége? **(0,9 A)**

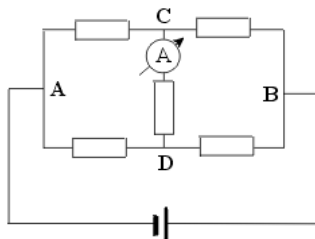
68.



Az AB pontokra 116 V feszültséget kapcsolunk.

- Mekkora feszültséget mérünk a CD pontok közt? **(0 V)**
- Mennyi az egész berendezés teljesítménye? **(841 W)**

69.



A 20, 30, 40, 50, 60 ohmos ellenállásokból úgy kell összeállítani az ábra szerinti kapcsolást, hogy az érzékeny ampermérő ne mutasson áramot.

- Hová kapcsoljuk az 50 ohmos ellenállást? Miért? **(C és D közé)**
- Az adott feltétel esetén mekkora lehet az eredő ellenállás az A és B pontok közt? **(100/3 ohm, vagy 36 ohm)**

70.

Egy 220 V-os feszültségről üzemelő elektromos melegítőbe két párhuzamosan kapcsolt ellenálláshuzalt építettek be. Az egyik fűtőszál teljesítménye 600 W, a másiké 400 W.

- Mekkora áramot vesz fel a melegítő? **(4,55 A)**
- Mekkora lesz a teljesítmény akkor, ha a két ellenálláshuzal középen összeér és ott zárlat keletkezik? **(1 kW)**

## Telepek kapcsolásai

71.

Ha  $n$  számú  $R_b$  belső ellenállású azonos telepet párhuzamosan kapcsolunk, akkor mekkora lesz az így kapott feszültségforrás belső ellenállása?

- A)  $R_b$                       B)  $n \cdot R_b$                       C)  $R_b / n$

72.

$n$  darab egyformán  $\varepsilon$  elektromotoros erejű,  $R_b$  belső ellenállású elemet egyszer sorba-, majd párhuzamosan kapcsolunk. Az alkalmazott külső ellenállás mindkét esetben  $R_b$ . Melyik esetben lesz nagyobb a külső ellenállás áramerőssége? (Az elemek kapcsolása mindkét esetben „szabályos”, azaz soros kapcsolásnál az ellentétes polaritású kivezetéseket, párhuzamos kapcsolásnál pedig az azonos polaritású kivezetéseket kapcsoljuk össze.)

- A) a soros kapcsolásnál B) a párhuzamos kapcsolásnál C) egyformák az áramerősségek

73.

Több, azonos belső ellenállású, 9 V elektromotoros erejű telepet először sorosan, majd párhuzamosan kapcsolva 16 ohm ellenállású fogyasztóval terhelünk. Mindkét kapcsolás esetén a fogyasztón átfolyó áram 0,5 A.

- a) Mekkora a telepek belső ellenállása? **(16 ohm)**  
 b) Hány telepet kapcsoltunk össze? **(8)**

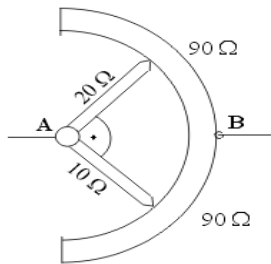
74.

Két egyforma galvánelemet először párhuzamosan, aztán sorosan kötve kapcsolunk egy 20 ohmos ellenállásra. Egy elem kapocsfeszültsége a második esetben 75%-a az első esetben tapasztalt kapocsfeszültségnek.

- a) Készítsük el a kapcsolási vázlatokat!  
 b) Mekkora egy elem belső ellenállása? **(5 ohm)**  
 c) A második esetben a 20 ohmos ellenállásra jutó teljesítmény hányszorosa az első esetben tapasztalt teljesítménynek? **(2,25-szorosa)**

## Szélsőérték keresés

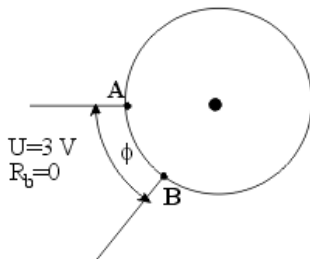
75.



Egy félkör alakú, 180 ohmos tolóellenállás felénél B-vel jelölt elágazás van. Az A pont körül elforgatható, két egymásra merőleges, együtt mozgó kapcsolókar egyik ága 20 ohm, másik ága 10 ohm ellenállású.

- a) A merőleges ágakból álló kapcsolókar mely állásánál lesz az AB pontok közötti ellenállás maximális? **(A 20 ohmos 40°-os szöget zár be AB-vel)**  
 b) Mekkora ez az ellenállás? **(30 ohm)**

76.



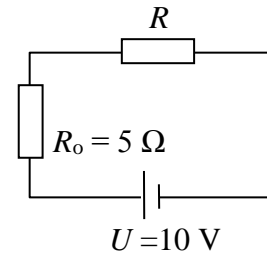
$R=4$  ohmos ellenállású huzalt kör alakúra hajlítunk és összeforrasztunk. Az így nyert körhöz az A (rögzített) sarunál  $U=3$  V-os telep egyik sarkán, a B (csúszó) sarunál a telep másik sarkát kapcsoljuk.

- a) Mekkora a telep árama, ha a B (csúszó) saru  $\Phi = 90^\circ$ -ra van a körön az A sarutól? **(4 A)**  
 b) B saru mely állásánál lesz a telep árama a legkisebb? **(180°)**  
 c) Mekkora ez az áram? **(3 A)**



77.

Mekkora legyen az  $R$  ellenállás értéke az ábra szerinti kapcsolásban, hogy az általa felvett elektromos teljesítmény maximális legyen? Mekkora ez a teljesítmény? (Próbálkozással, vagy grafikus úton is megoldható a feladatot.)



### Versenyfeladatok

78.



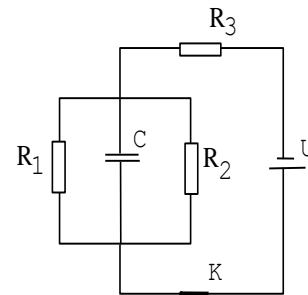
Az A és B pontok között a feszültség 18 V, az eredő ellenállás 5 ohm .

- Mekkora áram folyik át a 2 ohmos ellenálláson? (**3,6 A**)
- Mekkora az  $R_x$  ellenállás? (**10 ohm**)

79.

Az ábra szerinti elektromos kapcsolásban a kapcsoló már hosszabb ideje zárva van. ( $U=100\text{ V}$ ,  $C=2\ \mu\text{F}$ ,  $R_1=20\ \Omega$ ,  $R_2=30\ \Omega$ ,  $R_3=12\ \Omega$ )

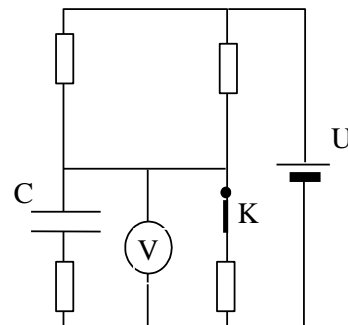
- Határozd meg a kondenzátor töltését!
- A kapcsoló nyitjuk. Mekkora töltés halad át az  $R_1$  ellenálláson a kapcsoló nyitása után?
- Mekkora az elektromos munkavégzés az  $R_1$  ellenálláson a kapcsoló nyitása után?



80.

Az ábrán látható kapcsolásban minden ellenállás nagysága  $R = 2\ \text{M}\Omega$ , a kondenzátor kapacitása  $C = 1\ \mu\text{F}$ , a telep feszültsége  $U = 90\ \text{V}$ . A K kapcsoló zárt állásában hagyjuk, hogy a kondenzátor maximálisan feltöltődjön, majd nyitjuk a kapcsolót.

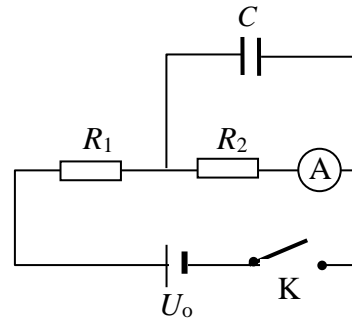
- Mekkora feszültséget mutat az ideális feszültségmérő a kapcsoló nyitása előtt?
- Mekkora feszültséget mutat a feszültségmérő a kapcsoló nyitása után rövid idővel?



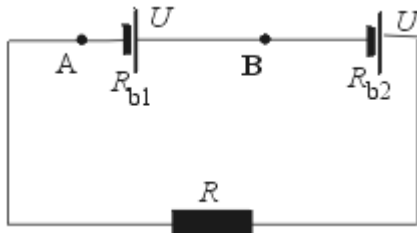
81.

Az ábra szerinti kapcsolásban a K kapcsoló kezdetben nyitott és a kondenzátor töltetlen. Ez után zárjuk a kapcsolót és hagyjuk, hogy a kondenzátor maximálisan feltöltődjön, majd nyitjuk a kapcsolót. Határozzuk meg az áramerősségmérő műszer által mutatott értéket

- közvetlenül a kapcsoló zárása után,
  - a kapcsoló zárását követően hosszú idő múlva,
  - közvetlenül a kapcsoló nyitása után!
- ( $U_0 = 30 \text{ V}$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 5 \Omega$ )

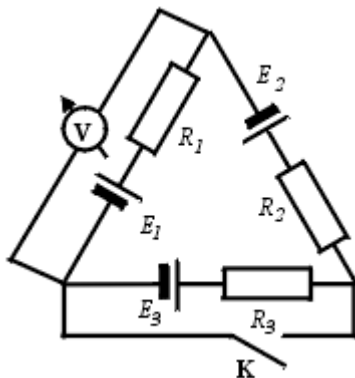


82.



Az ábra szerinti áramkörben a két feszültségforrás elektromos ereje egyenlő, belső ellenállásuk azonban különböző, mégpedig  $R_{b1} > R_{b2}$ . Az  $R$  ellenállás mely értéke mellett lesz az A és B pontok közt a feszültségkülönbség zérus?  
( $R = R_{b1} - R_{b2}$ )

83.



Az ábrán látható kapcsolásban az áramforrások elektromotoros ereje  $E_1 = 2 \text{ V}$ ,  $E_2 = 5 \text{ V}$ ,  $E_3 = 6 \text{ V}$ , az ellenállások  $R_1 = 2 \text{ ohm}$ ,  $R_2 = 4 \text{ ohm}$ .

- Mekkora az  $R_3$  ellenállás, ha K kapcsoló nyitott és zárt helyzetében a voltmérő ugyanazt a feszültséget mutatja? (**12 ohm**)
- Mekkora feszültséget mutat a voltmérő? (**3 V**)

84.

Egy  $2 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű rézvezetékben  $4 \text{ A}$  erősségű áram folyik. Mekkora sebességgel áramolnak az elektronok a vezetékben? A réz sűrűsége  $8960 \text{ kg/m}^3$ , moláris atomtömege  $63,5 \text{ g/mol}$ . Egy elektron töltése  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ . Réz esetén atomonként egy elektron vesz részt a vezetésben.

85.

Egy adott fémbe a vezetési elektronok száma köbméterenként  $8,4 \cdot 10^{28}$ . Ha ebből a fémből készült  $100 \text{ m}$  hosszú huzalra  $9,4 \text{ V}$  elektromotoros erejű, elhanyagolható belső ellenállású telepet kapcsolunk, akkor az elektronok átlagosan  $4 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}$  sebességgel haladnak a telep pozitív sarka felé.

- Mekkora az áramerősség és a huzal keresztmetszetének hányadosa (áramsűrűség)? ( **$5,38 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$** )
- Mekkora az adott fém fajlagos ellenállása? ( **$1,75 \cdot 10^{-8} \text{ ohm.m}$** )

86.

Egy  $\rho$  fajlagos ellenállású,  $A$  keresztmetszetű ellenállás-vezetéken  $I$  erősségű áram folyik. Mekkora az elektromos térerősség a vezető belsejében?

A)  $\frac{\rho I}{A}$

B)  $\frac{I}{\rho A}$

C)  $\frac{A}{\rho I}$

87.

Egy izzólámpára állandó kapocsfeszültségű feszültségforrást kapcsolunk. Ábrázold vázlatosan grafikonon a körben folyó áramerősséget az idő függvényében mindaddig, amíg az izzószál eléri az üzemi hőmérsékletét!

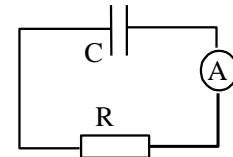
88.

Egy  $1\ \mu\text{F}$ -os kondenzátort feltöltünk, majd egy  $1\ \text{M}\Omega$ -os ellenálláson keresztül kisütjük. Nagyságrendileg mennyi idő alatt fog kisülni a kondenzátor?

- A)  $10^{-3}\ \text{s}$                       B)  $100\ \text{s}$                       C)  $1\ \text{s}$ .

89.

Egy  $C$  kapacitású,  $U_0 = 100\ \text{V}$  feszültségre feltöltött kondenzátort egy  $R$  ellenállású fogyasztóra kapcsolunk és a rákapcsolástól kezdve  $\Delta t = 2$  másodpercenként mérjük a körben folyó áram erősségét. Mérési eredményeinket a következő táblázat tartalmazza.



Idő (s)	0	2	4	6	8
Áramerősség ( $\mu\text{A}$ )	100	40	16	6,4	2,56

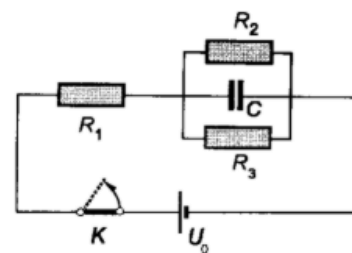
- Mekkora az  $R$  ellenállás?
- Becsülje meg a kondenzátor kapacitását!
- Felfedezhető-e valamilyen törvényszerűség a mérési adatok alapján?
- A mérés kezdetétől számolva mennyi idő múlva csökken az áramerősség  $0,41\ \mu\text{A}$ -re?

90.

Egy  $U_0 = 4,5\ \text{V}$  feszültségű, elhanyagolható belső ellenállású feszültségforrásra sorba kapcsolunk egy  $R = 12\ \Omega$  ellenállású fogyasztót és egy olyan (úgynevezett nem lineáris) áramköri elemet, amelyen mérhető feszültség a rajta átfolyó áramerősség négyzetével arányos a következők szerint:  $U = kI^2$ , ahol  $k = 4,5\ \frac{\Omega}{\text{A}}$ . Határozzuk meg a körben folyó áramerősség nagyságát!

91.

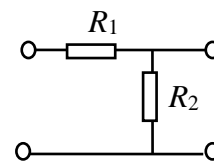
Az ábrán látható kapcsolásban a  $K$  kapcsolót hosszú ideig zárva tartjuk, majd nyitjuk. A feszültségforrás kapocsfeszültsége  $U_0 = 9\ \text{V}$ , a kondenzátor kapacitása  $C = 50\ \mu\text{F}$ , az  $R_1$  és  $R_2$  ellenállás azonos nagyságú,  $R_1 = R_2 = 100\ \text{ohm}$ .



- Mennyi töltés áramlik át az  $R_3$  ellenálláson a kapcsoló nyitását követően, ha az  $R_3$  ellenállás nagysága  $400\ \text{ohm}$ .
- Maximálisan mennyi töltés áramolhat át az  $R_3$  ellenálláson a kapcsoló nyitását követően az  $R_3$  ellenállás alkalmas megválasztása esetén? □

92.

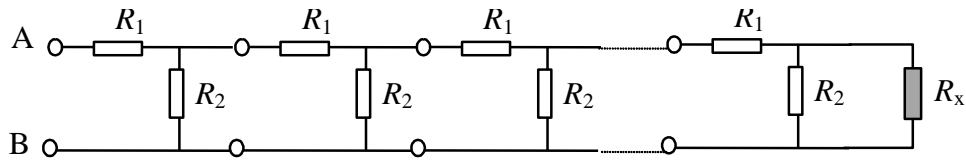
A 2. ábrán látható ellenállás-lánc az 1. ábrán látható „négy-pólusból”  $n$  számút tartalmaz.  $R_1 = 1\ \text{ohm}$  és  $R_2 = 6\ \text{ohm}$ . Az ellenállás-lánc egy  $R_x$  ellenállással van lezárva.



1. ábra

- Mekkora legyen az  $R_x$  ellenállás értéke, hogy az  $A$  és  $B$  pontok között mérhető eredő ellenállás értéke független legyen a bekapcsolt négy-pólusok  $n$  számától?
- Az ellenállás-láncot az a) kérdésben meghatározott  $R_x$  ellenállással zárjuk le, és az  $A$  és  $B$  pontok közé  $U_{AB} = 3\ \text{V}$  kapocsfeszültségű

telepet kapcsolunk. A lánc most  $n = 21$  négypólust tartalmaz. Határozzuk meg ebben az esetben az  $R_x$  ellenállásra eső feszültséget!



2. ábra

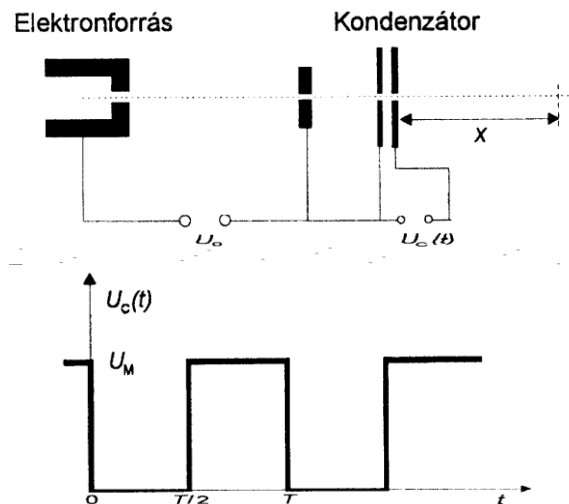
93.

Egy katódsugárcsőben a katódból elhanyagolható kezdősebességgel kilépő elektronok  $U_0 = 182$  V feszültségen gyorsulnak, majd egy keskeny, lyukas kondenzátoron haladnak keresztül, amelyre az ábrán látható nagyfrekvenciás négyszögrezgés alakú feszültség van kapcsolva, amelynek csúcsfeszültsége  $U_M = 102,374$  V, és periódusideje  $5 \cdot 10^{-9}$  s.

Ha a négyszögrezgés nincs bekapcsolva, akkor a kondenzátoron áthaladó elektronnyaláb állandó áramerőssége  $I = 1$  mA.

Ábrázoljuk áramerősség - idő grafikonon az áramerősség időbeli változását a cső azon helyein, amelyek a kondenzátortól  $x_1 = 10$  cm,  $x_2 = 20$  cm,  $x_3 = 15$  cm távolságra vannak, ha a négyszögrezgés be van kapcsolva!

(A négyszögrezgés polaritása olyan, hogy  $U_0(t) > 0$  esetén a kondenzátoron áthaladó elektronok sebessége növekszik. A kondenzátor olyan keskeny, hogy az elektronok elhanyagolható idő alatt áthaladnak rajta.)



## 20. Állandó mágneses mező, mozgási indukció, váltakozó áram

### Alapfeladatok

#### Mágneses mező keltése

1.

Jellemezze az áramjárta egyenes vezető környezetében kialakult mágneses mezőt!

2.

Mitől függ egy tekercs által keltett mágneses mező indukciójának nagysága és iránya a tekercs belsejében?

3.

Hogyan változik meg a hosszú, egyenes, egyrétegű, légmagos tekercs mágneses mezőjének

- A) a mágneses indukciója,
- B) a mágneses fluxusa,
- C) a mágneses energiája,

ha a tekercsen átfolyó, időben állandó áram áramerősségét megkétszerezzük? (Válaszait indokolja!)

4.

10 cm hosszú, 500 menetes tekercsben 0,8 A erősségű áram folyik. Mekkora az indukció és a mágneses fluxus a tekercs belsejében, ha a vezetőket 2 cm sugarú, belül üres hengerre csévéljük fel?

5.

Mekkora a mágneses indukció nagysága egy igen hosszú vezetőtől 50 cm távolságban, ha benne folyó áramerőssége 100 A?

#### A mágneses mező hatása áramra és köráramra

6.

Egy homogén mágneses tér indukciója  $B = 0,01 \text{ Vs/m}^2$ .

- Határozd meg az indukcióra merőlegesen elhelyezett  $A = 1 \text{ dm}^2$  nagyságú felület fluxusát!
- Legfeljebb mekkora erővel hat ez a mező egy  $I = 2 \text{ A}$  erősségű áramot vivő vezeték  $L = 50 \text{ cm}$  hosszúságú darabjára?

7.

Függőleges, 40 cm hosszú rézrúdban 15 A erősségű áram folyik. A rézrudat önmagával párhuzamosan Kelet-Nyugat irányban 1,5 m/s állandó sebességgel mozgatjuk. A mozgatáshoz szükséges teljesítmény  $1,8 \cdot 10^{-4} \text{ W}$ .

Mekkora a Föld mágneses indukciójának vízszintes összetevője az adott helyen? ( $2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ )

8.

Homogén mágneses mezőben áramjárta vezetőhurokra forgatónyomaték hat.

- a) A hurok milyen helyzetében maximális és milyen helyzetében zérus a rá ható forgatónyomaték?
- b) Hogyan határozható meg ez a maximális forgatónyomaték a vezetőhurok és a mágneses mező jellemzőinek ismeretében?

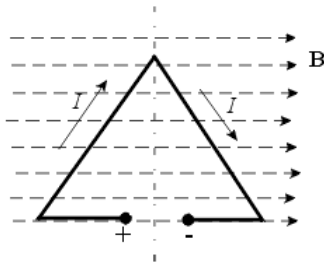
9.

Homogén mágneses mezőben áramjárta gyűrű helyezkedik el olyan helyzetben, hogy az általa körülvet mágneses fluxus maximális. Mit mondhatunk a gyűrűre ható mágneses erők forgatónyomatékáról?

A) maximális

B) zérus

10.



Egy 1,5 m oldalhosszúságú egyenlő oldalú háromszög alakú vezető alapjával párhuzamos  $0,08 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses térben van. Az áramerősség  $7 \text{ A}$ . Mekkora a forgatónyomaték a magasságra, mint tengelyre vonatkozóan? ( **$0,546 \text{ Nm}$** )

**A mágneses mező hatása mozgó töltött részecskére**

11.

Egy mágnespatkó sarkai között a homogén mágneses mező mellett homogén elektromos mező is van.  $B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ ,  $E = 10^5 \text{ N/C}$ , a mágneses indukció merőleges az elektromos térerősségre.

- Mekkora annak a protonnak a sebessége, amely a két mező egyidejű hatása alatt egyenes vonalú egyenletes mozgást végez  $\vec{B}$ -re és  $\vec{E}$ -re egyaránt merőleges pályán?
- Készítsen ábrát, amelyen feltünteti az  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  és  $\vec{v}$  vektorok irányát!

12.

Egy protont lövünk homogén mágneses mezőbe, az indukció irányára merőleges sebességgel. Hogyan alakul a pályájának sugara, ha a sebességét növeljük?

- A) Csökken    B) Növekszik    C) Nem változik.

13.

Egy protont lövünk homogén mágneses mezőbe, az indukció irányára merőleges sebességgel. Hogyan alakul periódusideje, ha a sebességét növeljük? (A relativisztikus hatások elhanyagolhatóak.)

- A) Csökken    B) Növekszik    C) Nem változik.

14.

$6 \cdot 10^5 \text{ m/s}$  nagyságú sebességgel az indukcióra merőleges irányban homogén mágneses mezőbe belövünk egy elektront. A mágneses indukció nagysága  $2 \cdot 10^{-4} \text{ T}$ . Mekkora az elektron pályasugara és keringésének periódusideje? (Az elektron tömege  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ; töltésének nagysága  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .)

15.

Homogén mágneses mezőbe vezetünk  $1,5 \text{ kV}$  feszültséggel felgyorsított elektronokat. Az indukcióvektor merőleges az elektronok sebességére, és nagysága  $1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Vs/m}^2$ .

- Mekkora az elektronok sebessége? ( **$2,3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$** )
  - Mekkora sugarú körön mozognak a mágneses mezőben? ( **$0,1 \text{ m}$** )
  - Mennyi idő alatt tesznek meg egy kört? ( **$27,3 \text{ ns}$** )
- $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , töltése  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

16.

Egy kezdetben nyugvó elektront  $1500 \text{ V}$  feszültséggel felgyorsítjuk, majd homogén mágneses mezőbe vezetjük a mágneses indukcióra merőleges irányban.

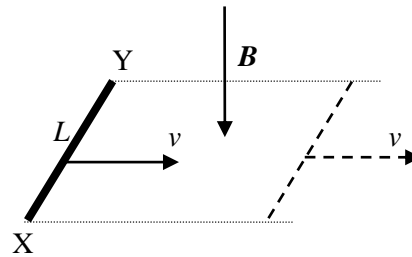
- Mekkora sebességre gyorsul az elektron az elektromos mezőben?
- Mekkora a mágneses indukció nagysága, ha a mágneses mezőben az elektron  $1 \text{ cm}$  sugarú körpályán halad?

(Az elektron töltésének nagysága  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , tömege  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .)

### Mozgási indukció

17.

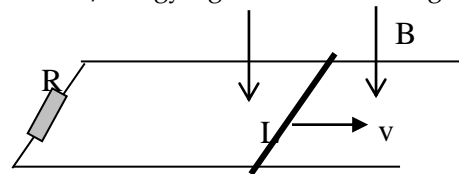
Egyenes,  $L$  hosszúságú vezetőszakaszt homogén,  $B$  indukciójú mágneses mezőben mozgatunk  $v$  sebességgel. A vezeték merőleges a mágneses indukcióra, a mozgatás sebessége pedig merőleges a vezetékre.



- Hogyan határozható meg a vezeték X és Y vége közti feszültség?
- Milyen előjelű többlettöltés halmozódik fel a vezeték X-el jelölt végénél?
- Mekkora az elektromos térerősség a vezeték belsejében?

18.

$B = 0,01$  T indukciójú homogén mágneses mezőben  $v = 20$  m/s nagyságú állandó sebességgel mozgatunk egy  $L = 1$  m hosszúságú rudat egy olyan fémsínen, amelynek végei közé egy  $R = 0,5 \Omega$  ellenállást kapcsoltunk.



- Mekkora feszültség indukálódik a rúd végei között?
- Mekkora áram folyik az áramkörben?
- Mekkora a rúd mozgását fékező Lorentz erő?
- Rajzold be az indukált áram irányát!

### Váltakozó feszültség

19.

50 Hz frekvenciájú váltóáramú hálózat feszültsége  $1/600$  s alatt 0 V-ról 78 V-ra növekszik. Mekkora a hálózati feszültség effektív értéke? **(110 V)**

20.

Egy 230 V effektív feszültségű, 50 Hz-es szinuszosan változó áramú hálózatra kapcsolt villogó ködfénylámpa akkor gyújt be, amikor a növekvő feszültség eléri a 220 V-ot, akkor alszik ki, amikor a feszültség 140 V-ra csökken. Működése közben a lámpa ellenállása 35 kohm.

- Mennyi a lámpán átfolyó áram legnagyobb értéke?
- Mennyi ideig tart egy felvillanás?

21.

Szívütem szabályzó 1,25 Hz frekvenciával működteti a szívet úgy, hogy minden szív ciklus elindításához 0,001 s időtartamú, 3 V-os feszültséggel ingerli a szív adott részét, amelynek ellenállása 400 ohm.

- Mennyi az egy ingerléshez felhasznált energia? **(22,5  $\mu$ J)**
- Hány évig működik a szívütem szabályzó, ha a beépített áramforrásának 20 kJ energiáját 30%-o hatásfokkal használja fel? **(6,8 év)**

22.

A beteg szívizmot egy beültetett szívritmus-szabályzó  $5 \times 10^{-4}$  s ideig tartó, 4 V amplitúdójú négyzög-impulzusa készíti egy-egy összehúzóadásra. Az így létrehozott összehúzóadások száma percenként 75, az elektródák közötti ingerelt terület ellenállása pedig 400 ohm.

- Hányszor nagyobb a szív átlagos teljesítménye, mint a szívritmus-szabályzóé, ha egy ember napi 10 MJ energiaszükségletének 4%-át igényli a szív működés?
- Hány amperóra töltésű, 6 V-os teleppel kell a szívritmus-szabályzót ellátni, ha a telepben tárolt energia 25%-os hatásfokkal hasznosítható?

## Haladó szintű feladatok

### Mágneses mező keltése

23.

Egy rézhuzalból készült, 30 cm hosszú, 2400 menetes, légmagos tekercs kivezetéseire 60 V egyenfeszültséget kapcsolunk. A tekercs egy menetének átlagos hossza 8 cm. A huzal átmérője 0,3 mm. A réz fajlagos ellenállása  $0,017 \text{ ohm}\cdot\text{mm}^2/\text{m}$ .

- a) Mekkora a tekercs ohmikus ellenállása? (**46,2 ohm**)  
 b) Mekkora a mágneses indukció a tekercs belsejében? (**13 mT**)

24.

Két hosszú, egyenes, párhuzamos vezető 16 cm-re van egymástól, és mindkettő 4 A-es áramot vezet. Határozzuk meg a B értékét és irányát a távolságuk felezőpontjában, ha az áramok ellentétes irányúak?

### A mágneses mező hatása áramra és köráramra

25.

20 cm hosszú 2000 menetes tekercsben 3 A erősségű áram folyik.

- a) Mekkora maximális erőt gyakorolhat a tekercsben létrejövő (homogénnek tekinthető) mágneses tér a tekercs belsejében levő egyenes vezető 10 mm hosszú darabjára, ha abban ugyanakkora áram folyik, mint a tekercsben? (**1,125 mN**)  
 b) Milyen helyzetben kell lennie ekkor az egyenes vezetőknek a tekercs tengelyéhez viszonyítva? (**merőleges**)

26.

Két hosszú, párhuzamosan futó vezetékben ellentétes irányú áramok folynak. Milyen jellegű mágneses erő hat a vezetékek között?

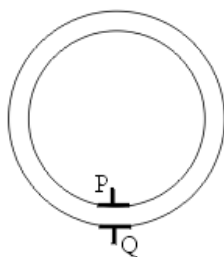
- A) vonzóerő                      B) taszító erő                      C) nem hat erő

27.

Egy  $2 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű rézhuzalban 20 A erősségű áram folyik. A huzal 20 cm-es egyenes darabja homogén mágneses mezőben helyezkedik el az indukcióvonalakra merőlegesen. Erre a huzaldarabra a mágneses mező  $0,1 \text{ N}$  erővel hat. A réz fajlagos ellenállása  $0,017 \text{ ohm}\cdot\text{mm}^2/\text{m}$ .

- a) Mekkora az elektromos térerősség a huzalban? (**0,17 V/m**)  
 b) Mekkora az indukcióvektor nagysága? (**25 mT**)

28.

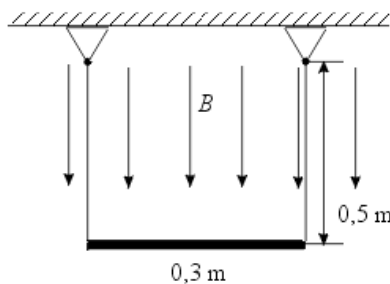


Egy négyzet keresztmetszetű üvegcsövet vízszintes síkban kör alakúra hajlítunk. A négyzet oldala 4 mm. A cső teljesen ki van töltve higannyal. A higany tömege 4,8 kg. P és Q két vékony fémlemez az üvegcső belső oldalán. PQ környezete  $0,6 \text{ Vs}/\text{m}^2$  erősségű, az ábra síkjára merőleges mágneses térben van.

- a) Mekkora erő hat a higanyra, ha P és Q között 20 A erősségű áramot vezetünk át? (**0,048 N**)  
 Az áram 1 percig folyik.  
 b) Mekkora sebességre gyorsul fel a higany? (**0,6 m/s**)



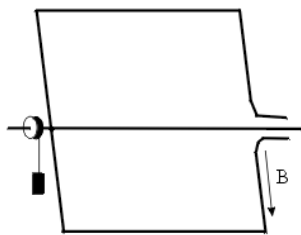
29.



Függőleges irányú,  $1,5 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses térben  $0,3 \text{ m}$  hosszú  $0,2 \text{ kg}$  tömegű fémrudat vízszintes helyzetben felfüggesztünk súlytalanak tekinthető,  $0,5 \text{ m}$  hosszú fémhuzalokkal. A rúdon  $2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ -ig  $300 \text{ A}$  erősségű áram folyik.

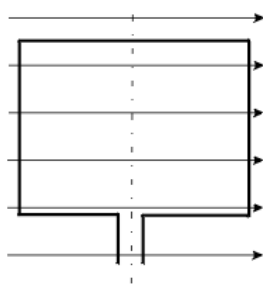
- a) Mekkora lesz a rúd legnagyobb sebessége? ( **$1,35 \text{ m/s}$** )  
 b) Milyen magasra lendül fel? ( **$9,3 \text{ cm}$** )

30.



$B=0,02 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses térben, súrlódásmentesen elforduló tengelyhez rögzített  $l=40 \text{ cm}$  oldalhosszúságú, négyzet alakú vezetőkeretet helyeztünk el. A keret tengelye merőleges az indukcióvonalakra. A tengelyre szerelt  $r=5 \text{ mm}$  sugarú korongra csévéltek fonal végére  $m=70,15 \text{ kg}$  tömegű testet erősítünk. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )  
 Milyen helyzetben lehet a keret egyensúlyban, ha rajta  $4 \text{ A}$  erősségű áramot vezetünk át?

31.



$2 \text{ mm}^2$  keresztmetszetű rézhuzalból  $20 \text{ cm}$  oldalhosszúságú négyzet alakú vezetőkeretet készítünk. A keretbe áramot vezetünk, és a keret síkjával párhuzamos  $0,04 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú, homogén mágneses térbe helyezük, az ábra szerint. Ekkor a keretre  $3,2 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}$  forgatónyomaték hat. A réz fajlagos ellenállása  $0,017 \text{ ohm} \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ .

- a) Mekkora a keretben folyó áram erőssége? ( **$2 \text{ A}$** )  
 b) Mekkora az elektromos térerősség a huzal belsejében? ( **$0,017 \text{ V/m}$** )

### A mágneses mező hatása mozgó töltött részecskére

32.

Egy elektron és egy proton ugyanabban a homogén mágneses mezőben azonos nagyságú és irányú kezdősebességgel kezd meg mozgását, indukcióra merőleges irányban. Mekkora a két részecske pályasugarainak aránya? Hány fordulatot tesz meg az elektron, amíg a proton egyszer körbefut?

33.

Egy proton az időben állandó,  $0,08 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses mezőben  $60 \text{ cm}$  sugarú körpályán kering. Tömege  $1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ , töltése  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

- a) Mekkora a mozgási energiája? ( **$1,77 \cdot 10^{-14} \text{ J}$** )  
 b) Ha a részecskét változatlan sebességgel kivezetjük a mágneses mezőből, mekkora térerősségű homogén elektromos mező képes  $1 \text{ ms}$  alatt megállítani? ( **$48 \text{ V/m}$** )

34.

Időben állandó,  $0,02 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses mezőbe lövünk be  $800 \text{ V}$

feszültséggel felgyorsított elektronokat. Az elektronok sebességének iránya merőleges az indukcióvektor irányára.

- Mennyi idő alatt térül el az elektronok sebességének iránya  $30^\circ$ -kal? ( **$1,46 \cdot 10^{-10}$  s**)
- Mekkora erősségű elektromos mezővel lehetne elérni, hogy a belőtt elektronok a két mező együttes hatására irányváltozás nélkül haladjanak? ( **$3,35 \cdot 10^5$  V/m**)

Az elektron töltése  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C, tömege  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.

35.

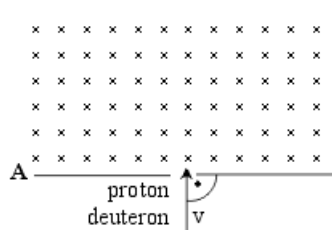
Egy síklemez mögött, vele párhuzamos  $0,5$  Vs/m<sup>2</sup> indukciójú homogén mágneses mező van. A lemez kis nyílásán keresztül hidrogén és deutérium ionokat lövünk be a lemez síkjára merőleges  $10^7$  m/s sebességgel.

- A belépő nyílástól milyen távolságokban csapódnak be a lemezre a részecskék? ( **$0,42$  m;  $0,84$  m**)

- Mennyi ideig mozognak a részecskék a mágneses mezőben? ( **$66$  ns,  $130$  ns**)

$e=1,6 \cdot 10^{-19}$  kg, a deutérium tömege  $3,34 \cdot 10^{-27}$  kg, a hidrogén ion tömege  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.

36.



Protonokból és deuteronokból összetett nyalábot az A ernyő felett lévő homogén mágneses mezőbe engedünk a mágneses indukcióvektorra merőlegesen, az ábra szerint. A kezdetben elhanyagolható mozgási energiájú részecskéket  $1$  kV feszültség gyorsította; a mágneses indukcióvektor nagysága  $1$  Vs/m<sup>2</sup>.

- Mekkora lesz a kétféle részecske becsapódási helyének egymástól mért távolsága az A felfogó ernyőn? ( **$3,8$  mm**)

- Mennyi ideig tartózkodik a deuteron a mágneses térben?

( **$6,7 \cdot 10^{-8}$  s**)

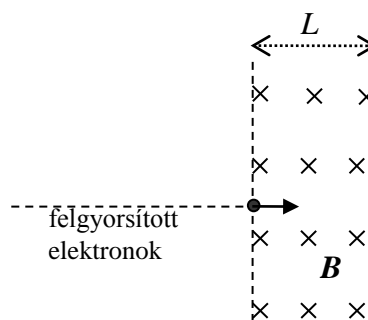
A deuteron töltése a protonéval azonos ( $1,6 \cdot 10^{-19}$  C), tömege a proton tömegének kétszerese,  $2 \cdot 1,7 \cdot 10^{-27}$  kg.

37.

Egy katódsugárcsőben elhanyagolható kezdősebességgel induló elektronokat gyorsítunk  $U = 500$  V feszültségen, majd haladási irányukra merőleges irányú,  $B = 7,54$  mT mágneses indukciójú,  $L = 0,5$  cm szélességű homogén mágneses mezőbe vezetjük őket.

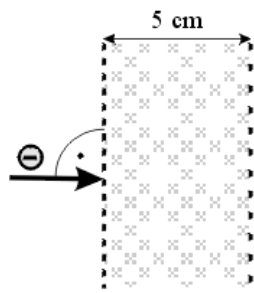
- Határozzuk meg, hogy mekkora sebességre gyorsulnak fel az elektronok!
- Mekkora sugarú körpályán mozognak a mágneses térben a részecskék?
- Az eredeti haladási irányukhoz képest mekkora szöggel térülnek el az elektronok a mágneses téren való áthaladás következtében?

(Az elektron tömege  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, töltésének nagysága  $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C.)



38.

Elhanyagolható kezdősebességű elektron elektromos mezőn való felgyorsítás után



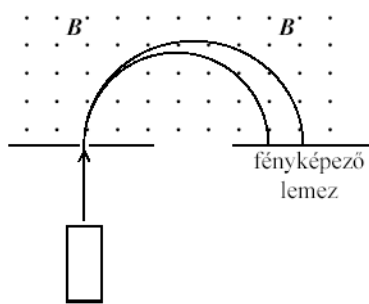
merőlegesen lép be az ábrán látható, 5 cm szélességű,  $0,001 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses mezőbe, amely az elektront eredeti irányától  $30^\circ$ -os szögben téríti el.

- a) Mekkora elektromos feszültség hatására gyorsult fel az elektron? **(879 V)**
- b) Mennyi idő alatt halad át az elektron a mágneses mezőn? **( $2,98 \cdot 10^{-9} \text{ s}$ )**
- c) Mekkora lesz az elektron de Broglie-hullámhossza a mágneses mezőn való áthaladás után? **( $4,14 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ )**

Az elemi töltés:  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ; az elektron tömege:

$9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ; és a Planck-állandó:  $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

39.

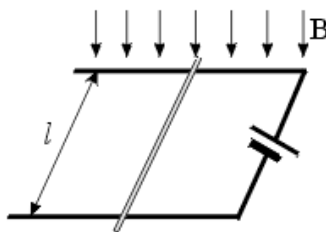


Egy tömegspektrométer ionforrásából elhanyagolható kezdősebességű, egyszeresen ionizált 6-os illetve 7-es tömegszámú lítium ionok lépnek ki. Ezek  $900 \text{ V}$  egyenfeszültség hatására felgyorsulnak, majd homogén mágneses térbe kerülnek, ahol a  $B$  mágneses indukcióvektor nagysága  $0,04 \text{ Vs/m}^2$ , iránya az ionok sebességére merőleges. Az ionok a mágneses térben egy-egy félkört megtéve két különböző helyen hagynak nyomot a fényképező lemezen.

- a) Mekkora a 6-os tömegszámú és mekkora a 7-es tömegszámú ionok sebessége a felgyorsítás végén? ( $1,7 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ ;  $1,57 \cdot 10^5 \text{ m/s}$ )
  - b) Mekkora ezen ionok centripetális gyorsulása? ( $1,09 \cdot 10^{11} \text{ m/s}^2$ ;  $8,66 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$ )
  - c) Mennyi időt töltenek a mágneses térben? ( $4,89 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ ;  $5,76 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ )
  - d) Mekkora a nyomok közti távolság a fényképező lemezen? ( $42,5 \text{ mm}$ )
- 1 atomi tömegegység  $1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ; az elemi töltés nagysága  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

**Mozgási indukció**

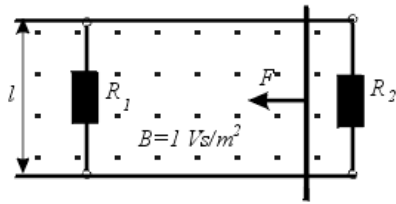
40.



Vízszintes síkban  $l=0,6 \text{ m}$  távolságban két fémsín fekszik, melyeket az egyik végén  $12 \text{ V}$  elektromotoros erejű,  $4 \text{ ohm}$  belső ellenállású telep kapcsol össze. Függőleges irányban  $B=0,8 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú mágneses tér van. A sínekre  $m=288 \text{ g}$  tömegű fémrúdot fektetünk. A súrlódás elhanyagolható. A rúdot elengedjük.

- a) Mekkora gyorsulással indul el a rúd? **( $5 \text{ m/s}^2$ )**
- b) Mekkora az a legnagyobb sebesség, amelyre a rúd felgyorsulhat? **( $25 \text{ m/s}$ )**

41.

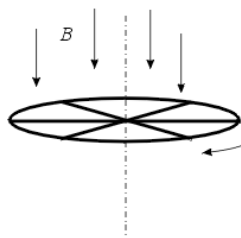


Vízszintes síkban fekvő, egymástól  $l = 50 \text{ cm}$  távolságban levő elhanyagolható ellenállású vezető sín végeit egyik oldalon  $R_1=5 \text{ W}$  a másik oldalon  $R_2=2,5 \text{ W}$  ellenállás köti össze. A sínekre merőlegesen ráfektetett  $4 \text{ N}$  súlyú, elhanyagolható ellenállású rézrudat a rúdra merőleges, vízszintes hatásvonalú  $F=1 \text{ N}$  állandó erővel húzzuk. A rúd függőleges irányú  $1 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú

homogén mágneses térben mozog. A rúd és sín közötti súrlódási együttható  $0,1$ .

- a) Mekkora gyorsulással indul nyugalmi állapotából a rézrúd? ( **$1,5 \text{ m/s}^2$** )  
 b) Mekkora sebességre gyorsul fel a rézrúd? ( **$0,4 \text{ m/s}$** )

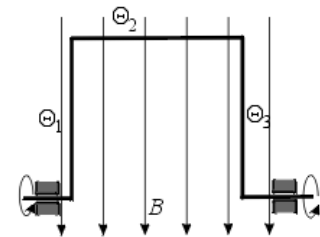
42.



Egy  $0,4 \text{ Vs/m}^2$  erősségű, függőlegesen lefelé mutató homogén mágneses térben egy függőleges tengelyű, fémből készült küllős kereket forgatunk  $50 \text{ 1/s}$  állandó fordulatszámmal. A kerék átmérője  $60 \text{ cm}$ .

Mekkora a kerék kerülete és tengelye között létrejövő elektromos feszültség? ( **$5,65 \text{ V}$** )

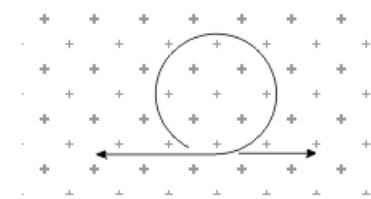
43.



Az ábra szerinti vezetőkeret oldalai  $0,2 \text{ m}$  hosszú, homogén anyageloszlású, állandó keresztmetszetű, azonos tömegű fémrudak. A keret vízszintes tengely körül foroghat a függőleges irányú,  $0,2 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses mezőben. A keretet legfelső helyzetében magára hagyjuk, s az közelítőleg zérus kezdeti szögsebességgel a forgástengely körül lebillen. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- a) A keret milyen helyzeteiben lesz az indukált feszültség zérus?  $\Theta_1=(m \cdot l^2)/3$ ,  $\Theta_2=m \cdot l^2$ . (**kiindulási és a vízszintes**)  
 b) Mekkora az indukált feszültség maximális értéke? ( **$0,124 \text{ V}$** )

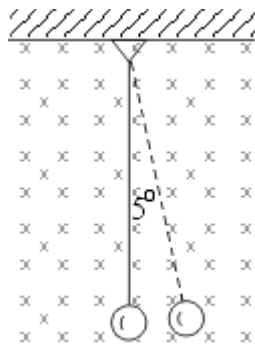
44.



Az ábra szerinti elrendezésben a  $B=6,28 \cdot 10^{-2} \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses térben egy  $16 \text{ cm}$  sugarú kör alakú vezető hurok van. A hurok végeit úgy húzzuk ellentétes irányba, hogy a hurok területe  $0,1 \text{ s}$  alatt egyenletesen a felére csökken. A húzás közben a hurok síkja merőleges  $B$  irányára.

Határozzuk meg a vezető két vége közötti feszültséget, és ábrázoljuk az idő függvényében a  $0$  és  $0,1$  másodperces időközben! ( **$25,2 \text{ mV}$ , időben állandó**)

45.



Az 1m hosszú, vékony fémszállal készített matematikai inga  $5^\circ$ -os maximális kitérési szöggel leng a  $0,4 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú mágneses mezőben, az indukcióvonalakra merőleges síkban.

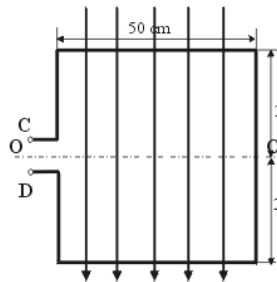
a) Mekkora az inga két vége között indukált feszültség legnagyobb értéke? **(0,055 V)**

b) Ábrázolja az indukált feszültséget az idő függvényében, a függőleges helyzeten való áthaladásától kezdődően!  
**( $u = 0,055 \cdot \cos(3,14t)$ )**

A mágneses mezőnek az inga mozgására gyakorolt hatásától eltekinthetünk,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

### Váltakozó feszültség

46.



Egy négyzet alakú, elhanyagolható ellenállású fémhuzalból készült keretet az ábrának megfelelően az  $OO'$  tengely körül  $50 \text{ 1/s}$  fordulatszámmal forgatunk A tengely merőleges a  $0,8 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses térre.

a) Írjuk fel és ábrázoljuk a CD pontok közt fellépő feszültség időfüggését! **( $u = 63 \cdot \sin(314t)$ )**

Az a) pontban kapott feszültséget egy  $15 \text{ W}$  nagyságú tiszta ohmos ellenállásra kapcsoljuk.

b) Írjuk fel az áram időfüggését!

**( $i = 4,2 \cdot \sin(314t)$ )**

c) Mekkora az áram és a feszültség effektív értéke? **(3 A, 44 V)**

d) Írjuk fel az ellenállás által fogyasztott teljesítmény időfüggését! Ábrázoljuk!

**( $p = 264 \cdot \sin^2(314t)$ )**

e) Mennyi a hatásos teljesítmény? **( $P_{\text{eff}} = 132 \text{ W}$ )**

47.

A  $0,2 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú homogén mágneses mezőben a függőleges irányú indukcióvonalakra merőlegesen, elhanyagolható ellenállású vezető síneket helyeztek el. A sínek vízszintes síkban fekszenek, egymással párhuzamosak, távolságuk  $25 \text{ cm}$ , és az egyik végüket  $2,5 \text{ ohmos}$  ellenállás köti össze. Egy elhanyagolható ellenállású vezető rudat fektetnek a sínekre merőlegesen. A rúd  $20 \text{ cm}$  amplitúdójú és  $0,4 \text{ 1/s}$  frekvenciájú harmonikus rezgéseket végez.

a) Mekkora az áramerősség maximális értéke? **(0,01 A)**

b) Mennyi az ellenálláson egy óra alatt végzett elektromos munka? **(0,45 J)**

48.

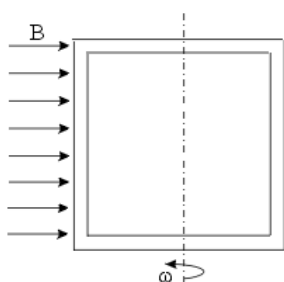
Ha egy rövidre zárt tekercset forgatunk mágneses mezőben, akkor a teker melegszik. Vég-eredményben honnan származik a tekercs belső energiájának növekedése?

A) A Lorentz-erő munkájából

B) Az elektromos mező munkájából

C) A forgatás közben végzett munkából

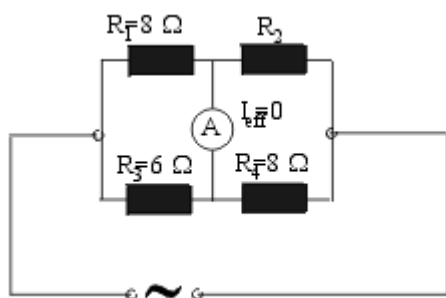
49.



Homogén mágneses térben, az indukcióvonalakra merőleges tengely körül egyenletesen forgatunk egy alumíniumból készült négyzet alakú zárt vezető keretet. A vezető keresztmetszete  $0,5 \text{ mm}^2$ , fajlagos ellenállása  $0,024 \text{ ohm}\cdot\text{mm}^2/\text{m}$ , a négyzet oldala  $0,2 \text{ m}$ , a forgás szögsebessége  $31,4 \text{ 1/s}$ . A mágneses indukció  $0,1 \text{ Vs/m}^2$ .

- a) Adjuk meg a keretben folyó áram maximális értékét!  
 b) Mekkora keret forgatásához szükséges átlagos teljesítmény?

50.



Az ábrán látható, tiszta ohmos ellenállásokból álló kapcsolásban három ellenállásérték ismert. Azt tapasztaljuk, hogy a bekötött árammérő műszer nem jelez. Az  $R_1$  ellenálláson átfolyó áram időfüggése adott:  $I_1(t)=4\cdot\sin(314\cdot t) \text{ A}$ .

- a) Írjuk fel rendre az  $R_2$ ,  $R_3$ , és  $R_4$  ellenállásokon átfolyó áramok időfüggését!

(  $I_2(t)=4\cdot\sin(314\cdot t) \text{ A}$ ,  $I_3(t)=I_4(t)=6\cdot\sin(314\cdot t) \text{ A}$  )

- b) Írjuk fel, és ábrázoljuk az egész kapcsolás által felvett teljesítmény időfüggését!

(  $P(t)=600 \sin^2(314\cdot t) \text{ W}$  )

- c) Mekkora a teljesítmény átlagértéke? (  $300 \text{ W}$  )

## Versenyfeladatok

51.

Két,  $0,8 \text{ m}$  hosszú, elhanyagolható tömegű függőleges vezetőken  $0,4 \text{ m}$  hosszú  $0,01 \text{ kg}$  tömegű vezető rúd függ vízszintes helyzetben. A függőleges, homogén mágneses térben az indukcióvektor nagysága  $0,1 \text{ Vs/m}^2$ . A vezetőket tekintsük merevnek,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora gyorsulással kezdi a rúd a mozgást, ha a rúdban  $10 \text{ A}$  erősségű áramot vezetünk át?  
 b) Mekkora a rúd legnagyobb sebessége, ha a az áramerősséget változatlan értéken tartjuk?

52.

Egy elektron légüres térben,  $0,2 \text{ Vs/m}^2$  ( $0,2 \text{ Tesla}$ ) indukciójú, homogén mágneses mező egy pontjában az indukcióvektor irányával  $60^\circ$ -os szöget bezáró,  $5\cdot 10^6 \text{ m/s}$  nagyságú sebességgel rendelkezik. Az elektron töltése  $e=1,6\cdot 10^{-19} \text{ C}$ , tömege  $m_e=9,1\cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

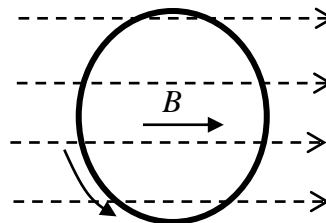
- a) Mekkora az elektron gyorsulása az adott pontban? (  $1,5\cdot 10^{17} \text{ m/s}^2$  )

Az elektron legközelebb  $T$  idő múlva halad át az ezen a ponton átmenő indukcióvonalon.

- b) Milyen mesze lesz az adott ponttól  $T/2$  idő múlva? (  $0,33 \text{ mm}$  )

53.

Egy vékony, elektromosan töltött gyűrű forog a középpontján átmenő, síkjára merőleges forgástengely körül. A gyűrű perdülete (impulzusmomentuma)  $N = 7,5\cdot 10^{-4} \text{ kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ . A gyűrű  $B = 0,1 \text{ T}$  indukciójú homogén mágneses mezőben van, melynek indukcióvonalai párhuzamosak a gyűrű síkjával. Határozzuk meg a mágneses mező által a gyűrűre kifejtett forgatónyomatékokat! Ha a gyűrű töltését  $Q$ , tömegét pedig  $m$  jelöli, akkor a gyűrű fajlagos töltése:  $Q/m = 10^{-5} \text{ C/kg}$ .



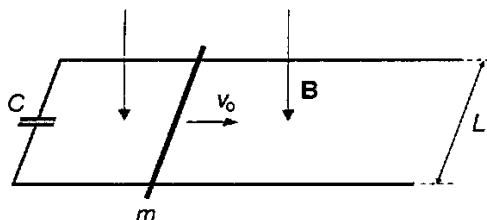
54.

Egy fémhenger  $\omega$  szögsebességgel forog a szimmetriatengelye körül. A henger tengelyirányú,  $B$  indukciójú homogén mágneses mezőben van.

a) Határozzuk meg a töltéssűrűséget a henger belsejében!

b) Milyen szögsebességnél lesz zérus a töltéssűrűség?

55.



Két párhuzamos, egymástól  $L$  távolságra futó vízszintes fémsín egyik végét egy  $C$  kapacitású, kezdetben töltetlen kondenzátorral zárjuk le. A sínpár időben állandó, függőleges irányú,  $B$  indukciójú homogén mágneses mezőben van. A sínpárra merőlegesen egy  $R$  ellenállású,  $m$  tömegű vezető rudat fektetünk, amit  $v_0$

sebességgel meglökünk. Mekkora sebességre lassul le a rúd, ha a sín elegendően hosszú, és a mágneses tér is kellően kiterjedt?

(A sín elektromos ellenállása, a súrlódás és az önindukciós hatások elhanyagolhatóak.)

## 21. Elektromágneses indukció, transzformátor

1.

Milyen alapvető módokon lehet

- elektromos mezőt,
- mágneses mezőt kelteni?

### Alapjelenség

2.

Mekkora elektromotoros erő indukálódik egy 40 menetű,  $60 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű tekercsben, ha olyan homogén mágneses mezőben van, amelynek indukciója a tekercs tengelyével párhuzamos, és  $0,12 \text{ T}$  nagyságúról  $0,2 \text{ s}$  alatt egyenletesen nullára csökken?

3.

Egy vasmagban a fluxus egyenletesen változik, másodpercenként  $2 \text{ Vs}$ -mal növekszik. A vasmagot négyzet alakú zárt vezetőkeret veszi körül. A négyzet minden oldala  $0,1 \text{ ohm}$  ellenállású.

- Milyen erős áram folyik a vezetőben? (**5 A**)
- Mennyi idő alatt fejlődik a vezetőben  $5 \text{ J}$  hő? (**0,5 s**)

4.

Egy  $5 \text{ cm}$  átmérőjű,  $4 \text{ ohm}$  ellenállású  $2000$  menetes, rövidre zárt tekercsben a tengelyirányú mágneses indukcióvektor nagysága  $0,08 \text{ Vs/m}^2$  értékről  $2 \text{ s}$  alatt egyenletesen nullára csökkent.

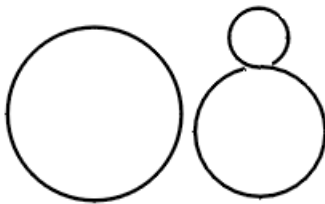
- Ábrázolja a tekercsben folyó áramerősségét az idő függvényében! (**39 mA** állandó)
- Mennyi hőt ad le a tekercs, ha közben a hőmérséklete állandó? (**12,2 mJ**)

5.

Egy  $2000$  menetes,  $10 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű tekercs ohmos ellenállása  $20 \text{ ohm}$ . A tekercs végeit rövidre zárjuk, majd a tekercset  $0,02 \text{ Vs/m}^2$  indukciójú, a tekercs tengelyével párhuzamos irányú, homogén mágneses térbe helyezzük.

- Mennyi töltés áramlik át a eközben a rövidzáron? (**2 mC**)
- Mennyi töltés áramlik át a rövidzáron, ha behelyezett tekercset változatlanul hagyva a mágneses indukcióvektor irányát ellentétesre fordítjuk? (**4 mC**)

6.



Egy  $0,6 \text{ m}$  hosszú és  $0,1 \text{ ohm}$  ellenállású szigetelt vezetékből először egy zárt kört, másodszor pedig olyan nyolcas alakú síkbeli zárt hurkot hajlítunk, amely hurok két,  $1:3$  sugárarányú kört alkot.

A körvezető a síkjára merőleges irányú homogén mágneses térben van.

- Mennyi töltés áramlik át a vezeték valamely keresztmetszetén ezalatt, míg a mágneses indukciót a kezdeti  $0,314 \text{ N/Am}$  értékről egyenletesen a kétszeresére növeljük? (**90 mC**)
- Ha a fenti kísérletet a nyolcas alakú vezetővel végezzük el, akkor mennyi lesz a keresztmetszeten átáramló töltésmennyiség? (**45 mC**)

### Kölcsönös indukció

7.

Egy  $1200$  menetes,  $10 \text{ cm}^2$  keresztmetszetű,  $60 \text{ cm}$  hosszú, egyenes tekercsben az áramot  $0,3$  másodpercen keresztül egyenletesen növeljük  $0$ -ról  $15 \text{ A}$ -re. Mekkora elektromotoros erő indukálódik abban a  $100$  menetes tekercsben, amely teljesen körülveszi az  $1200$  menetes tekercset?

(A vákuum permeabilitása:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/Am}$ , a külső-, és belső tekercs keresztmetszete közötti különbség elhanyagolható.)



8.

Egy 1600 menetes, 50 cm hosszú 10 cm<sup>2</sup> keresztmetszetű egyenes tekercsben az áramot 0,5 s alatt egyenletesen 0-ról 42 A-re növeljük. Mekkora elektromotoros erő indukálódik abban a 60 menetes tekercsben, amely teljesen körülveszi az 1600 menetes tekercset? (A vákuum permeabilitása  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Vs/Am, a külső-, és belső tekercs keresztmetszete közötti különbség elhanyagolható.)

9.

Az 1 m hosszú, 10 cm átmérőjű, 30000 menetes légmagos tekercsre egy másik, 50000 menetes tekercset csévélünk. A külső tekercsben kezdetben 0,5 A erősségű áram folyik. Ezután az áramot egyenletesen 0-ra csökkentjük, és eközben a belső tekercs két vége közt 4 V feszültséget mérünk. A két tekercs egyforma hosszú.

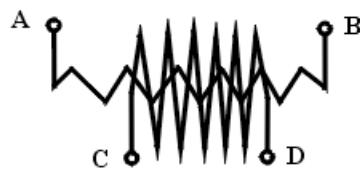
Mennyi idő alatt ment végbe az áram lecsökkenése? (1,85 s)

10.

Egy 2000 menetszámú 20 cm hosszú tekercs belsejében egy másik, vele azonos tengelyű, 400 menetszámú 5 cm<sup>2</sup> keresztmetszetű tekercs van. A külső tekercsben 10 A erősségű áram folyik. A tekercsek belsejét levegő tölti ki.

Mekkora feszültség indukálódik a belső tekercs végpontjai között, ha a külső tekercs áramát 0,1 s alatt egyenletesen zérusra csökkentjük? (1,25 V)

11.



Az  $N_1=1000$  menetszámú, 20 cm hosszú, 16 cm<sup>2</sup> keresztmetszetű primer tekercs AB kapcsaira a  $t=0$  időpontban  $U_1=100$  V állandó feszültséget kapcsolunk. Erre a tekercsre egy másik,  $N_2=250$  menetszámú szekunder tekercset is elhelyezünk, amelynek kivezető kapcsait az ábrán CD-vel jelöltük. ( $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7}$  Vs/Am.)

a) Írjuk fel és rajzoljuk meg a primer tekercsben folyó áram időfüggését a  $t=0$ ,  $t=10^{-3}$  s időtartományban! ( $i = 10000t$ )

b) Határozzuk meg feszültséget a CD kapocspáron! (25 V)

c) Határozzuk meg az áramforrás által a  $t=0$ ,  $t=10^{-3}$  s időintervallumban leadott energiát! (0,5 J)

Mindenféle ohmos ellenállástól tekintsünk el!

### Önindukció

12.

Egy 25 cm hosszú, 50 cm<sup>2</sup> keresztmetszetű, 100 menetes tekercsen átfolyó áram 0,1 s alatt egyenletesen 0-ról 10 A erősségűre nő. A tekercs ohmos ellenállása elhanyagolható.

a) Mekkora a feszültség a tekercsen? (2,51 V)

b) Írjuk fel és ábrázoljuk a teljesítményt az idő függvényében az adott intervallumban!

( $P = 25t$ )

c) Mennyi a tekercs által ezen idő alatt felvett energia? (1,25 J)

13.

Egy 2 H önindukciós együtthatójú, 2 ohm ellenállású tekercset 50 V belső feszültségű, elhanyagolható belső ellenállású telepre kapcsoljuk.

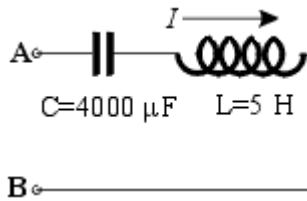
a) Mennyi a meginduló áram változási gyorsasága?

b) Mekkora a bekapcsolás pillanatában az önindukciós elektromotoros erő?

14.

Mekkora energia árán épül fel annak a tekercsnek a mágneses mezője, amelynek hossza 75 cm, keresztmetszetének területe 120 cm<sup>2</sup>, menetszáma 3600, és 6 A erősségű áram folyik benne?

15.



Töltetlen kondenzátort egy induktivitáson keresztül töltünk fel. Tegyük fel, hogy a töltőáram állandó:  $I = 2 \cdot 10^{-2}$  A.

a) Határozzuk meg az A és B pontok közti feszültség időfüggését! ( $u = 0,5t$ )

Tegyük fel, hogy a töltőáram arányosan nő úgy, hogy nulláról indulva érétke eléri a 2 mA-t, majd ennek

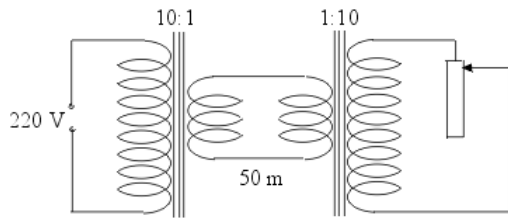
megfelelően nő tovább.

b) Határozzuk meg ebben az esetben is az A és B pontok közti feszültség időfüggését! ( $u = 0,01 + 0,25t^2$ )

c) Mindkét esetben ábrázoljuk az A és B közti feszültséget, mint az idő függvényét a 0 - 0,2 s időintervallumban!

### Transzformátor

16.



A 220 V-os váltóáramú csatlakozóhoz a változtatható ellenállású villamos melegítő 50 m hosszú vezetékpárral kapcsoljuk hozzá. Érintésvédelmi okokból két transzformátort használunk. Az első 10:1 arányban le, a második 1:10 arányban feltranszformál. A rézvezeték fajlagos ellenállása 0,017 ohm.

mm<sup>2</sup>/m. A transzformátorok veszteségmentesek.

a) Mekkora az összekötő vezeték átmérője, ha 1 kW hasznos teljesítmény esetében a fogyasztó feszültsége 200 V? (**7,36 mm**)

b) Mekkora a teljesítményvesztés a vezetékben? (**100 W**)

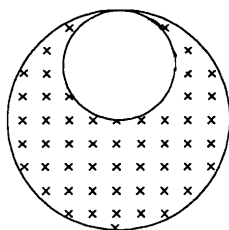
c) Mekkora a fogyasztó feszültsége, ha a hasznos teljesítmény 0,5 kW? (**201,5 V, v. 9,5 V**)

### Versenyfeladatok

17.

Igen hosszú, egyenes tekercs menetsűrűsége 12 menet / cm, keresztmetszete 20 cm<sup>2</sup>. A tekercs kör keresztmetszetű. Mekkora a gyorsulása annak az elektronnak, amelyik a tekercs tengelyétől 6 cm-re tartózkodik, ha a tekercsben folyó áram változási gyorsasága 12 A/s?

18.



Egy  $R = 10$  cm sugarú, hosszú henger belsejében egy vele párhuzamos tengelyű,  $R/2$  sugarú kisebb henger helyezkedik el, ami belülről érinti a nagyobb hengert. A kisebbik hengerben nincs mágneses mező, a nagyobbik henger maradék részében viszont időben egyenletesen változó, homogén eloszlású mágneses mező van. Az indukció változási gyorsasága  $\Delta B / \Delta t = 80$  V/m<sup>2</sup>. A mágneses indukció párhuzamos a henger tengelyével. Határozzuk meg az indukált elektromos mező

térerősségét a kisebbik henger belsejében!

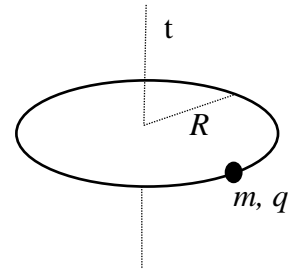
19.

Egy  $m$  tömegű,  $q$  töltésű kicsiny gyöngyöt  $R$  sugarú, szigetelő anyagból készült, vízszintes síkú, vékony karikára fűzünk. A körpályán a gyöngy súrlódás nélkül mozoghat, és kezdetben nyugalomba van. Ezután olyan (a  $t$  tengelyre) hengersizmetrikus mágneses mezőt hozunk létre, amelyben a mágneses indukció pályasíkra merőleges komponense csak a középponttól mért  $r$  távolságtól és a  $t$  időtől függ

$$B(r, t) = E_0 \frac{t}{r},$$

ahol  $E_0$  adott konstans. (Az  $r = 0$  elhanyagolható kiterjedésű környezetében az indukció valamilyen véges érték.)

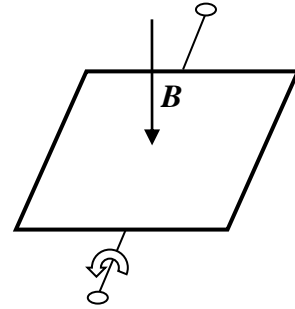
- Határozzuk meg a gyöngy sebesség - idő függvényét!
- Hogyan alakul a gyöngy és a pálya között ható nyomóerő sugárirányú komponense az idő függvényében?



20.

Egy téglalap alakú, homogén tömegeloszlású, elhanyagolható ellenállású vezetőkeret egyik szimmetriatengelye körül foroghat. A keret homogén, síkjára merőleges,  $B$  indukciójú, időben állandó mágneses mezőben nyugszik, és benne nem folyik áram. A keret egyik oldalát meglökjük és a keret forogni kezd. A keret területe  $A$ , önindukciós tényezője  $L$ . A tengely súrlódása elhanyagolható.

- Hogyan változik a keretben folyó áram erőssége az elfordulás szögének függvényében?
- Határozza meg, hogy a keret mely helyzetében maximális a mágneses mezőnek a keretre ható forgatónyomatéka?



## 22. RLC- kör, rezgőkör

### Alapfeladatok

#### RLC-kör

1.

110 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózatra sorba kapcsolunk 50 ohm ohmos ellenállást, egy 100  $\mu\text{F}$ -os kondenzátort, és egy 0,5 H önindukciójú elhanyagolható ohmos ellenállású tekercset.

- Mekkora a kör impedanciája?
- Mekkora áram folyik a körben?
- Mekkora az egyes elemeken mérhető feszültség?
- Mekkora az áram és a feszültség közötti fáziskülönbség?
- Mekkora az áramkör teljesítmény-felvétele?

**( $Z=134,7$  ohm,  $I=0,82$  A,  $U_R= 41$  V,  $U_L= 128,7$  V,  $U_C= 26,1$  V,  $\varphi=68,3^\circ$ ,  $P=33,3$  W)**

2.

Sorosan kapcsolunk egy elhanyagolható ohmikus ellenállású, 0,5 H önindukciójú tekercset 50 ohmos ohmikus ellenállással, majd rákapcsoljuk a 220 V-os effektív feszültségű, 50 Hz frekvenciájú váltakozó feszültségű hálózatra.

- Mekkora a kör ellenállása (impedanciája)?
- Mekkora áram folyik a körben?
- Mekkora az ohmikus ellenálláson és a tekercsen mérhető feszültség?
- Mekkora az áram és a feszültség közötti fáziskülönbség?
- Mekkora az áramkör teljesítmény-felvétele?

**( $Z=165$  ohm,  $I=1,33$  A,  $U_R = 66,5$  V,  $U_L= 209$  V,  $\varphi=72,3^\circ$ ,  $P=89$  W)**

3.

Sorosan kapcsolunk egy 100  $\mu\text{F}$  kapacitású kondenzátort egy 50 ohmos ohmikus ellenállással, majd rákapcsoljuk a 220 V-os effektív feszültségű, 50 Hz frekvenciájú váltakozó feszültségű hálózatra.

- Mekkora a kör impedanciája?
- Mekkora áram folyik a körben?
- Mekkora az ohmikus ellenálláson és a kondenzátoron mérhető feszültség?
- Mekkora az áram és a feszültség közötti fáziskülönbség?
- Mekkora az áramkör teljesítmény-felvétele?

**( $Z=59,3$  ohm,  $I=3,7$  A,  $U_R= 185$  V,  $U_C= 117,7$  V,  $\varphi=32^\circ$ ,  $P=688$  W)**

4.

Egy mosógép motorja 220 V-os, 50 Hz-es hálózatról üzemel. A motor mechanikai teljesítménye 200 W, áramfelvétele 1,6 A. Mekkora a motor teljesítménytényezője és a fáziseltolódás szöge, ha a motor hatásfoka 80 %? ( $\Phi = 44,75^\circ$ )

5.

Egy soros RC körben 220 V-os, 50 Hz-es váltakozó feszültség hatására 5 A az effektív áramerősség. A hatásos teljesítmény pedig 500 W. Mekkora R és C értéke?

**( $R=20$  ohm,  $C= 81$   $\mu\text{F}$ )**

6.

Egymással sorba kapcsolt ohmos ellenállás és  $9,55 \times 10^{-3}$  H önindukciós együttthatójú tekercs szabad végeit 20 V effektív feszültségű és 50 Hz frekvenciájú generátorra kötjük. Az effektív teljesítmény 64 W.

- Mekkora az ohmos ellenállás? **(2,25 ohm, vagy 4 ohm)**
- Mekkora az effektív áramerősség? **(5,33 A, vagy 4 A)**

7.

10  $\mu\text{F}$ -os kondenzátort és ohmos ellenállással rendelkező 0,5 H-s önindukciós tekercset sorba kapcsolunk 220 V-os 50 Hz rezgésszámú váltófeszültségre. Az áramerősség 1 A.

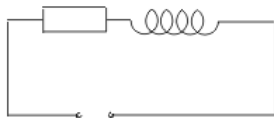
- a) Mennyi a tekercs ohmos ellenállása? **(154 ohm)**  
 b) Milyen fázisban az áramerősség a feszültséghez képest? **(45,6°)**

8.

Valamely tekercs egyenáramú ellenállása 25 ohm, 220 V hálózati feszültség (50 Hz) esetén az átfolyó áram erőssége 8 A. Mekkora a tekercs önindukciós tényezője?

**(L=0,42 H)**

9.



Az ohmos ellenállással sorbakapcsolt tekercset egy ismeretlen frekvenciájú, 120 V effektív feszültségű váltakozó áramú áramforrásra csatlakoztatjuk, az ábra szerint. A tekercs önindukciós együtthatója 0,25 H, az ohmos ellenállás 100 ohm, a felvett effektív teljesítmény 50 W.

- a) Mekkora a frekvencia?  
 b) Mekkora a fáziseltolódás szöge?

### Rezgőkör

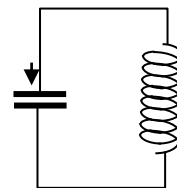
10.

Töltött kondenzátort kapcsolunk egy elhanyagolható ohmos ellenállású tekercsre ( $C=1 \mu\text{F}$ ,  $L = 0,01 \text{ H}$ ). Mekkora körfrekvenciájú váltakozó áram folyik a körben?

- A) 10 000 1/s      B) 1592 1/s      C) 10 1/s

11.

Hogyan változik meg az ábrán látható elektromágneses rezgőkör saját frekvenciája, ha a kondenzátor egyik lemezét az ábrán látható módon a másik felé közelítjük?



12.

Egy elektromágneses hullámokat keltő orvosi készüléket kívánunk működtetni 4,2 m és 4,8 m közötti hullámhossztartományban.

- a) Mekkora frekvencia-határok között működik a készülék? **(62,5 -71,4 MHz)**  
 b) Milyen határok között kell változtatni a kondenzátor kapacitását, ha a rezgőkör tekercsének indukciós együtthatója 1,5 mH. **(3,3-4,3 pF)**

### Haladó szintű feladatok

#### RLC-kör

13.

Írd fel és ábrázd grafikonon egy soros RLC kör impedanciájának körfrekvenciától való függését!

14.

220 V, 50 Hz hálózatra 2  $\mu\text{F}$  kapacitású kondenzátort kapcsolunk.

- a) Mekkora a hatásos teljesítmény? **(0 W)**  
 b) Írjuk fel és rajzoljuk meg az áramot és a feszültséget, mint az idő függvényét!  
**( $u = 311 \cdot \sin(314t)$ ,  $i = 0,195 \cdot \sin(314t + \pi/2)$ )**  
 c) Írjuk fel és rajzoljuk meg a pillanatnyi teljesítményt, mint az idő függvényét!  
**( $p = 30,3 \cdot \sin(628t)$ )**

Az ohmos ellenállás elhanyagolható.

15.

Egy ismeretlen ohmos és egy ismeretlen induktív ellenállást sorba kötve 220 V, 50 Hz hálózatra kapcsolunk. A felvett áramerősség 4,4 A, a hatásos teljesítmény 580 W.

- a) Mekkora az ohmos, illetve az induktív ellenállás értéke? ( **$R = 30 \text{ ohm}$ ,  $X_L = 40 \text{ ohm}$** )  
 b) Írjuk fel a feszültség és az áram időfüggését! ( **$u = 311 \cdot \sin(314t)$ ,  $i = 6,22 \cdot \sin(314t - 0,93)$** )  
 c) Írjuk fel a pillanatnyi teljesítményt, mint az idő függvényét!  
 ( **$p = 1939 \cdot \sin(314t) \cdot \sin(314t - 0,93)$** )

16.

Sorosan kapcsolunk egy kondenzátort és egy ohmos ellenállást a 220 V feszültségű 50 Hz frekvenciájú váltakozó áramú hálózatra. A körben 40 mA áram folyik, a hatásos teljesítmény 4,4 W.

- a) Mekkora a teljesítménytényező? ( **$\cos(\varphi) = 0,5$** )  
 b) Mekkora az ohmos ellenállás? (**2750 ohm**)  
 c) Mekkora a kondenzátor kapacitása? (**0,67  $\mu\text{F}$** )  
 d) Írja fel a feszültséget és az áramot, mint az idő függvényét!  
 ( **$u = 311 \cdot \sin(314t)$ ,  $i = 0,056 \cdot \sin(314t + \pi/3)$** )

17.

220 V-os 50 Hz frekvenciájú hálózati feszültségre sorosan kapcsolunk 50 ohm ohmikus ellenállást és egy 50  $\mu\text{F}$  kapacitású kondenzátort. Mekkora az áramerősség azokban a pillanatokban, amikor a kapocsfeszültség nulla?

( **$i = 3 \text{ A}$** )

18.

Ohmos ellenállással is rendelkező tekercset és egy 400 ohm ellenállású (tisztán ohmos) fogyasztót sorba kapcsolunk a 220 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózatra. Ekkora a tekercsen 150 V, a fogyasztón 130 V feszültség mérhető.

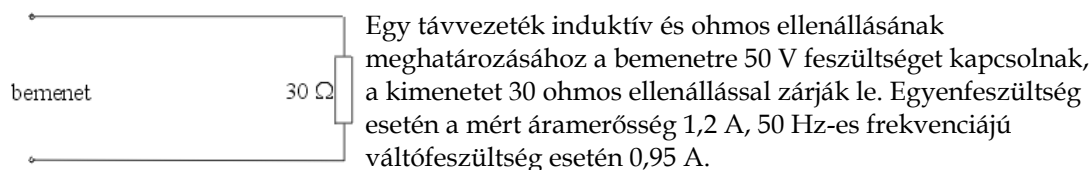
- a) Mekkora a tekercs ohmos ellenállása? (**106,5 ohm**)  
 b) Mekkora a tekercs önindukciós tényezője? (**1,429 H**)

19.

A 400 V effektív feszültségű, 50 1/s frekvenciájú áramforrásra sorosan kapcsolunk egy 220 ohmos ellenállást és egy 0,478 H önindukció együtthatójú tekercset.

- a) Mekkora az effektív teljesítmény?  
 b) Mekkora frekvencia esetén lesz az effektív teljesítmény fele az előbbinek?

20.



a) Mekkora a távvezeték ohmos ellenállása és önindukciós együtthatója? (**11,67 ohm, 0,1 H**)

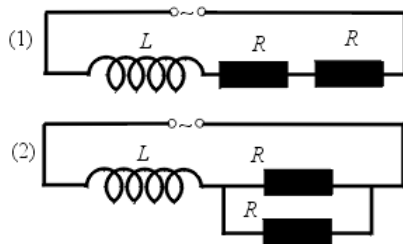
b) A váltóáramú mérés alkalmával mekkora a teljesítménytényező? (**0,7917**)

21.

Egy tekercs ohmos ellenállása 9 ohm. A 220 V, 50 Hz hálózatból felvett effektív teljesítmény 16 W.

- a) Mekkora a tekercs önindukciós együtthatója?  
 b) Mekkora kapacitású kondenzátor sorbakapcsolásával lehet az impedanciát 9 ohm-ra csökkenteni?

22.



Ugyanazon elemekből (ideális tekercsből és két egyforma ohmos ellenállásból) felépített két áramkörre 450 V effektív feszültségű, szinuszosan váltakozó feszültséget kapcsolunk.

Az (1) esetben a hatásos teljesítmény 3240 W, a (2) esetben 2025 W.

a) Mekkora az R ellenállás?

b) Mekkora az (1) áramkör teljesítménytényezője?

23.

Egy kondenzátort és egy ohmos ellenállást sorba kapcsoltunk a 220 V-os feszültségű, 50 Hz-es hálózatra. A körben folyó áram erőssége 0,5 A, a felvett teljesítmény 50 W.

a) Mekkora a kondenzátor kapacitása, és mekkora az ohmos ellenállás? (**8,1 μF, 200 ohm**)

b) Mekkora induktivitású tekercs sorba kapcsolása esetén marad a körben folyó áram effektív értéke ugyanakkora, mint amennyi eredetileg volt? (**2,5 H**)

24.

230 V effektív értékű, 50 Hz frekvenciával szinuszosan váltakozó feszültségű hálózatra sorosan kapcsoltak egy 200 ohm nagyságú ohmos ellenállást és egy 0,5 H induktivitású, elhanyagolható ohmos ellenállású tekercset.

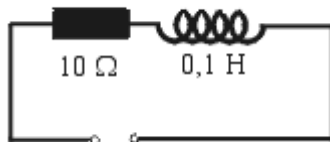
a) Mennyi a hálózat által leadott hatásos teljesítmény? (**163,6 W**)

b) Mekkora a teljesítménytényező? (**0,787**)

c) Mekkora kapacitású kondenzátor soros bekötése esetén lenne az áram effektív értéke ugyanakkora, mint a bekötés előtt volt? (**10,1 μF**)

d) Ez esetben mekkora lenne a teljesítménytényező? (**0,787**)

25.



Sorba kapcsoltunk egy 10 ohmos ellenállást egy 0,1 H önindukciójú tényezőjű tekercsel, amelynek ohmos ellenállása elhanyagolható.

Mekkora frekvenciájú váltakozó feszültséget kell az áramkörre kapcsolni, ha azt akarjuk, hogy az áramerősség annyi legyen, mint az azonos feszültségű egyenáram esetén létrejövő áramerősség fele? (**27,5 Hz**)

26.

Egy sorba kapcsolt ohmos ellenállásból, induktivitásból és kapacitásból álló kör a 220 V feszültségű 50 Hz frekvenciájú hálózatról 10 A erősségű áramot vesz fel.; az áram ekkor 45°-kal siet a feszültséghez képest. Ha a frekvenciát a 4-szeresére emeljük, az áram 45°-kal késik a feszültséghez képest.

a) Mekkora a hatásos teljesítmény az egyik, ill. a másik esetben, ha a feszültség mindkét esetben 220 V? (**1550 W, 1550 W**)

b) Mekkora R, L és C értéke? (**15,5 ohm, 17 mH, 150 μF**)

27.

Mekkora ohmikus ellenállást kössünk előtétként a sorosan kapcsolt 0,1 H önindukciójú tekercsünk és 20 μF-os kondenzátorunk elé, ha a generátorunk feszültsége 110 V, az áramkör feszültségi rezonancián áll és a kondenzátorra eső megengedett maximális effektív feszültség 75 V?

(**R=104 ohm**)

28.

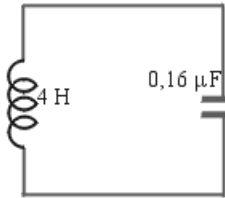
Van egy 12 V effektív értékű, szinuszosan változó feszültséget adó generátorunk, amelynek frekvenciáját változtatni tudjuk. A generátorra kapcsoltunk egy 55 μF kapacitású kondenzátort és egy vele sorba kötött tekercset. A frekvencia folyamatos változtatása során

a legnagyobb áramerősséget 62 Hz frekvenciánál mérjük.

- a) Mekkora a tekercs induktivitása? **(0,12 H)**  
 b) A tekercs ohmos ellenállása 15 ohm. Mennyi a generátoron átfolyó áram effektív értéke 50 Hz frekvencián? **(0,477 A)**

### Rezgőkör

29.

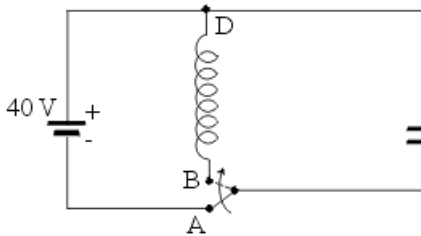


0,16 m F-os kondenzátorból és 4 H-s önindukciós tekercsből álló párhuzamos rezgőkörből álló párhuzamos rezgőkör kondenzátorát 100 V-ra töltjük, majd a rezgőkört magára hagyjuk.

- a) Írjuk fel a kondenzátor feszültségét mint az időfüggvényét!  
**( $100 \cdot \cos(1250t)$ )**  
 b) Mennyi idő múlva lesz a kondenzátor feszültsége először 50 V?  
**(0,837 ms)**  
 c) Hányad rész ez a periódusidőnek? (Az ohmos ellenállás elhanyagolható.) **(6-od része)**

elhanyagolható.) **(6-od része)**

30.



A kapcsoló A-állásában a 0,648 m F kapacitású kondenzátor 40 V feszültségű telepre van kapcsolva. Ezután a kapcsolót A-ról B-re kapcsoljuk át. A tekercs induktivitása 0,03 H.

- a) Mekkora a D pont feszültsége a B-hez képest az átkapcsolás után 0,0003 s múlva? **(-20 V)**  
 b) Ábrázoljuk a D pont feszültségét a B-hez képest az átkapcsolástól eltelt idő függvényében! **( $u = 40 \cdot \cos(2\pi t/0,0009)$ )**

**( $u = 40 \cdot \cos(2\pi t/0,0009)$ )**

### Versenyfeladatok

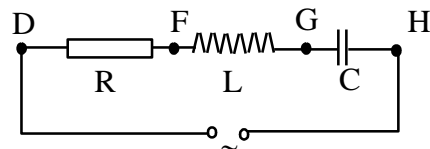
31.

Egy váltakozó áramú áramkör A és B pontja között egy ideális önindukciós tekercs és egy kondenzátor van sorosan kapcsolva. A tekercs kapcsai között 40 V effektív feszültség mérhető, a kondenzátor kapcsai között pedig 30 V. Mekkora effektív feszültség mérhető az A és B pont között?

- A) 70 V      B) 50 V      C) 10 V

32.

Az ábrán látható soros RLC körben az ohmos ellenállás  $R=100 \Omega$  nagyságú, az ideális tekercs önindukciós tényezője  $L=0,3185$  H, a kondenzátor kapacitása  $C=63,7 \mu\text{F}$ . A körre 220 V effektív feszültségű, 50 Hz frekvenciájú váltakozó feszültséget kapcsolunk.



- a) Mekkora áramerősség mérhető a körben?  
 b) Mekkora feszültség mérhető az ábra szerinti G és F pontok között?  
 c) Mekkora feszültség mérhető a D és G pontok között?  
 d) Ha a D és F pontok közötti feszültséget egy oszcilloszkóp vízszintes eltérítő bemenetére, az F és G közötti feszültséget pedig a függőleges eltérítésre kapcsoljuk, akkor mit látunk a képernyőn?

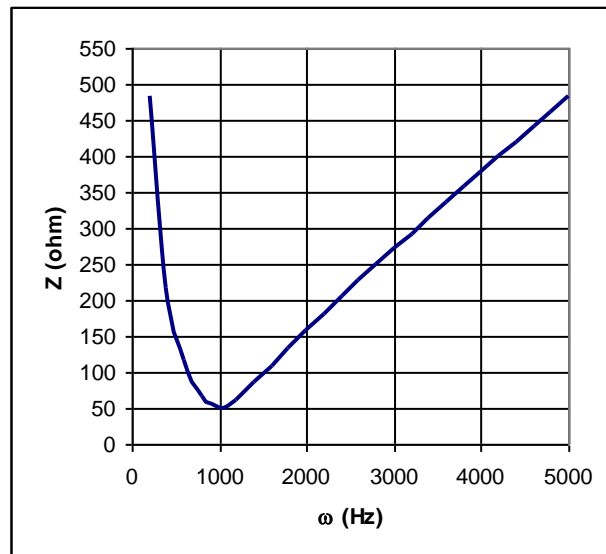


33.

A mellékelt ábra egy soros RLC kör impedanciáját ábrázolja a körre kapcsolt váltakozó feszültség körfrekvenciájának a függvényében.

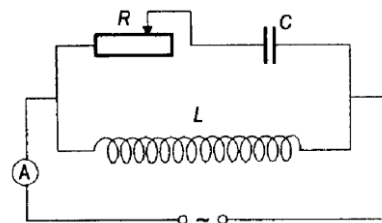
- Határozd meg az ohmos ellenállás nagyságát!
- Határozd meg a tekercs önindukciós együtthatóját!
- Határozd meg a kondenzátor kapacitását!

(Soros RLC körön egy sorba kapcsolt ohmos ellenállást, egy elhanyagolható ohmos ellenállású tekercset és egy kondenzátort értünk.)



34.

Az ábra szerinti áramkörben a tekercs önindukciós együtthatója  $L = 10 \text{ mH}$ , a kondenzátor kapacitása  $C = 0,2 \text{ mF}$ . Az áramkörre váltakozó feszültséget kapcsolunk. Mekkora a váltakozó feszültség frekvenciája, ha azt tapasztaljuk, hogy a főágba kapcsolt ideális áramerősség-mérő műszer által mutatott érték független az ohmos ellenállás nagyságától?



## 22. RLC- kör, rezgőkör

### Alapfeladatok

#### RLC-kör

1.

110 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózatra sorba kapcsolunk 50 ohm ohmos ellenállást, egy 100  $\mu\text{F}$ -os kondenzátort, és egy 0,5 H önindukciójú elhanyagolható ohmos ellenállású tekercset.

- Mekkora a kör impedanciája?
- Mekkora áram folyik a körben?
- Mekkora az egyes elemeken mérhető feszültség?
- Mekkora az áram és a feszültség közötti fáziskülönbség?
- Mekkora az áramkör teljesítmény-felvétele?

**( $Z=134,7$  ohm,  $I=0,82$  A,  $U_R= 41$  V,  $U_L= 128,7$  V,  $U_C= 26,1$  V,  $\varphi=68,3^\circ$ ,  $P=33,3$  W)**

2.

Sorosan kapcsolunk egy elhanyagolható ohmikus ellenállású, 0,5 H önindukciójú tekercset 50 ohmos ohmikus ellenállással, majd rákapcsoljuk a 220 V-os effektív feszültségű, 50 Hz frekvenciájú váltakozó feszültségű hálózatra.

- Mekkora a kör ellenállása (impedanciája)?
- Mekkora áram folyik a körben?
- Mekkora az ohmikus ellenálláson és a tekercsen mérhető feszültség?
- Mekkora az áram és a feszültség közötti fáziskülönbség?
- Mekkora az áramkör teljesítmény-felvétele?

**( $Z=165$  ohm,  $I=1,33$  A,  $U_R = 66,5$  V,  $U_L= 209$  V,  $\varphi=72,3^\circ$ ,  $P=89$  W)**

3.

Sorosan kapcsolunk egy 100  $\mu\text{F}$  kapacitású kondenzátort egy 50 ohmos ohmikus ellenállással, majd rákapcsoljuk a 220 V-os effektív feszültségű, 50 Hz frekvenciájú váltakozó feszültségű hálózatra.

- Mekkora a kör impedanciája?
- Mekkora áram folyik a körben?
- Mekkora az ohmikus ellenálláson és a kondenzátoron mérhető feszültség?
- Mekkora az áram és a feszültség közötti fáziskülönbség?
- Mekkora az áramkör teljesítmény-felvétele?

**( $Z=59,3$  ohm,  $I=3,7$  A,  $U_R= 185$  V,  $U_C= 117,7$  V,  $\varphi=32^\circ$ ,  $P=688$  W)**

4.

Egy mosógép motorja 220 V-os, 50 Hz-es hálózatról üzemel. A motor mechanikai teljesítménye 200 W, áramfelvétele 1,6 A. Mekkora a motor teljesítménytényezője és a fáziseltolódás szöge, ha a motor hatásfoka 80 %? ( $\Phi = 44,75^\circ$ )

5.

Egy soros RC körben 220 V-os, 50 Hz-es váltakozó feszültség hatására 5 A az effektív áramerősség. A hatásos teljesítmény pedig 500 W. Mekkora R és C értéke?

**( $R=20$  ohm,  $C= 81$   $\mu\text{F}$ )**

6.

Egymással sorba kapcsolt ohmos ellenállás és  $9,55 \times 10^{-3}$  H önindukciós együttthatójú tekercs szabad végeit 20 V effektív feszültségű és 50 Hz frekvenciájú generátorra kötjük. Az effektív teljesítmény 64 W.

- Mekkora az ohmos ellenállás? **(2,25 ohm, vagy 4 ohm)**
- Mekkora az effektív áramerősség? **(5,33 A, vagy 4 A)**

7.

10  $\mu\text{F}$ -os kondenzátort és ohmos ellenállással rendelkező 0,5 H-s önindukciós tekercset sorba kapcsolunk 220 V-os 50 Hz rezgésszámú váltófeszültségre. Az áramerősség 1 A.

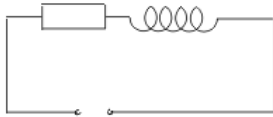
- a) Mennyi a tekercs ohmos ellenállása? **(154 ohm)**  
 b) Milyen fázisban az áramerősség a feszültséghez képest? **(45,6°)**

8.

Valamely tekercs egyenáramú ellenállása 25 ohm, 220 V hálózati feszültség (50 Hz) esetén az átfolyó áram erőssége 8 A. Mekkora a tekercs önindukciós tényezője?

**(L=0,42 H)**

9.



Az ohmos ellenállással sorbakapcsolt tekercset egy ismeretlen frekvenciájú, 120 V effektív feszültségű váltakozó áramú áramforrásra csatlakoztatjuk, az ábra szerint. A tekercs önindukciós együtthatója 0,25 H, az ohmos ellenállás 100 ohm, a felvett effektív teljesítmény 50 W.

- a) Mekkora a frekvencia?  
 b) Mekkora a fáziseltolódás szöge?

### Rezgőkör

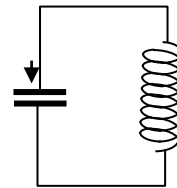
10.

Töltött kondenzátort kapcsolunk egy elhanyagolható ohmos ellenállású tekercsre ( $C=1 \mu\text{F}$ ,  $L = 0,01 \text{ H}$ ). Mekkora körfrekvenciájú váltakozó áram folyik a körben?

- A) 10 000 1/s      B) 1592 1/s      C) 10 1/s

11.

Hogyan változik meg az ábrán látható elektromágneses rezgőkör saját frekvenciája, ha a kondenzátor egyik lemezét az ábrán látható módon a másik felé közelítjük?



12.

Egy elektromágneses hullámokat keltő orvosi készüléket kívánunk működtetni 4,2 m és 4,8 m közötti hullámhossztartományban.

- a) Mekkora frekvencia-határok között működik a készülék? **(62,5 -71,4 MHz)**  
 b) Milyen határok között kell változtatni a kondenzátor kapacitását, ha a rezgőkör tekercsének indukciós együtthatója 1,5 mH. **(3,3-4,3 pF)**

### Haladó szintű feladatok

#### RLC-kör

13.

Írd fel és ábrázd grafikonon egy soros RLC kör impedanciájának körfrekvenciától való függését!

14.

220 V, 50 Hz hálózatra 2  $\mu\text{F}$  kapacitású kondenzátort kapcsolunk.

- a) Mekkora a hatásos teljesítmény? **(0 W)**  
 b) Írjuk fel és rajzoljuk meg az áramot és a feszültséget, mint az idő függvényét!  
**( $u = 311 \cdot \sin(314t)$ ,  $i = 0,195 \cdot \sin(314t + \pi/2)$ )**  
 c) Írjuk fel és rajzoljuk meg a pillanatnyi teljesítményt, mint az idő függvényét!  
**( $p = 30,3 \cdot \sin(628t)$ )**

Az ohmos ellenállás elhanyagolható.

15.

Egy ismeretlen ohmos és egy ismeretlen induktív ellenállást sorba kötve 220 V, 50 Hz hálózatra kapcsolunk. A felvett áramerősség 4,4 A, a hatásos teljesítmény 580 W.

- a) Mekkora az ohmos, illetve az induktív ellenállás értéke? ( **$R = 30 \text{ ohm}$ ,  $X_L = 40 \text{ ohm}$** )  
 b) Írjuk fel a feszültség és az áram időfüggését! ( **$u = 311 \cdot \sin(314t)$ ,  $i = 6,22 \cdot \sin(314t - 0,93)$** )  
 c) Írjuk fel a pillanatnyi teljesítményt, mint az idő függvényét!  
 ( **$p = 1939 \cdot \sin(314t) \cdot \sin(314t - 0,93)$** )

16.

Sorosan kapcsolunk egy kondenzátort és egy ohmos ellenállást a 220 V feszültségű 50 Hz frekvenciájú váltakozó áramú hálózatra. A körben 40 mA áram folyik, a hatásos teljesítmény 4,4 W.

- a) Mekkora a teljesítménytényező? ( **$\cos(\varphi) = 0,5$** )  
 b) Mekkora az ohmos ellenállás? (**2750 ohm**)  
 c) Mekkora a kondenzátor kapacitása? (**0,67  $\mu\text{F}$** )  
 d) Írja fel a feszültséget és az áramot, mint az idő függvényét!  
 ( **$u = 311 \cdot \sin(314t)$ ,  $i = 0,056 \cdot \sin(314t + \pi/3)$** )

17.

220 V-os 50 Hz frekvenciájú hálózati feszültségre sorosan kapcsolunk 50 ohm ohmikus ellenállást és egy 50  $\mu\text{F}$  kapacitású kondenzátort. Mekkora az áramerősség azokban a pillanatokban, amikor a kapocsfeszültség nulla?

( **$i = 3 \text{ A}$** )

18.

Ohmos ellenállással is rendelkező tekercset és egy 400 ohm ellenállású (tisztán ohmos) fogyasztót sorba kapcsolunk a 220 V feszültségű, 50 Hz frekvenciájú hálózatra. Ekkora a tekercsen 150 V, a fogyasztón 130 V feszültség mérhető.

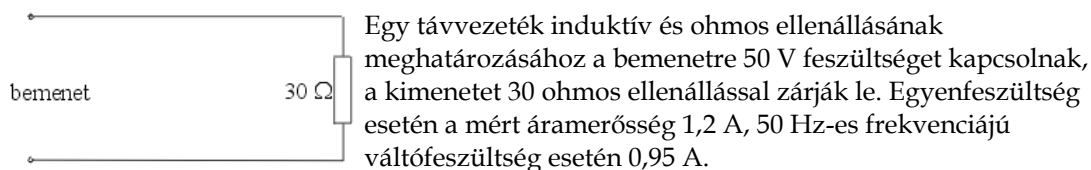
- a) Mekkora a tekercs ohmos ellenállása? (**106,5 ohm**)  
 b) Mekkora a tekercs önindukciós tényezője? (**1,429 H**)

19.

A 400 V effektív feszültségű, 50 1/s frekvenciájú áramforrásra sorosan kapcsolunk egy 220 ohmos ellenállást és egy 0,478 H önindukció együtthatójú tekercset.

- a) Mekkora az effektív teljesítmény?  
 b) Mekkora frekvencia esetén lesz az effektív teljesítmény fele az előbbinek?

20.



Egy távvezeték induktív és ohmos ellenállásának meghatározásához a bemenetre 50 V feszültséget kapcsolnak, a kimenetet 30 ohmos ellenállással zárják le. Egyenfeszültség esetén a mért áramerősség 1,2 A, 50 Hz-es frekvenciájú váltófeszültség esetén 0,95 A.

a) Mekkora a távvezeték ohmos ellenállása és önindukciós együtthatója? (**11,67 ohm, 0,1 H**)

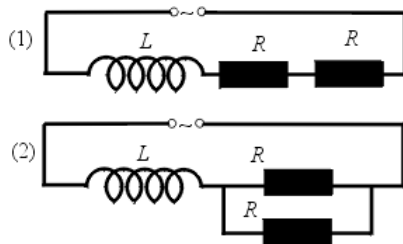
b) A váltóáramú mérés alkalmával mekkora a teljesítménytényező? (**0,7917**)

21.

Egy tekercs ohmos ellenállása 9 ohm. A 220 V, 50 Hz hálózatból felvett effektív teljesítmény 16 W.

- a) Mekkora a tekercs önindukciós együtthatója?  
 b) Mekkora kapacitású kondenzátor sorbakapcsolásával lehet az impedanciát 9 ohm-ra csökkenteni?

22.



Ugyanazon elemekből (ideális tekercsből és két egyforma ohmos ellenállásból) felépített két áramkörre 450 V effektív feszültségű, szinuszosan váltakozó feszültséget kapcsolunk.

Az (1) esetben a hatásos teljesítmény 3240 W, a (2) esetben 2025 W.

a) Mekkora az R ellenállás?

b) Mekkora az (1) áramkör teljesítménytényezője?

23.

Egy kondenzátort és egy ohmos ellenállást sorba kapcsoltunk a 220 V-os feszültségű, 50 Hz-es hálózatra. A körben folyó áram erőssége 0,5 A, a felvett teljesítmény 50 W.

a) Mekkora a kondenzátor kapacitása, és mekkora az ohmos ellenállás? **(8,1 μF, 200 ohm)**

b) Mekkora induktivitású tekercs sorba kapcsolása esetén marad a körben folyó áram effektív értéke ugyanakkora, mint amennyi eredetileg volt? **(2,5 H)**

24.

230 V effektív értékű, 50 Hz frekvenciával szinuszosan váltakozó feszültségű hálózatra sorosan kapcsoltak egy 200 ohm nagyságú ohmos ellenállást és egy 0,5 H induktivitású, elhanyagolható ohmos ellenállású tekercset.

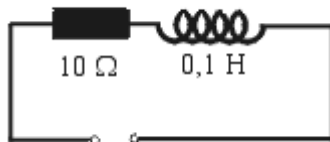
a) Mennyi a hálózat által leadott hatásos teljesítmény? **(163,6 W)**

b) Mekkora a teljesítménytényező? **(0,787)**

c) Mekkora kapacitású kondenzátor soros bekötése esetén lenne az áram effektív értéke ugyanakkora, mint a bekötés előtt volt? **(10,1 μF)**

d) Ez esetben mekkora lenne a teljesítménytényező? **(0,787)**

25.



Sorba kapcsoltunk egy 10 ohmos ellenállást egy 0,1 H önindukciójú tényezőjű tekercsel, amelynek ohmos ellenállása elhanyagolható.

Mekkora frekvenciájú váltakozó feszültséget kell az áramkörre kapcsolni, ha azt akarjuk, hogy az áramerősség annyi legyen, mint az azonos feszültségű egyenáram esetén létrejövő áramerősség fele? **(27,5 Hz)**

26.

Egy sorba kapcsolt ohmos ellenállásból, induktivitásból és kapacitásból álló kör a 220 V feszültségű 50 Hz frekvenciájú hálózathoz 10 A erősségű áramot vesz fel.; az áram ekkor 45°-kal siet a feszültséghez képest. Ha a frekvenciát a 4-szeresére emeljük, az áram 45°-kal késik a feszültséghez képest.

a) Mekkora a hatásos teljesítmény az egyik, ill. a másik esetben, ha a feszültség mindkét esetben 220 V? **(1550 W, 1550 W)**

b) Mekkora R, L és C értéke? **(15,5 ohm, 17 mH, 150 μF)**

27.

Mekkora ohmikus ellenállást kössünk elötétként a sorosan kapcsolt 0,1 H önindukciójú tekercsünk és 20 μF-os kondenzátorunk elé, ha a generátorunk feszültsége 110 V, az áramkör feszültségi rezonancián áll és a kondenzátorra eső megengedett maximális effektív feszültség 75 V?

**(R=104 ohm)**

28.

Van egy 12 V effektív értékű, szinuszosan változó feszültséget adó generátorunk, amelynek frekvenciáját változtatni tudjuk. A generátorra kapcsoltunk egy 55 μF kapacitású kondenzátort és egy vele sorba kötött tekercset. A frekvencia folyamatos változtatása során

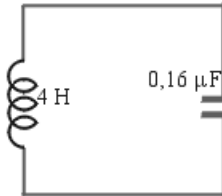
a legnagyobb áramerősséget 62 Hz frekvenciánál mérjük.

a) Mekkora a tekercs induktivitása? **(0,12 H)**

b) A tekercs ohmos ellenállása 15 ohm. Mennyi a generátoron átfolyó áram effektív értéke 50 Hz frekvencián? **(0,477 A)**

### Rezgőkör

29.



0,16 m F-os kondenzátorból és 4 H-s önindukciós tekercsből álló párhuzamos rezgőkörből álló párhuzamos rezgőkör kondenzátorát 100 V-ra töltjük, majd a rezgőkört magára hagyjuk.

a) Írjuk fel a kondenzátor feszültségét mint az időfüggvényét!

**( $100 \cdot \cos(1250t)$ )**

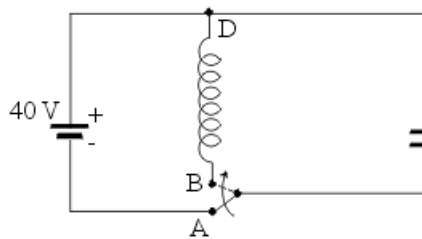
b) Mennyi idő múlva lesz a kondenzátor feszültsége először 50 V?

**(0,837 ms)**

c) Hányad rész ez a periódusidőnek? (Az ohmos ellenállás

elhanyagolható.) **(6-od része)**

30.



A kapcsoló A-állásában a 0,648 m F kapacitású kondenzátor 40 V feszültségű telepre van kapcsolva. Ezután a kapcsolót A-ról B-re kapcsoljuk át. A tekercs induktivitása 0,03 H.

a) Mekkora a D pont feszültsége a B-hez képest az átkapcsolás után 0,0003 s múlva? **(-20 V)**

b) Ábrázoljuk a D pont feszültségét a B-hez képest az átkapcsolástól eltelt idő függvényében!

**( $u = 40 \cdot \cos(2\pi t/0,0009)$ )**

## 23. Elektromágneses hullámok, fizikai optika

1.

Rakja frekvencia szerint sorrendbe az elektromágneses színek alábbi összetevőit! Kezdje a legkisebb frekvenciájával! Rádióhullámok – ultraibolya fény – látható fény – infravörös fény

2.

Rakja hullámhossz szerint sorrendbe a látható színek alábbi összetevőit! Kezdje a legnagyobb hullámhosszal! Ibolya – vörös – narancs

3.

A következő állítások egy antenna által kibocsátott,  $\lambda$  hullámhosszúságú,  $T$  periódusidejű,  $x$ -tengely irányába haladó elektromágneses síkhullámra vonatkoznak. Válaszd ki az igaz, és a hamis állításokat!

- Az elektromos térerősség párhuzamos az  $x$  tengellyel.
- Egy adott pillanatban az  $x$  és az  $x+\lambda$  helyeken az elektromos térerősség megegyezik.
- Egy adott helyen a  $t$  és a  $t+T$  pillanatokban az elektromos térerősség különböző irányú.
- Az  $x$  tengelyre merőleges, elektromos térerősséggel párhuzamos irányú vezetékben a hullám rezgetti az elektronokat (váltakozó áramot indukál).
- A vizsgált hullámot longitudinális hullámnak nevezzük.

4.

A következő állítások egy cm-es hullámhosszúságú elektromágneses hullámra vonatkoznak. Válaszd ki az igaz, és a hamis állításokat!

- A hullám fémlapon részben visszaverődik, részben áthalad.
- Ha a hullám egy szigetelő prizmán (pld. paraffin) halad át, akkor haladási iránya nem változik meg, csak eltolódik.
- Ha a hullám egy haladási irányára merőleges fémlapon visszaverődik, akkor a beeső és a visszavert hullám állóhullámot alakít ki.
- Ha a hullám az útjába helyezett fémrácsra áthalad, akkor a rácsot  $90^\circ$ -kal elfordítva nem tapasztalunk átmenő hullámot

5.

Izzólámpa fényét két egymás után elhelyezett polárszűrőn (polarizátoron) keresztül nézzük. Az egyik polárszűrőt a fény sugar mint tengely körül forgatni kezdjük, és megkeressük azt a helyzetet, amikor legerősebben látjuk az izzót. Válasszuk ki az igaz és hamis állításokat!

- Ha a polárszűrőt tovább forgatjuk  $180^\circ$ -kal, akkor nem fogjuk látni az izzót.
- Ha a polárszűrőt  $90^\circ$ -kal elfordítjuk, akkor sem fogjuk látni az izzót.

6.

A tér valamely pontjába két helyről is elektromágneses hullámok érkeznek, ennek ellenére az adott helyen elhelyezett érzékelő tartósan nem jelzi elektromágneses hullám jelenlétét. Válasszuk ki az igaz és hamis állításokat!

- A két érkező elektromágneses hullám azonos fázisú a találkozási pontban.
- A két érkező hullám frekvenciája egyenlő.
- A leírt jelenség tipikus hullámjelenség, lebegésnek nevezik.

7.

Két koherens fényhullámmal világítunk meg egy ernyőt. Ha a hullámok útkülönbsége  $1\mu\text{m}$ , erősítést tapasztalunk. Az útkülönbség fokozatos növelésével egyre csökken az ernyő megvilágítása, és az  $1,25\mu\text{m}$  útkülönbség esetén teljes kioltást tapasztalunk.

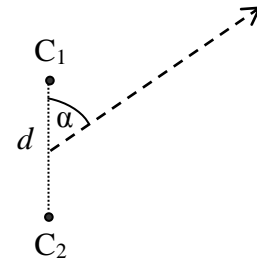
a) Mennyi a felhasznált fény hullámhossza? ( **$0,5\mu\text{m}$** )

b) Mit tapasztalunk ott, ahol az útkülönbség már csak  $0,5\mu\text{m}$ ? (**erősítést**)

8.

A mellékelt ábra felülnézetben mutatja a  $C_1$  és  $C_2$  helyeken elhelyezkedő, függőleges irányú, elektromágneses hullámokat kibocsátó antennákat. Az antennák egymástól  $d = 300$  méter távolságra vannak, és azonos frekvenciájú és fázisú modulálatlan elektromágneses hullámokat sugároznak ki  $\nu = 3$  MHz frekvencián, azonos intenzitással. Határozzuk meg, hogy az antennáktól távol milyen  $\alpha$  szögű irányokban tapasztalható erős elektromágneses jel!

(A fény sebessége  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.)



9.

Egy  $\lambda$  hullámhosszúságú fény esik a  $d$  rácsállandójú optikai rácstra. Az átmenő fényben az eredeti irányhoz képest  $\alpha$  irányban erősítést tapasztalunk. Milyen feltétel teljesül ezen mennyiségek között?

10.

Egy optikai rács 100 vonalat tartalmaz milliméterenként. A rácstra  $5 \cdot 10^{-7}$  m hullámhosszúságú fény esik. A rácson létrejövő elhajlási képet a rácstól 1 m távolságra elhelyezkedő ernyőn tanulmányozzuk. Határozzuk meg, hogy mekkora a főmaximum és az első mellékmaximum távolsága az ernyőn!

11.

Egy optikai rács 200 vonalat tartalmaz milliméterenként. A rácstra  $2,5 \cdot 10^{-7}$  m hullámhosszúságú fény esik. A rácson létrejövő elhajlási képet a rácstól 2 m távolságra elhelyezkedő ernyőn tanulmányozzuk. Határozzuk meg, hogy mekkora a főmaximum és az első mellékmaximum távolsága az ernyőn

12.

Monokromatikus fényvel merőlegesen világítunk át egy  $16 \cdot 10^{-6}$  m rácsállandójú optikai rácst. A rács képe és az első elhajlási kép a rácstól 5 m-re elhelyezett ernyőn 20 cm-re van egymástól. Mekkora az alkalmazott fény hullámhossza?



## 24. Fénytörés

### Alapfeladatok

#### Snellius - Descartes-törvény

1.

Üvegbe érkező 760 nm hullámhosszú fénysugár beesési szöge  $60^\circ$ , törési szöge  $30^\circ$ . Mekkora a hullámhossza az üvegben?

2.

Valamely fény hullámhossza levegőben  $4 \cdot 10^{-7}$  m. Az üvegnek erre a fényre vonatkozó törésmutatója 1,5. Mennyi a fény terjedési sebessége, hullámhossza és frekvenciája az üvegben? (A fény sebessége levegőben  $3 \cdot 10^8$  m/s.)

3.

Egy folyadékban a fény  $2 \cdot 10^8$  m/s sebességgel terjed. A levegőből folyadékba lépő fénysugár  $45^\circ$ -os szöget zár be a beesési merőlegessel. Mekkora a törési szög? (A fény sebessége levegőben  $3 \cdot 10^8$  m/s.)

#### Plan -parallel lemez

4.

4 cm vastag plánparallel lemezre  $60^\circ$ -os beesési szög alatt fénysugarat ejtünk. A fénysugár az üvegben 5 cm hosszú utat futott be. Mennyi az üveg törésmutatója? **(1,44)**

5.

Mekkora a fénysugár eltolódása, ha 30 mm vastag üveglemezen halad át, és a beesési szög  $60^\circ$ ? Az üveg levegőre vonatkoztatott törésmutatója 1,5.

6.

Plánparallel üveglemezre  $45^\circ$ -os beesési szög alatt fénysugár esik. Az üveg törésmutatója 1,5. Milyen vastag az üveg, ha a fénysugár az áthaladás következtében 2 cm-rel tolódik el? **(6,077 cm)**

7.

Egy adott üvegfajtában a fény terjedési sebessége 200000 km/s.

a) Hány fokos lesz a törési szög, ha a fénysugár a levegőből  $50^\circ 30'$  beesési szöggel érkezik az üveg felületéhez? **( $30^\circ 58'$ )**

b) Milyen vastag az ebből az anyagból készült plánparallel üveglemez, ha a fenti beesési szög esetén a kilépő sugár eltolódása 15,6 mm? **(4 cm)**

8.

Egy párhuzamos falú üveglap 3,5 cm vastag, törésmutatója 1,5.

a) Hány fokos a beesési szög, ha a fénysugár  $2 \cdot 10^{-10}$  s alatt halad át az üveglapon?

b) Mennyi az a legrövidebb idő, ami alatt a fény át tud haladni az üveglapon?

#### Prizma

9.

Egy prizma egyik oldallapjára merőlegesen beeső fénysugár a másik oldallapon  $75^\circ$ -os törési szöggel lép ki. A prizma anyagának törésmutatója 1,5.

Mekkora a prizma törőszöge? **( $40,09^\circ$ )**

10.

Azt akarjuk elérni, hogy egy prizma egyik lapjára merőlegesen beeső fénysugár a másik lapon  $45^\circ$ -os törési szögben lépjen ki. Mekkora méretezzük a prizma törőszögét, ha anyagának törésmutatója 1,5?

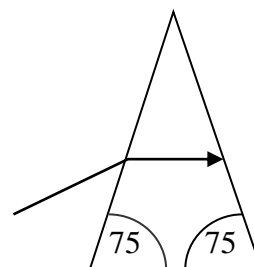
11.

Átlátszó műanyagból készült fénytani prizma törőszöge  $36^\circ$ . A prizma egyik oldallapjára merőlegesen fehér fénysugár esik.

Mekkora szöget zár be egymással a másik oldallapon kilépő vörös és kék fénysugár, ha a prizma anyagának törésmutatója vörös fényre 1,58 és kék fényre pedig 1,62? **(3,99°)**

12.

Egyenlő szárú prizma alapján  $75^\circ$ -os szögek vannak. A prizmára fénysugár érkezik úgy, hogy a prizmában az alaplappal párhuzamosan halad. Mekkora a levegőből prizmába lépő fénysugár beesési szöge, ha a prizma levegőre vonatkoztatott törésmutatója 1,5. Mekkora szöggel térül el a fénysugár a prizmán történő áthaladás során?



### Teljes visszaverődés

13.

Levegőből üvegbe érkező 590 nm hullámhosszú fénysugár beesési szöge  $60^\circ$ , törési szöge  $30^\circ$ .

a) Mekkora a fény hullámhossza az üvegben? **(340,6 nm)**

b) Mekkora a teljes visszaverődés határszöge az üvegben haladó fénysugárra nézve? **(35,44°)**

A fény terjedési sebessége  $3 \cdot 10^8$  m/s.

14.

Ismerve azt, hogy ha a fény üvegből levegőbe lép ki, a teljes visszaverődés határszöge  $42^\circ$ , határozza meg, milyen szög alatt lép ki a fénysugár  $25^\circ$ -os beesési szög esetén!

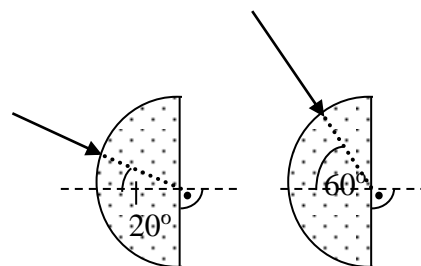
15.

Sima vízfelület alatt 50 cm mélyen pontszerűnek tekinthető fényforrást (izzószálas égőt) helyezünk el. A felszínre helyezett átlátszatlan körlappal akarjuk megakadályozni az égő fénysugarainak kilépését a vízből.

Számítsuk ki a legkisebb megfelelő körlap átmérőjét! A víz törésmutatója  $4/3$ . **(1,134 m)**

16.

$n = 1,5$  törésmutatójú üveg félhengerre fénysugár érkezik az ábrán látható módon. Kövesse végig a fénysugár útját az egyik, illetve a másik esetben! (A beeső fénysugár egyenese a henger szimmetriatengelyére merőleges síkban haladva metszi a szimmetriatengelyt.)



### Görbült felületek

17.

5 cm sugarú üveggömbön átmenő fénysugár az üvegben 8 cm hosszú utat tesz meg, és az üveggömb által okozott teljes eltérítés szöge  $60^\circ$ .

a) Mennyi az üveg törésmutatója? **(1,533)**

b) Mekkora a fény sebessége üvegben? **(1,957 · 10<sup>8</sup> m/s)**

18.

A 2,6 cm átmérőjű üveggolyón  $10^{-10}$  s alatt haladt át egy fénysugár. Az üveg törésmutatója 1,5.

a) A golyó közepétől mekkora távolságban haladt a fénysugár az üvegben? **(0,83 cm)**

b) Mekkora szöggel térítette el az üveggolyó a fénysugarat az eredeti irányától? **(67,4°)**

19.

A 3,75 cm sugarú üveggömbön  $3 \cdot 10^{-10}$  s alatt haladt át a fény a gömb közepétől 2,25 cm távolságban.

- a) Mennyi a gömb anyagának a törésmutatója? **(1,5)**  
 b) Mekkora beesési szöggel érkezett a fény a gömbhöz? **(64,2°)**

### Haladó szintű feladatok

#### Snellius - Descartes-törvény

20.

Egy H mélységű tó alját a levegőből, a vízfelületre merőleges irányból nézzük. Milyen mélynek érzékeljük a vizet? (A víz törésmutatója n.)

- A) nH                                      B) H/n                                      C) H

21.

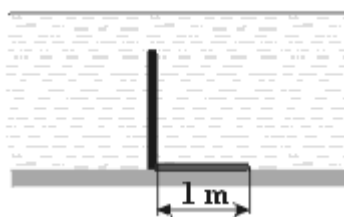
Az ablaküveg nappal átlátszó, ha azonban az utcán sötét van, akkor tükörnek is lehet használni. Mivel magyarázod a jelenséget?

22.

Levegőből üvegbe lépő fény hullámhossza  $\lambda_0 = 6 \cdot 10^{-7}$  m-ről  $\lambda_1 = 4,2 \cdot 10^{-7}$  m-re csökken.

- a) Mekkora a fény terjedési sebessége az üvegben? **(2,1 · 10<sup>8</sup> m/s)**  
 b) Mekkora a fénysugár beesési szöge a levegő - üveg határfelületen, ha a visszavert és a megtört sugár derékszöget alkot? **(55°)**

23.



Víz alatt álló függőleges oszlop árnyéka 1 méter, amikor a sugarak 45°-os szöggel érnek a víz felszínére.

Milyen magas az oszlop? (A víz törésmutatója 4/3.) **(1,6 m)**

24.

Egy vízmedencében 2 m magas, függőleges cölöp áll. A cölöp egy része kiáll a vízből. A vízszintessel 30°-os szöget bezáró napsugarak a medence alján a cölöp 2,41 m hosszú árnyékát hozzák létre. Milyen mély a víz? A víz törésmutatója 1,33. **(1,2 m)**

25.

Egy kádban lévő víz felszínére 60°-os beesési szöggel fénysugarat bocsátunk. A víz törésmutatója 4/3. A kád alja vízszintes tükörlap. A víz felszínére érkező fénysugár egy része visszaverődik, másik része megtörik és behatol a vízbe. Ez utóbbi a tükörről visszaverődik, majd a levegőből kilépve újra megtörik.

- a) Milyen mély a víz, ha a víz felszínéről visszaverődő, és a vízből kilépő fénysugarak távolsága 20 cm? **(23,4 cm)**  
 b) Mennyi idő alatt haladt a fény a vízen? **(2,74 · 10<sup>-9</sup> s)**

A fény sebessége a levegőben  $3 \cdot 10^8$  m/s.

26.

A 20 mm vastag üveglemezre 50°-os beesési szöggel fénysugár érkezik. A fény egy része a felső lapról verődik vissza, a másik része pedig a fényvisszaverő anyaggal bevont alsó felületről. Mekkora a két kilépő fénysugár távolsága? Az üveg levegőre vonatkoztatott törésmutatója 1,5.

27.

Planparallel üveglemez egyik lapja ezüstözött, másik lapjára  $30^\circ$ -os beesési szöggel  $0,6 \mu\text{m}$  hullámhosszú fénysugár esik. A lemeztől közvetlen visszaverődő fénysugár és az, amelyik az  $5 \text{ cm}$  vastag üveglemez ezüstözött oldaláról visszaverődve lép ki a lemezből, egymástól  $2,5 \text{ cm}$  távolságban haladnak.

A Planck-állandó értéke:  $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ; a fény sebessége levegőben  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

- a) Mekkora energiája van a fénysugár fotonjainak? ( **$3,3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$** )  
 b) Mekkora az üveglemez törésmutatója? (**1,8**)

### Plan -parallel lemez

28.

Kék és vörös fény keverékéből álló  $1 \text{ mm}$  átmérőjű fénynyaláb esik  $60^\circ$ -os beesési szögben egy planparallel üvegre. Az üveg törésmutatója vörös fényre  $1,739$ , kék fényre  $1,810$ .

- a) Mekkora szöget zár be egymással a kék, illetve vörös fénynyaláb az üvegben? ( **$1,28^\circ$** )  
 b) Legalább milyen vastag az üveglemez, ha az üvegből kilépő vörös és kék fény már teljesen elkülönül egymástól? ( **$68 \text{ mm}$** )

29.

Fénysugár érkezik a levegőből  $1,732$  törésmutatójú,  $2 \text{ cm}$  vastag üveglapra.

- a) Mekkora a beesési szög, ha a törési szög éppen feleakkora? ( **$60^\circ$** )  
 b) Mennyi idő alatt halad át a fénysugár, ha az a)-beli beesési szöggel érkezik? ( **$0,133 \text{ ns}$** )  
 c) Mekkora a fény fotonjainak energiája, ha a hullámhossz az üvegben  $382 \text{ nm}$ ? ( **$3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$** )  
 $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ; a fény sebessége a levegőben  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

30.

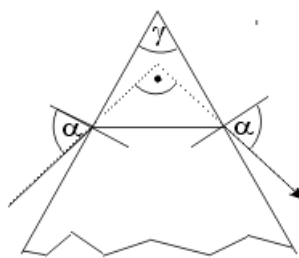
Egy vízszintesen fekvő, üvegből készült plánparallel lemezen  $0,3 \text{ ns}$  alatt halad át egy fénysugár. Ez a fénysugár a lemezen a függőleges iránnyal  $30^\circ$ -os szöget zár be.

- a) Milyen vastag a lemez? ( **$5,2 \text{ cm}$** )  
 b) A lemezből kilépő fénysugár a lemezbe belépő fénysugárhoz képest mekkora eltolódással halad tovább? ( **$1,9 \text{ cm}$** )

Az üveg törésmutatója  $1,5$ ; a fény sebessége levegőben  $c = 300000 \text{ km/s}$ .

### Prizma

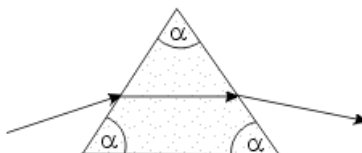
31.



Üvegprizma anyagának levegőre vonatkoztatott törésmutatója  $1,58$ . Bizonyos beesési szög esetén a kilépő fénysugár a prizma eső fénysugárára merőleges, és a kilépési szög egyenlő a beesésivel.

- a) Mekkora a beesési szög? ( **$84^\circ$** )  
 b) Mekkora a prizma törőszöge? ( **$78^\circ$** )  
 c) Hány százalékkal kisebb a fény hullámhossza a prizmaiban, mint a levegőben? ( **$36,7 \%$** )

32.

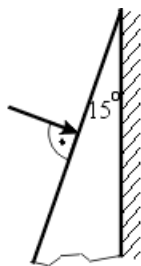


Adott egy üvegprizma, melynek a törőélre merőleges metszete egyenlő oldalú háromszög. Erre a prizma a metszet síkjában fénysugár esik, amely a háromszög egyik oldalával párhuzamosan halad az üvegben és  $0,2 \text{ ns}$  alatt jut át a prizmán.

- a) A törőéltől mekkora  $s$  távolságban és mekkora beesési szöggel érkezik a fénysugár a prizmaára? ( **$4 \text{ cm}$ ,  $48,6^\circ$** )  
 b) Mekkora szöggel téríti el a prizma a fénysugarat? ( **$37,2^\circ$** )

Az üveg törésmutatója:  $1,5$ ; a fény sebessége vákuumban  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

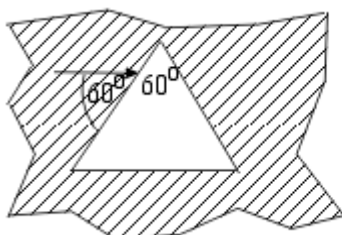
33.



A  $15^\circ$ -os törőszögű prizma egyik felülete ezüstözött és tükröz. A másik felületre merőlegesen fénysugarat bocsátunk. A prizma anyagának törésmutatója 1,5.

- a) Mekkora a fény terjedési sebessége a prizmában? ( $2 \cdot 10^8$  m/s)  
 b) Hány fokos szöget zár be a kilépő fénysugár a belépő fénysugárral? ( $131,4^\circ$ )

34.

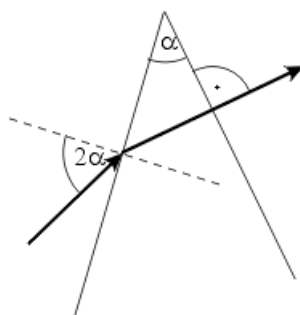


Egy ismeretlen törésmutatójú üveg belsejében egy  $60^\circ$ -os törésmutatójú levegőprizmát hozunk létre. A prizma a rajz szerint az első törősíkhöz érkező fénysugár úgy törik meg, hogy a második törősíkon törés nélkül halad át.

- a) Mekkora az üveg törésmutatója? ( $1,73$ )

b) Ha ugyanabból az üvegből az előbbivel azonos méretű és helyzetű prizmát készítünk és ezt a levegőben helyezük el, akkor az előbbi irányból a prizma felé érkező fénysugár hogyan halad át a második törősíktól? (**teljesen visszaverődik**)

35.



Egy fénytani prizma 1,6 törésmutatójú anyagból van. Ha a prizma felé eső fénysugár beesési szöge kétszerese a prizma törőszögének, akkor a fénysugár a prizma másik lapján törés nélkül lép ki.

- a) Mekkora a prizma törőszöge? ( $36,87^\circ$ )  
 b) Mekkora a fénysugár eltérítési szöge? ( $36,87^\circ$ )

### Teljes visszaverődés

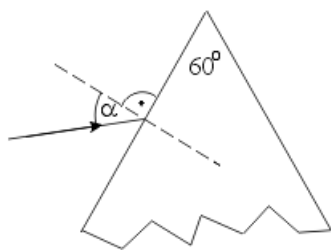
36.



Egy üvegprizma keresztmetszete egyenlőszárú háromszög. Az ábra szerint merőlegesen érkező fénysugár a prizma oldallapján történő kétszeri teljes visszaverődése után az alaplapon merőlegesen lép ki az prizmából.

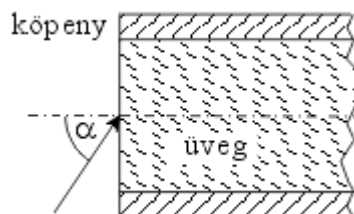
- a) Mekkora a prizma törőszöge? ( $36^\circ$ )  
 b) Legalább mekkora a prizma törésmutatója? ( $1,70$ )

37.



Egy  $\Phi = 60^\circ$ -os törőszögű, 1,5 törésmutatójú anyagból készült fénytani prizma fény sugarát esik az ábra szerint. Mekkora az a legnagyobb  $\alpha$  szög, amelynél a prizma másik lapján a fény teljes visszaverődést szenved? **(27,92°)**

38.



Az 1,73 törésmutatójú, hengeres fényvezető üvegszálat 1,51 törésmutatójú köpeny veszi körül. A szál vége a henger tengelyére merőlegesen van lecsiszolva, és a levegővel érkezik.

a) Mekkora legnagyobb a beesési szög esetén nem lép át a fény a köpenybe, ha az üvegszál egyenes? **(57,6°)**

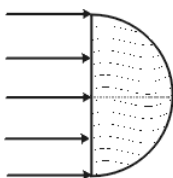
Az üvegszáalba belépő fény egy fotonjának energiája

$3,3 \cdot 10^{-19}$  J.

b) Mennyi a fény hullámhossza levegőben, ill. az üvegben? **(600 nm, 346 nm)**

A Planck-állandó értéke:  $6,62 \cdot 10^{-34}$  Js;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

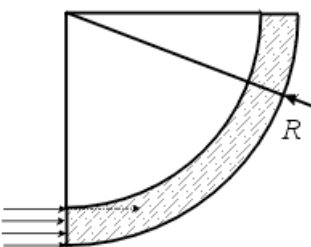
39.



Egy 1,6 törésmutatójú anyagból készült 5 cm sugarú félgömb síklapjára merőlegesen érkeznek a fénysugarak.

A berajzolt szimmetriatengelytől milyen távolságra vannak azok a beeső sugarak, amelyek a gömbfelülethez érkezve, ott teljes visszaverődést szenvednek? **(3,125 cm-nél távolabb)**

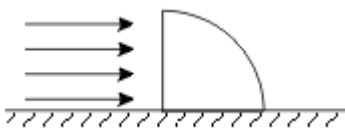
40.



Egy 2 cm x 2 cm méretű, négyzet keresztmetszetű, körív alakúra hajlított tömör üvegrúd egyik határoló felületére az ábra szerint merőlegesen érkeznek a fénynyaláb.

Legalább mekkora legyen az R külső görbületi sugár, ha azt akarjuk, hogy a fénysugarak ne lépjenek ki az ívből az ív falán? Az üveg törésmutatója  $3/2$ . A feltételt elegendő az ábrán szaggatott vonallal berajzolt sugárra és csak az első visszaverődésre vizsgálni. **(6 cm)**

41.



Az asztalon egy negyedhenger alakú üvegtest fekszik, anyagának törésmutatója 1,5. Függőleges falának egész területére merőleges fénysugarak esnek. A henger sugara 5 cm.

Milyen széles sáv marad sötét az asztalon A ponttól jobbra?

**(1,71 cm)**

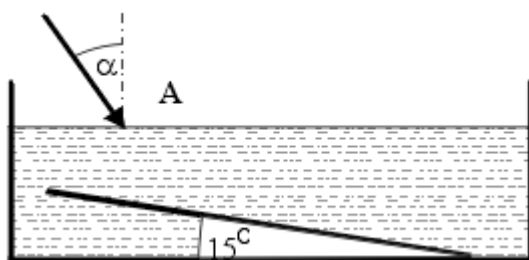
42.

A fény teljes visszaverődésének határszöge víz-levegő esetén  $48,5^\circ$ .

a) Mekkora a fény terjedési sebessége a vízben? **( $2,25 \cdot 10^8$  m/s)**

b) Mekkora beesési szög esetén lesz a megtört és a visszavert fénysugár által bezárt szög ugyanakkora, mint a beesési szög, ha a fénysugár a levegőből érkezik a víz felszínére? **(68°)**

43.



Vízzel teli edény aljára egyik oldalán alátámasztott tükröt helyezünk úgy, hogy az a vízszintessel  $15^\circ$ -os szöget zárjon be, amint azt az ábra mutatja. Az A pontban a víz felszínére keskeny fénynyaláb esik.

a) Mekkora szögben lép ki a nyaláb a vízből, ha a beeső nyaláb merőleges a víz felszínére ( $\alpha=0$ )? ( **$41,7^\circ$** )

b) Legalább mekkora legyen az ábra

szerinti beesési szög értéke, hogy a tükrőről visszaverődött fény ne lépjen ki a vízből? A víz törésmutatója 1,33. ( **$25,31^\circ$** )

### Görbült felületek

44.

Vízben lévő gömb alakú légbuborékon  $10^{-11}$ s alatt halad át egy fénysugár.

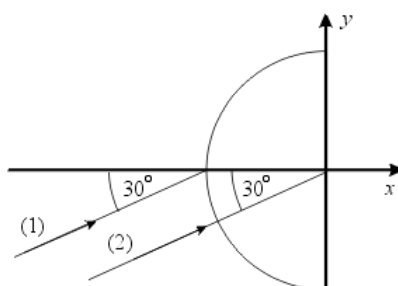
Mekkora a buborék térfogata,

a) ha a buborék felé tartó fény törés nélkül halad át a buborékon; ( **$14,14 \text{ mm}^3$** )

b) ha  $60^\circ$ -os szöggel fordul el a buborékon való áthaladás következtében? ( **$1,224 \text{ cm}^3$** )

A fény a vízben  $2,25 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  sebességgel, a levegőben  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$  sebességgel halad.

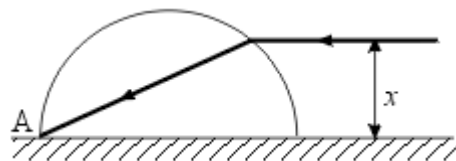
45.



Az  $R=10 \text{ cm}$  sugarú, átlátszó anyagból készült félhengerre az ábra szerint két párhuzamos fénysugarat bocsátunk. A félhenger anyagának törésmutatója 1,5.

Határozzuk meg a két fénysugár metszéspontjának x és y koordinátáját! ( **$6,35 \text{ cm}$ ;  $7,2 \text{ cm}$** )

46.



Az 1,8 törésmutatójú üvegből készült 5 cm sugarú félgömbre fénysugár érkezik az ábra szerint.

Mekkora az x távolság, ha a fénysugár a félgömb felszínét az A pontban éri el?

47.

Egy 5 cm sugarú és 1,5 törésmutatójú üveggömbbe belépő és rajta áthaladó fénysugarakat vizsgálunk.

Mennyi az legrövidebb idő, ami alatt a fény áthaladhat a gömbön? ( **$3,73 \cdot 10^{-10} \text{ s}$** )

## 25. Képalkotás

1.

Ha egy gyűjtőlencse fókusz távolsága  $f$  és a tárgy távolsága a lencsétől  $t$ , akkor  $t$  és  $f$  viszonyától függ, hogy milyen kép keletkezik.

- Jellemezd a keletkező képet
  - a)  $t > 2f$ ,
  - b)  $f < t < 2f$ ,
  - c)  $t < f$  esetén. (Rajzolj ábrákat is!)
- Adj meg konkrét felhasználásokat is az egyes esetekhez kapcsolódóan!

2.

Egy szemüveglencse +2 dioptriás. Válasszuk ki az igaz és hamis állításokat!

- Ez a lencse gyűjtőlencse.
- A lencse fókusz távolsága 50 cm.
- Ez a lencse mindenféle tárgyról nagyított képet ad.

3.

Egy  $f$  fókusz távolságú lencse a tőle  $t$  távolságban elhelyezkedő tárgyról a lencsétől  $k$  távolságra valódi képet hoz létre. Válasszuk ki az igaz és hamis állításokat!

- Ez a lencse gyűjtőlencse.
- Az adatok között teljesül, hogy  $k = \frac{tf}{t - f}$ .
- A kép és a tárgy lineáris méreteinek aránya  $k / f$  aránnyal egyezik meg.
- Alkalmos körülmények között ezt a lencsét felhasználhatnánk egy diavetítőben.

4.

Egy pontszerű fényforrástól 20 cm távolságban lencsét helyezünk el úgy, hogy a fényforrása lencse optikai tengelyére esik, ilyen módon a lencsén áthaladó fénysugarakból párhuzamos sugárnyalábot kaptunk.

Ha a lencsét háromszoros távolságra visszük, akkor hol keletkezik a kép? ( $k = 30$  cm)

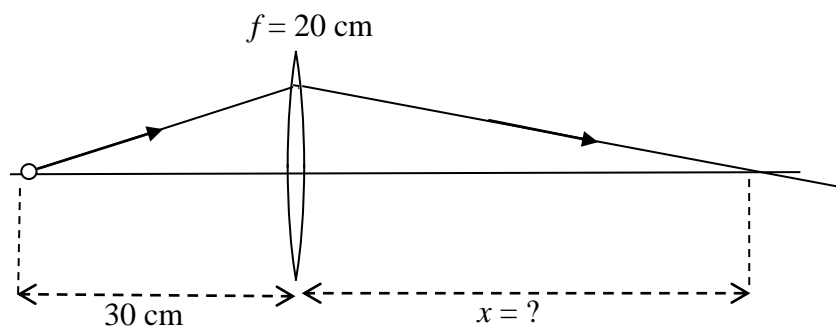
5.

Egy 30 cm magas tárgyról 6,2 dioptriás gyűjtőlencsével 7,5 cm magas képet akarunk kapni.

- a) Milyen távol legyen a lencse a tárgytól? (**80 cm**)
- b) Készítsünk vázlatot a lencse képalkotásáról!

6.

Egy 20 cm fókusz távolságú gyűjtőlencse optikai tengelyén a lencsétől 30 cm távolságra egy kicsiny lámpa világít. Tekintsünk egy olyan fénysugarat, ami a lámpából indulva eléri a lencsét, azon áthaladva irányt változtat, és újra metszi az optikai tengelyt. Határozzuk meg, hogy a vizsgált fénysugár a lencsétől mekkora  $x$  távolságban metszi az optikai tengelyt!





7.

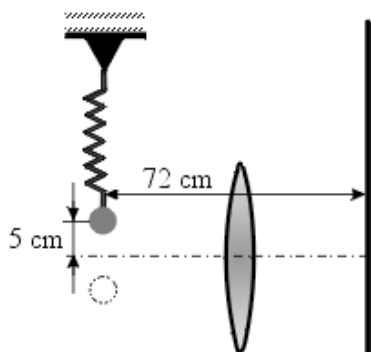
A talaj felett 1 m magasan levő fényképezőgép lenszéje vízszintes optikai tengelyű, gyújtótávolsága 10 cm. Egy 2 m magasról esni kezdő golyót fényképeztünk akkor, amikor az a talajtól 1 m-re van. A lencse távolsága ekkor a golyótól 1 m.

a) Milyen távol legyen a film a lencsétől? (**11,1 cm**)

b) Mekkora volt a expozíciós idő, ha a képen látható golyó elmosódását 0,5 mm-nek érzékeljük? (**1 ms**)

(Az exponálás alatt a golyó sebességváltozása elhanyagolható.)

8.



Egy rugóra felfüggesztett golyó 2 1/s frekvenciájú harmonikus rezgést végez 5 cm maximális kitéréssel. Egy 10 cm gyújtótávolságú lencsével a golyó mozgását akarjuk kivetíteni a golyótól 72 cm távol levő falra.

a) Hová helyezzük a lencsét? (**t = 12 cm**)

b) Mekkora lesz a golyó képének maximális sebessége? (**3,14 m/s**)

9.

Egy  $T = 2$  cm magas tárgyról egy gyűjtőlencse  $K = 4$  cm magasságú, fordított állású képet alkot. A tárgy és a kép egymástól 9 cm távolságra vannak. Határozd meg a lencsének a tárgytól és a képtől való távolságát, valamint a lencse fókusz-távolságát!

10.

Egy kis izzólámpa 3 m távolságra van a faltól. A 3m-es szakaszon egy lencsét akarunk úgy elhelyezni, hogy a lámpa ötszörös nagyítású éles képét vetítse a falra.

a) A lámpától milyen távol kell a lencsét elhelyezni? (**0,5 m**)

b) Hány dioptriás lencsére van szükség? (**2,4 dioptria**)

11.

Egy tárgy távolsága a lencsétől a fókusz-távolság háromszorosa. A tárgy képe a tárgytól 90 cm-re elhelyezett ernyőn fogható.

a) Mekkora a lencse fókusz-távolsága? (**20 cm**)

b) Hányszoros nagyítás a kép? (**0,5**)

c) Vázolja a képképzést!

12.

Egy 50 cm magas tárgyat 1,2 m távolságból kell lefényképeznünk a 24 mm magas filmkockára. Rendelkezésünkre áll egy 75 mm és egy 50 mm gyújtótávolságú lencse.

Melyiket használjuk? (**50 mm-est**)

13.

Egy 9 m<sup>2</sup> területű, négyzet alakú festményről 36 cm<sup>2</sup> területű fényképet kell készíteni egy 8 cm gyújtótávolságú lencsével.

a) Milyen távolságban legyen a fényképezőgép lencséje? (**t=408 cm**)

b) Hol keletkezik a kép? (**k=8,16 cm**)

14.

24 mm x 36 mm méretű diafilmet vetítünk a vetítőlencsétől 5,15 m-re lévő vászonra. A vetítívászon négyzet alakú, területe 1,44 m<sup>2</sup>. A képet úgy vetítjük a vászonra, hogy oldalai a vászon oldalával párhuzamosak legyenek.

a) Mekkora fókusz-távolságú vetítőlencsét használjunk, hogy a kép teljes egészében látható legyen a vászonon, a lehető legnagyobb nagyításban? (**0,15 m**)

b) A vászon területének hány százalékát tölti ekkor a kép? (**66,7 %**)

15.

Egy diavetítővel 2 m x 3 m-es képet akarunk kapni a 24mm x 36 mm-es diapozitívról. A lencse fókusztávolsága 50 mm.

- a) A vászontól milyen távolságra kell lennie a vetítő lencsájének? **(4,22 m)**  
 b) Hányad részére csökken a kép megvilágításának erőssége, ha ugyanezzel a vetítógéppel 3 m x 4,5 m méretű éles képet vetítünk? **(4/9)**

16.

Egy, a szemünktől 17 cm távolságban levő bélyeget 6,25 dioptriás gyűjtőlencsével nézünk úgy, hogy a kép a szemünktől 25 cm távolságban keletkezik.

- a) Vázlatosan szerkesszük meg a képet!  
 b) Milyen messze van a tárgy a lencsétől? **(9 cm)**  
 c) Hányszoros a nagyítás? **(-2)**

17.

Egy tárgy 80 cm-re van a szemünktől. E távolság felében egy 1,25 dioptriás gyűjtőlencsét helyezünk el.

- a) A szemünktől mekkora távolságban keletkezik a kép? **(120 cm)**  
 b) Hányszor nagyobb a kép, mint a tárgy? **(2-szer)**

18.

Egy vékony lencse segítségével kétszeres nagyítású képet állítunk elő egy tárgyról. Ezután az ernyőt 8 cm-rel közelebb visszük a lencséhez, és a tárgy mozgatásával megkeressük az éles képet. A nagyítás ekkor 1,68.

Mekkora a lencse gyűjtőtávolsága? **(25 cm)**

19.

Egy gyűjtőlencse valódi, háromszoros képet ad., ha a tárgy és a kép egymástól mért távolsága 80cm. Hányszoros a nagyítás, ha a tárgy és a kép egymástól mért távolsága 62,5 cm? **(2/3, vagy 1,5)**

20.

Egy tárgy valódi képét állítjuk elő a 4 cm fókusztávolságú gyűjtőlencsével. Ha a tárgyat 2 cm-rel közelítjük a lencséhez, a nagyítás kétszeresére növekszik.

Milyen távol volt eredetileg a tárgy a lencsétől? **(8 cm)**

21.

Egy gyűjtőlencsétől kétszeres fókusztávolságban lévő tárgyat 5 cm-rel közelítünk a lencséhez. Ennek következtében a képtávolság 10 cm-re megnő.

Mekkora a lencse a fókusztávolsága? **(10 cm)**

22.

20 dioptriás gyűjtőlencsével állítjuk elő egy tárgy kicsinyített képet. Ha a tárgy nagyságát 1 cm-rel csökkentjük, a kép nagysága 1 mm-rel lesz kisebb.

Milyen távol van a tárgy a lencsétől? **(55 cm)**

23.

Egy gyűjtőlencse az optikai tengelyre merőlegesen álló tárgyról kétszeres nagyítású képet állít elő egy ernyőn. Ezután a tárgyat 8 cm-rel közelebb visszük a lencséhez, és az ernyővel újra megkeressük az éles képet. Ez a kép már háromszoros nagyítású lesz.

- a) Határozzuk meg a lencse fókusztávolságát! **(48 cm)**  
 b) Mennyivel kell az ernyőt elmozdítani? **(48 cm)**

24.

Egy gyűjtőlencse egy tárgyról háromszorosra nagyított valódi képet ad. Ha a lencsét 5 cm-rel közelebb visszük, akkor ötszörös nagyítású valódi képet kapunk.

- a) Mekkora a tárgytávolság az első esetben? **(50 cm)**  
 b) Mekkora a lencse fókusztávolsága? **(37,5 cm)**

25.

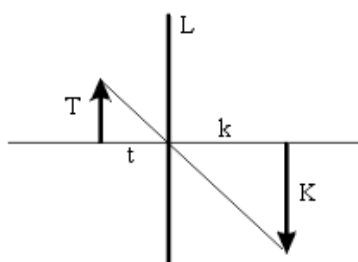
Gyűjtőlencsével állítjuk elő egy tárgy éles képét egy ernyőn. Ha felcseréljük egymással a tárgyat és az ernyőt, akkor az ernyőn a kép hosszmeretei 44%-kal nagyobbak az előző kép hosszmereteinél. A tárgy és a kép távolsága 121 cm.

- a) Mekkora a lencse fókusz távolsága? **(30 cm)**  
 b) Mekkora a képek, ha a tárgy nagysága 12 cm? **(10 cm, 14,4 cm)**

26.

Egy optikai tárgy és az ernyő távolsága  $L = 100$  cm. A tárgy és az ernyő közé helyezett gyűjtőlencsével a tárgy éles képét hozzuk létre az ernyőn. Ezután a lencsét  $H = 40$  cm-rel elmozdítjuk előbbi helyétől, és az ernyőn ismét a tárgy éles képét látjuk. Határozzuk meg a lencse fókusz távolságát!

27.



Az ábra szerinti elrendezésben a tárgy és az ernyő távolsága 85 cm. Ha a lencse a tárgytól 30 cm távolságban van, az ernyőn éles képet kapunk.

- a) Hány dioptriás a lencse és mekkora a nagyítás?  
 b) Mennyivel mozdítsuk el a lencsét ahhoz, hogy az ernyőn újra éles kép keletkezzen?

28.

Egy gyűjtőlencsével egy tárgyról kétféle beállításban hoztuk létre valódi képet. A tárgy és a kép egymástól mért távolsága mindegyik esetben 30 cm volt. A második beállításban a lencse 6 cm-rel volt messzebb a tárgytól, mint az első esetben. Mennyi a lencse gyűjtőtávolsága?

29.

Egy gyűjtőlencsétől 5 cm-re levő tárgyról éles képet kapunk egy ernyőn. Ha a lencsét 10 cm-rel eltoljuk az optikai tengelyen, újból éles képet kapunk az ernyőn. (A tárgy és az ernyő nem mozdult el.)

- a) Mekkora a lencse fókusz távolsága?  
 b) Hányszoros a nagyítás mindkét esetben?

30.

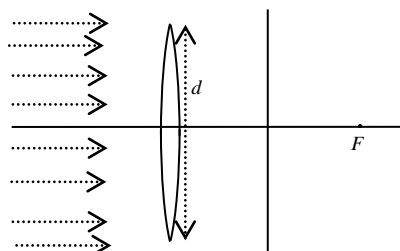
Egy 20 cm fókusz távolságú gyűjtőlencsével fókuszáljuk a napfényt. A fénysugarak párhuzamosak a lencse optikai tengelyével. A lencse mögé, a lencsétől 30 cm-re, az optikai tengelyre merőlegesen papírlapot helyezünk. Mit látunk a papíron, ha kissé megdöntjük?

- A) egy fénylő pontot, ami rövidesen kigyullad  
 B) megvilágított kört  
 C) egy fénylő ellipszist

31.

Egy  $f = 40$  cm fókusz távolságú,  $d = 8$  cm átmérőjű gyűjtőlencsére az optikai tengellyel párhuzamos fénysugarak érkezik.

- a) A lencse mögé, a lencsétől 20 cm távolságra egy ernyőt helyezünk. Mit látunk az ernyőn?  
 b) Az ernyőt egy síktükörrre cseréljük. Készíts ábrát és rajzold meg a tükörről visszaverődő fénysugarak további menetét!



32.

Két egyforma,  $f=20$  cm fókusztávolságú lencsét helyezünk el egymástól adott távolságra, közös optikai tengelyen. Ha erre a lencserendszerre a tengellyel párhuzamos fénynyalábot bocsátunk, azt tapasztaljuk, hogy párhuzamos nyaláb lép ki belőle. Növeljük kétszeresére a lencsék közötti távolságot és ekkor bocsássunk a rendszerre párhuzamos fénysugarakat a tengellyel!

- Készítsen vázlatot a sugármenetről mindkét esetre vonatkozóan! (-)
- A második esetben hol metszik a sugarak a tengelyt a második lencséből való kilépés után? (**30 cm**)

33.

Egy 25 cm gyújtótávolságú gyűjtőlencse elé 37,5 cm távolságban egy kis izzót, mögéje 50 cm távolságban a tengelyre merőlegesen egy síktükröt helyezünk el.

Hol és milyen képet kapunk? (**k = 75 cm**)

34.

Egy gyűjtőlencse optikai tengelyén. A lencsétől 30 cm távolságra, pontszerű fényforrást helyezünk el. Ekkor a másik oldalon a lencsétől 45 cm-re levő ernyőn kör alakú fényfolt keletkezik. Az ernyőt távolítva megjelenik a fényforrás pontszerű képe. Még távolabb, 75 cm-es lencse-ernyő távolság esetén, az ernyőn ugyanolyan átmérőjű, kör alakú fényfolt keletkezik, mint a 45 cm-es lencse-ernyő távolság esetén.

- Hol volt az ernyő, akkor, amikor a pontszerű kép keletkezett? (**k = 60 cm**)
- Mennyi a lencse fókusztávolsága? (**f = 20 cm**)

35.

Egy 24 cm fókusztávolságú gyűjtőlencse optikai tengelyén, a lencsétől 40 cm távolságra egy tárgy áll. A lencse túlsó oldalán a tengelyre merőlegesen síktükröt helyezünk el.

- Hová helyezzük el a síktükröt, hogy a lencse és a tükör között, a lencsétől 24 cm-re valódi kép keletkezzék? (**42 cm**)
- Hányszoros ekkor a nagyítás? (**1,5**)

## 26. Fotonok, atomfizika

### Alapfeladatok

#### Foton modell

1.

600 nm hullámhosszúságú sárga fény  $1,7 \cdot 10^{-18}$  W teljesítményt szállít a retinához. Hány foton érkezik ekkor 1 s alatt a szembe?

2.

Egy áramkörbe kapcsolt fotocella katódját 0,1 W teljesítményű, 400 nm hullámhosszúságú fényvel világítjuk meg. Hány foton érkezik 1 másodperc alatt a katódra?

3.

A fotoszintézishez az energiát a napfény zöld fotonjai szolgáltatják. Ezek hullámhossza  $5 \cdot 10^{-7}$  m. A fotoszintézis során keletkező szőlőcukor mólnyi mennyiségének képződéséhez szükséges energia  $1,3 \cdot 10^6$  J.

Legalább hány foton szükséges ahhoz, hogy egyetlen szőlőcukor molekula képződjék?

A szükséges adatokat vegyük táblázatból két értékes jegy pontossággal! **(5,5 azaz 6)**

4.

A szem ideghártyájára jutó,  $5 \cdot 10^{-7}$  m hullámhosszú egyetlen foton látásérzetet kelt. A látóidegpálya két adott pontja között 100 ohm ellenálláson az említett egyetlen foton hatására  $10^{-4}$  s ideig  $10^{-5}$  V potenciálkülönbség lép fel.

a) Hány J az említett foton energiája? **( $4 \cdot 10^{-19}$  J)**

b) Az idegpályán keletkező elektromos jel energiája hányszorosa a foton energiájának? **(250)**

A szükséges adatokat táblázatból keressük ki!

5.

Vákuumban haladó elektromágneses hullám síkfelülettel határolt szigetelőhöz érkezik. A beesési szög  $50^\circ$ , a törési szög  $25^\circ$ , a hullámhossz a szigetelőben 496,5 m.

a) Mekkora az elektromágneses hullámot kibocsátó antenna rezgőkörének induktivitása, ha kapacitása 500 pF? **( $4,56 \cdot 10^{-4}$  H)**

b) Mekkora az elektromágneses hullám egy fotonjának energiája? **( $2,2 \cdot 10^{-29}$  J)**

A Planck-állandó értéke:  $6,6 \cdot 10^{-34}$  Js; a fény sebessége levegőben  $3 \cdot 10^8$  m/s.

6.

A földi légkör ózontartalmának csökkenése következtében számolnunk kell a Nap ultraibolya sugárzásának egészségkárosító hatásaival. A sugárzás hatásának első látható jele a bőrpír (erythema) megjelenése. Az ezt kiváltó fényenergiának a mennyisége függ a fény hullámhosszától: a tapasztalat szerint például levegőben mért 254 nm-nél 3,7 mJ, 300 nm-nél pedig 13 mJ energiának kell 1 cm<sup>2</sup> bőrfelületre esnie ahhoz, hogy a bőrpír fellépjen.

a) Hányszor nagyobb a bőrpírt kiváltó fotonok száma a 300 nm hullámhosszúságú fénysugárzásban, mint a 254 nm-esben?

b) Mekkora az említett fotonok energiája és hullámhossza az 1,48 törésmutatójú kvarcüvegben?

A fény sebessége levegőben  $3 \cdot 10^8$  m/s; a Planck-állandó értéke  $6,6 \cdot 10^{-34}$  Js.

7.

Egy sebészeti lézer infravörös fényt sugároz rövididejű impulzusok formájában. Az egyes impulzusok időtartama 0,05 s, a sugárzás teljesítménye az egyes impulzusok alatt 10 W, a kisugárzott fény hullámhossza 10,6  $\mu$ m. A körkeresztmetszetű lézerefény nyalábjának átmérője a testszövet felületén 0,6 mm.

a) Hány fotonból áll az impulzus? **( $2,68 \cdot 10^{19}$ )**

b) Egy impulzus energiájának hányadrésze melegítené fel a 0,03 mm vastag testszövetet 50 °C-kal? **(1/298)**

A testszövet fajhője 3,8 kJ/kgK, sűrűsége  $1,04 \cdot 10^3$  kg/m<sup>3</sup>; A Planck-állandó értéke  $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Js.

<sup>34</sup> Js; a fény sebessége levegőben  $c=3\cdot 10^8$  m/s.

### Fényelektromos jelenség

8.

Egy fotocellában fényelektromos jelenséget hozunk létre. A fény  $\nu$  frekvenciájú, a kilépési munka  $W$ , az elektron tömege és sebessége  $m$  és  $u$ , a Planck-állandó  $h$ . Válasszuk ki az igaz és hamis állításokat!

- A fotonok energiája  $h\cdot\nu$ .
- Növelve a fény frekvenciáját, növekszik a kilépő fotonok száma.
- Növelve a megvilágító fény erősségét, növekszik a kilépő elektronok sebessége.
- Az adatok között teljesül, hogy  $u = \sqrt{\frac{2(h\nu - W)}{m}}$ .

9.

Céziumkatódos fotocellára  $7,6\cdot 10^{14}$  Hz frekvenciájú fénnel világítunk. A katódra jellemző kilépési munka  $3\cdot 10^{-19}$  J. Mekkora a katódból kilépő elektronok sebessége? (Az elektron tömege  $9,1\cdot 10^{-31}$  kg, a Planck-állandó  $6,6\cdot 10^{-34}$  J·s.)

10.

Fotocella katódjából kilépő elektronok sebessége  $5,8\cdot 10^5$  m/s nagyságú, ha a megvilágító fény hullámhossza  $652\cdot 10^{-9}$  m. Mekkora a kilépési munka? (Az elektron tömege  $9,1\cdot 10^{-31}$  kg, a Planck-állandó  $6,6\cdot 10^{-34}$  J·s, a fény sebessége  $3\cdot 10^8$  m/s.)

11.

A tantálfémnél a legnagyobb hullámhosszúságú foton, amely még elektronokat képes kiválasztani 297,4 nm-es hullámhosszúságú. Mennyi a kilépési munka?

### Ellentér módszer

12.

Egy fotocella katód- és anódkivezetését kondenzátorhoz kapcsoljuk. A katódot, melynek kilépési munkája  $2\cdot 10^{-19}$  J,  $425\cdot 10^{-9}$  m hullámhosszúságú fénnel világítjuk meg. Mekkora feszültségre töltődik fel a kondenzátor? (Az elektron töltése  $1,6\cdot 10^{-19}$  C, a Planck-állandó  $6,6\cdot 10^{-34}$  J·s, a fény sebessége  $3\cdot 10^8$  m/s.)

13.

Egy fotocella katódját  $\lambda=4,62\cdot 10^{-7}$  méter hullámhosszúságú kék fénnel világítjuk meg. Az anódhoz képest a katódot mind nagyobb feszültségre kötjük. Az anódáram 1,4 V feszültség elérésekor megszűnik. Mekkora a katód anyagának kilépési munkája? (Az elektron tömege  $9,1\cdot 10^{-31}$  kg, töltésének nagysága  $1,6\cdot 10^{-19}$  C, a Planck-állandó  $6,6\cdot 10^{-34}$  J·s, a fény sebessége  $3\cdot 10^8$  m/s.)

14.

A fotocella katódját először zöld, majd kék fénnel világítjuk meg. A fotocellához kapcsolt kondenzátor a második esetben 0,32 V-tal nagyobb feszültségre töltődik fel. Mennyi a két fény frekvenciájának különbsége?

### Atomok fénykibocsátása

15.

Mekkora hullámhosszúságú fényt bocsát ki a H-atom, ha elektronja az  $n_1 = 5$  főkvantumszámú állapotból az  $n_2 = 2$  főkvantumszámú állapotba kerül?

(A H-atom elektronjának energiája az  $n$  főkvantumszámú állapotban  $E = -\frac{2,2\cdot 10^{-18} \text{ J}}{n^2}$ .)

A Planck-állandó  $6,6\cdot 10^{-34}$  J·s, a fény sebessége  $3\cdot 10^8$  m/s.)

16.

A H-atom színeképében a látható színeképvonalak alkotják a Balmer-sorozatot. Ez akkor jön létre, ha az elektron az első gerjesztett állapotba kerül valamely magasabb energiájú gerjesztett állapotból. Az első gerjesztett állapot energiája  $-0,54$  aJ. Adja meg rendre a további gerjesztett állapotok energiáit, tudva, hogy a színeképben a következő hullámhosszú vonalak találhatóak a Balmer-sorozatban:

656,28 nm; 486,13 nm; 434,00 nm; 410,17 nm; 397,00 nm; 388,90 nm.

### Haladó szintű feladatok

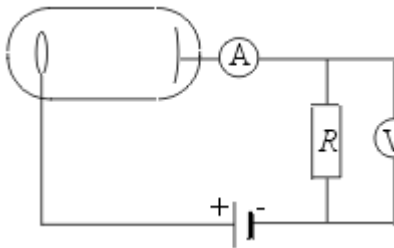
#### Foton modell

17.

Egy áramkörbe kapcsolt fotocella katódját  $0,1$  W teljesítményű,  $400$  nm hullámhosszúságú fényvel világítjuk meg.

- Hány foton érkezik 1 másodperc alatt a katódra?
- Mekkora a fotocellán átfolyó áramerősség, ha feltételezzük, hogy minden foton elektront vált ki?

18.



Az ábra szerinti elrendezésben, ha nincs megvilágítva a vákuum-fotocella, akkor az árammérő  $5 \cdot 10^{-8}$  A áramot jelez. Megvilágítva, az áram  $1,5 \cdot 10^{-6}$  A-ra növekedik.

- Mekkora az  $R$  ellenállás, ha a megvilágítás esetén a  $10$  Mohm ellenállású feszültségmérő  $3$  V feszültséget jelez? **(2,5 Mohm)**
- Legalább hány foton ütközik a katódnak másodpercenként ennél a megvilágításnál? **( $9,06 \cdot 10^{12}$ )**

19.

Egy  $600$  nm hullámhosszúságú,  $1000$  W teljesítményű lézersugár merőlegesen esik egy tükörré.

- Határozd meg a lézerfény fotonjainak energiáját és lendületét!
- Hány foton éri másodpercenként a tükört?
- Mekkora nyomóerő hat a tükörré a fény beesése és visszaverődése miatt, ha a  $100\%$ -os visszaverődést tételezünk fel?

20.

Kísérleti tapasztalat, hogy a fény nyomást fejt ki arra a tükörré, amelyről visszaverődik. Tegyük fel, hogy egy tökéletesen tükröző felületre merőlegesen esik be  $700$  nm hullámhosszú fény: másodpercenként  $1018$  számú fénykvantum.

- Mennyi energiát szállít a tükörré eső fény másodpercenként?
- Mekkora a tükörré  $1$  másodperc alatt érkező fénykvantumok összes lendülete?
- Mekkora gyorsulással indulna el a  $0,1$  kg tömegű tükör a róla visszaverődő fény nyomásának hatására, ha mozgásában semmi se akadályozná?

$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Js;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

21.

Egy  $8 \cdot 10^{-16}$  J energiájú foton ütközik egy nyugvónak és szabadnak tekinthető elektronnal. A visszaverődő foton a beesővel ellentétes irányban halad.

- Mekkora a beeső foton hullámhossza? **( $2,44 \cdot 10^{-10}$  m)**
- Mekkora az ütközés után az elektron sebessége? **( $5,8 \cdot 10^6$  m/s)**
- A visszaverődő foton hullámhossza hány százalékkal nagyobb a beeső foton hullámhosszánál? **(2 %)**

(A Planck-állandó  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  Js, az elektron tömege  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg.)

**Röntgensugárzás****22.**

Egy orvosi röntgenberendezésben 9 kV feszültséggel gyorsított elektronok váltják ki lefékeződésükkor a röntgensugárzást.

a) Mekkora az elektronok de Broglie-hullámhossza közvetlenül a becsapódás előtt? **( $1,29 \cdot 10^{-11}$  m)**

b) Mekkora a keletkező röntgensugárzás fotonjainak legkisebb hullámhossza? **( $1,375 \cdot 10^{-10}$  m)**

Az elektron töltése  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C; tömege  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$  kg;  $h=6,6 \cdot 10^{-34}$  Js;  $c=3 \cdot 10^8$  m/s.

**23.**

Egy mellkasi röntgenvilágítás során a röntgenső 70kV feszültség mellett 4 mA áramot vesz fel, és 0,5%-os hatásfokkal alakítja át az elektromos energiát a röntgensugárzás energiájává. Tételezzük fel, hogy a pontszerű sugárforrásból kilépő röntgensugárzás egyenletesen oszlik el a féltérben.

a) Legalább mekkora a kilépő röntgensugárzás hullámhossza? **( $1,77 \cdot 10^{-11}$  m)**

b) Mennyi energia érkezik négy másodperc alatt a sugárforrástól 0,9 m távolságra lévő, a sugárzásra merőleges  $1 \text{ cm}^2$  nagyságú bőrfelületre? **(0,11 mJ)**

Az elemi töltés nagysága:  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C; a Planck állandó értéke:  $6,6 \cdot 10^{-34}$  Js; a fénysebesség értéke  $3 \cdot 10^8$  m/s.

**Fényelektromos jelenség****24.**

Egy vákuum-fotocella katódjából kilépő elektron de Broglie-hullámhossza  $1,25 \cdot 10^{-9}$  m. A kilépési munka  $1,5 \cdot 10^{-19}$  J.

a) Mennyi a kilépő elektron lendülete (impulzusa)? **( $5,3 \cdot 10^{-25}$  kg.m/s)**

b) Mennyi a kilépő elektron mozgási energiája? **( $1,55 \cdot 10^{-19}$  J)**

c) Mekkora hullámhosszúságú fényel világítottuk meg a fotokatódot? **( $6,5 \cdot 10^{-7}$  m)**

$h = 6,63 \cdot 10^{-34}$  Js;  $m = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg;  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.

**25.**

Légüres térben lévő lítium lemezre  $7,5 \cdot 10^{14}$  Hz frekvenciájú fény esik. Ennek hatására a lemezből elektronok lépnek ki.

a) Mekkora a lítium lemezt elhagyó elektronok maximális sebessége? **( $4,12 \cdot 10^5$  m/s)**

b) Mekkora a maximális sebességgel kilépő elektronok de Broglie-féle hullámhossza? **(1,77 nm)**

c) Hányszorosa a maximális sebességgel kilépő elektron lendülete (impulzusa) a beeső foton lendületének (impulzusának)? **(226)**

Lítium esetén a kilépési munka:  $4,2 \cdot 10^{-19}$  J, az elektron tömege:  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, a Planck-állandó:  $6,63 \cdot 10^{-34}$  Js, a fény sebessége:  $3 \cdot 10^8$  m/s.

**26.**

Egy 100 W teljesítményű fényforrás  $5,89 \cdot 10^{-7}$  m hullámhosszúságú monokromatikus fényt sugároz ki. Feltételezzük, hogy a fényforrás minden irányban egyenletesen és egyformán sugároz. A fényforrástól 0,5 m távolságra, a fénysugarakra merőlegesen  $2 \text{ cm}^2$  katódfelületű fotocellát helyeztünk el.

a) Mekkora áram folyik a fotocellán, ha minden foton elektront vált ki?

b) Mekkora maximális sebességgel hagyják el az elektronok a céziumkatódot, ha egy elektron kilépéséhez  $3 \cdot 10^{-19}$  J energiára van szükség?

**27.**

Egy pontszerű fényforrás 500 nm hullámhosszúságú fényt sugároz egyenletesen minden irányban. A kibocsátott fényenergia másodpercenként 2 mJ.

A fényforrástól 2 m távolságban egy kicsiny, 2 mm átmérőjű, céziumból készült korong áll a fény terjedési irányára merőlegesen.

a) Hány foton érkezik a korongra másodpercenként?

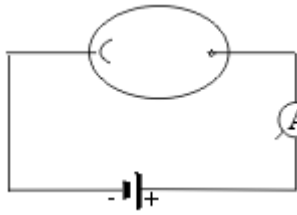
b) Legalább mekkora a céziumból a fotonok által kilökött elektronok De Broglie-



hullámhossza?

Céziumra a kilépési munka  $1,96 \text{ eV} = 3,14 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ; a fénysebesség  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;  
a Planck-állandó  $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ; az elektron tömege  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

28.



Az ábrán látható fotocella katódja olyan fém, amelyre az elektronok kilépési munkája  $3,92 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . A fotocellát egy adott frekvenciájú fényel világítjuk meg. Esetünkben a katódra érkező fotonok közül csak minden harmadik hatására lép ki elektron. Ennek következtében az árammérő  $50 \mu\text{A}$ -t mutat.

a) Legfeljebb mekkora a megvilágító fény hullámhossza?  
**(505 nm)**

b) Egy percre tartó megvilágítás esetén legalább mennyi fényenergia érkezik a katódra?  
**(0,022 J)**

A Planck-állandó értéke  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ; a fény sebessége levegőben  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

### Ellentér módszer

29.

Egy vákuum-fotocella lítiumból készült katódját  $400 \text{ nm}$  hullámhosszú fényel világítjuk meg.

a) Mekkora ellenfeszültséggel lehetne lefékezni a legnagyobb mozgási energiával kilépő elektronokat?

b) Mennyi a maximális mozgási energiával kilépő elektronok de Broglie-féle hullámhossza?  
Lítium esetén a kilépési munka:  $4,2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ , az elektron tömege:  $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ , az elemi töltés:  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , a Planck-állandó:  $6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ , a fény sebessége:  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

30.

Egy fotocella katód-és anódkivezetését kondenzátorhoz kapcsoljuk. A katódot, amelyen a kilépési munka  $2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ ,  $425 \text{ nm}$  hullámhosszú fényel világítjuk meg.

a) Mekkora feszültséggel töltődik fel a kondenzátor? **(1,67 V)**

b) Hány elektron tölti a kondenzátort, ha a kapacitása  $2 \text{ nF}$ ? **(2,09 \cdot 10^{10})**

$h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ ,  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

31.

Egy fém-elektrodás vákuum-fotocellával végzett kísérlet során a  $600 \text{ nm}$  hullámhosszú sárga fény hatására meginduló áramot  $0,1 \text{ V}$  ellenfeszültséggel lehetett megszüntetni, míg a  $400 \text{ nm}$  hullámhosszú kék fény esetén ehhez  $1,1 \text{ V}$ -ra volt szükség.

Ezekből a mérési adatokból mekkora érték adódott

a) a Planck-állandóra?

b) a katód anyagának kilépési munkájára?

A fénysebesség vákuumban  $3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ ; az elemi töltés  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ .

32.

Egy  $100 \text{ W}$  teljesítményű fényforrás a hálózathoz felvett teljesítménye  $5\%$ -át alakítja át  $560 \text{ nm}$  hosszúságú monokromatikus fényre. Ez a fény báriumkatódú fotocellát világít meg.

a) Hány foton bocsát ki másodpercenként a fényforrás? **(1,4 \cdot 10^{19})**

b) Mekkora sebességgel lépnek ki a fény hatására az elektronok a katódból? **(4,28 \cdot 10^5 m/s)**

c) Mekkora fékező feszültséget kell a fotocellára kapcsolni, hogy a katódból kilépő elektronok ne jussanak az anódra? **(0,52 V)**

$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ , a fény terjedési sebessége vákuumban  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ .

### Atomok fénykibocsátása

33.

Magyarázza meg, hogy a H-atom színe miért vonalas?

34.

Ismertesd a „betöltési” szabályokat! Az alapállapotú semleges N-atomban 7 elektron van.

Mely elektronállapotok vannak betöltve elektronokkal?

Az alapállapotú semleges N-atomban 7 elektron van. Van-e az atomban 3s állapotú elektron?

- A) Nem                      B) Igen

35.

Az alapállapotú N-atomban 7 elektron van. Van-e az atomban két olyan 2p állapotú elektron, amelyeknek csak a spinje különbözik?

- A) Nem                      B) Igen

36.

A Napból mindenféle színű fény érkezik a Föld légköréhez. A fény kölcsönhatásba lép a légköri molekulákkal és ennek eredményeként haladási iránya megváltozik (szóródik). Milyen színű fény esetén jelentősebb a szóródás?

- A) vörös                      B) kék                      C) fekete

37.

Az alapállapotú H-atom energiája  $E_1 = -2,19 \cdot 10^{-18}$  J, lehetséges állapotainak energiáját az

$E_n = \frac{E_1}{n^2}$  összefüggés határozza meg, ahol n a főkvantumszám. Milyen két főkvantumszám jellemzi azokat az állapotokat, amelyek közötti átmenet során a H-atom 661 nm hullámhosszúságú látható fényt bocsát ki? (A fény sebessége  $3 \cdot 10^8$  m/s, a Planck-állandó értéke  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  Js.)

38.

Alapállapotú H-atomokat tartalmazó gázt erős ultraibolya fénnel világítunk meg, melynek hullámhossza 96,11 nm. Ez a H-atomokat gerjeszti, és a gáz látható fénnel világít. Milyen hullámhosszakat tartalmaz a gáz által kisugárzott látható fény?

39.

Ha a Franck-Hertz kísérletben a katódsugárcsőben lévő Hg-atomok gerjeszthető elektronja  $\Delta E_{12} = 2$  aJ energiával lenne gerjeszthető, akkor mekkora gyorsítófeszültség esetén tapasztalnánk az első áramletörést?

40.

Milyen frekvenciájú fotonok elnyelésére képes a szilíciumkristály, ha tiltott sávjának szélessége 0,18 aJ?

41.

Jelölje  $\lambda_{\min}$  a hidrogénatom elektronja által kibocsátható legkisebb hullámhosszúságú foton hullámhosszát! Kibocsáthat-e ez az atom  $2\lambda_{\min}$  hullámhosszúságú fotont?

- A) Igen                      B) Nem

42.

Egy  $a = 2 \cdot 10^{-9}$  m hosszúságú láncmolekulában delokalizált elektron lehetséges energiái:

$$E_k = \frac{h^2}{8ma^2} (k+1)^2.$$

Mekkora hullámhosszúságú fotont bocsát ki a molekula, ha elektronja a  $k_1 = 1$  kvantumszámú állapotból a  $k_2 = 0$  kvantumszámú állapotba legerjesztődik?

43.

Becsülje meg, hogy a paprika piros színét okozó kapszorubin-molekula milyen hullámhosszúságú látható fényt nyel el, ha tudjuk, hogy  $1,7 \cdot 10^{-9}$  m hosszúságú láncmolekuláról van

szó, amelyben 9 elektron-pár delokalizálódott.

### Versenyfeladatok

44.

A Nap  $3,86 \cdot 10^{26}$  W teljesítménnyel bocsát ki elektromágneses sugárzást. A Föld 150 millió kilométer távolságra kering a Nap körül.

- Mennyi energia érkezik a Föld légkörének felső határához másodpercmként egy olyan  $1 \text{ m}^2$  nagyságú felületre, amely merőleges a Napból érkező sugárzásra?
- Mekkora lendülete van az  $1 \text{ m}^2$  felületre másodpercmként érkező fénynek?
- Mekkora az elnyelt fény nyomása, ha a fény útjába egy mindenféle fényt tökéletesen elnyelő merőleges felületet helyezünk? (A fény sebessége  $3 \cdot 10^8$  m/s.)

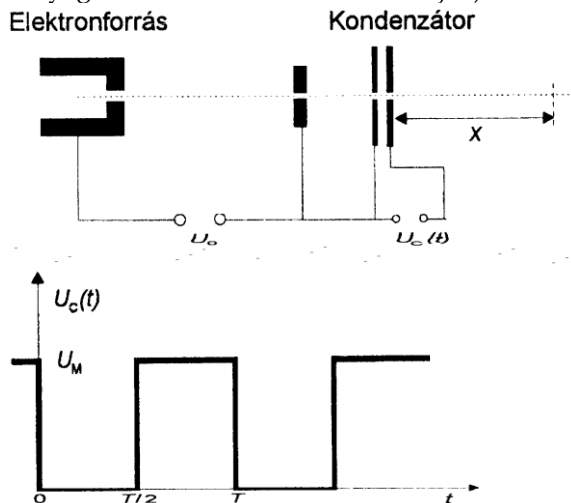
45.

Egy katódsugárcsőben a katódból elhanyagolható kezdősebességgel kilépő elektronok  $U_0 = 182$  V feszültségen gyorsulnak, majd egy keskeny, lyukas kondenzátoron haladnak keresztül, amelyre az ábrán látható nagyfrekvenciás négyszögrezgés alakú feszültség van kapcsolva, amelynek csúcshőfeszültsége  $U_M = 102,374$  V, és periódusideje  $5 \cdot 10^{-9}$  s.

Ha a négyszögrezgés nincs bekapcsolva, akkor a kondenzátoron áthaladó elektronnyaláb állandó áramerőssége  $I = 1$  mA.

Ábrázoljuk áramerősség - idő grafikonon az áramerősség időbeli változását a cső azon helyein, amelyek a kondenzátortól  $x_1 = 10$  cm,  $x_2 = 20$  cm,  $x_3 = 15$  cm távolságra vannak, ha a négyszögrezgés be van kapcsolva!

(A négyszögrezgés polaritása olyan, hogy  $U_0(t) > 0$  esetén a kondenzátoron áthaladó elektronok sebessége növekszik. A kondenzátor olyan keskeny, hogy az elektronok elhanyagolható idő alatt áthaladnak rajta.)



46.

Az arany moláris atomtömege  $197$  g/mol, sűrűsége  $19,3$  g/cm<sup>3</sup>, kristályrácsa lapcentrált kocka szerkezetű. Az Avogadro-állandó értéke  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  mol<sup>-1</sup>. Határozza meg ezek alapján a szomszédos atomok középpontjainak távolságát az arany kristályrácsában! Hasonlítsa össze a számolt értéket a Függvénytáblázatban található mért értékkel!

47.

A klasszikus fizika szerint minden kristályos anyag egy móljának hőkapacitása (molhője) - hőmérséklettől és anyagi minőségtől függetlenül -  $C = 3R$ , ahol  $R = 8,31$  J/mol.K. Ez az állítás azonban alacsony hőmérsékleteken nem egyezik a tapasztalattal. Elvégeztük például a következő mérést. Egy  $m = 189$  g tömegű alumínium mintát cseppfolyós nitrogénben lehűtöttünk, majd hőszigetelő (poliuretán) dobozba helyeztük. A minta belsejébe fűrt lyukba egy  $P = 35$  W teljesítménnyel működtetett fűtőszálat (pákabetétet) helyeztünk és

termopárral mértük a melegedő minta hőmérsékletét az eltelt idő függvényében. Mérési eredményeink a következők voltak:

$t$ (s)	0	20	40	60	80	100	120	160	200	240	280	320	360	400
$T$ (K)	73	83	92	99	106	113	119	131	142	153	163	173	183	192

$t$ (s)	440	480	520	560	600	640	680	720	760
$T$ (K)	202	211	220	229	238	247	256	265	273

(A hőmérsékletmérés pontossága olyan volt, hogy tizedfokokat már nem lehetett meghatározni.)

a) A mérési eredmények alapján határozd meg az alumínium molhőjét különböző hőmérsékleteken és ábrázold az értékeket grafikonon!

$$C = 3R \left( \frac{\varepsilon_0}{kT} \right)^2 \frac{e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}}}{(e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} - 1)^2}$$

b) A molhőnek a hőmérséklettől való függése csak a kvantummechanika alapján értelmezhető. Ha feltételezzük, hogy a kristály minden atomja három lineáris rezgést végez egyforma frekvenciával és a rezgések között véletlenszerű energiacsere lehetséges, akkor az elméleti számítások szerint a molhőre a következő adódik:

A formulában  $\varepsilon_0$  az atomi rezgések energiakvantuma. **Becsüld meg az alumínium kristályban rezgő atomok energiakvantumának értékét!**

c) Az elmélet szerint  $\varepsilon_0 = h\nu$ , ahol  $\nu$  a kristályban rezgő atomok frekvenciája,  $h$  pedig a Planck-állandó. **Becsüld meg a Planck-állandó értékét** úgy, hogy az alumínium rugalmas állandói és más anyagi jellemzői alapján megbecsülöd a rezgő atomok  $\nu$  frekvenciáját és a fenti összefüggésből meghatározod a Planck-állandót!

A  $\nu$  becslésnél használhatod a klasszikus fizika eszközrendszerét. A kristály geometriai viszonyait leegyszerűsítheted, elképzeld például, hogy az atomok egymáshoz illeszkedő kockák csúcsaiban helyezkednek el.

Az alumínium néhány anyagi jellemzője:

Moltömeg  $M = 27$  g/mol, sűrűség  $\rho = 2700$  kg/m<sup>3</sup>, rugalmassági modulus  $E = 68,6$  GPa. Esetleg szükség lehet a torziós modulus értékére:  $G = 26,5$  GPa.

48.

A pozitronium olyan alakzat, ami egy elektrontól és egy pozitrontól (az elektron antirészecskéjéből) áll, rövid ideig létezik, majd fotonok szétsugárzásával megszűnik. Ez a rövid élettartam azonban elegendő a pozitronium szinképek tanulmányozásához. A mérések azt mutatják, hogy a pozitroniumra kiválóan alkalmazható a Bohr-modell, vagyis az a fél-klasszikus leírás, amiben azt tételezzük fel, hogy a pozitronban lévő elektron a pozitron elektrosztatikus vonzásának következtében körpályán mozog, és körmozgásából származó pályaperdülte a Planck-állandó  $2\pi$ -ed részének ( $h/2\pi$ ) egészszámszorosa.

- Adjuk meg, hogy mekkora a pozitronium első gerjesztett szintjén lévő elektronja fordulatszámának és annak a frekvenciának az aránya, amilyen frekvenciájú fotont sugároz ki a pozitronium elektronja, miközben az első gerjesztett szintről alapállapotba kerül!
- Adjuk meg ugyanezt az arányt, ha nem az első gerjesztett szintről kerül eggyel alacsonyabb energiaszintre az elektron, hanem egy nagyon magasan gerjesztett szintről eggyel lejjebb!

## 27. Magfizika

1.

Rendszám, tömegszám, izotópok. Írja le ezen fogalmak fizikai jelentését!

2.

Hányszor nagyobb két proton között az elektromos taszítás, mint a gravitációs vonzás? Határozza meg ezt az arányt két elektronra, illetve egy elektronra és egy protonra? (A proton tömege  $1,67 \cdot 10^{-27}$  kg, az elektroné  $9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, mindkét részecske töltésének nagysága  $1,6 \cdot 10^{-19}$  C, a Coulomb-törvényben szereplő arányossági tényező  $9 \cdot 10^9$  N·m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>, a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11}$  N·m<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

3.

Hofstadter elektronokkal végzett szórás kísérletében azt tapasztalta, hogy a nagyobb atommagok sugara (R) a tömegszám (A) köbgyökével arányos:  $R = R_0 \sqrt[3]{A}$ , ahol  $R_0 = 1,42 \cdot 10^{-15}$  m. Határozzuk meg ilyen magok esetén a mag sűrűségét! (Feltételezhetjük, hogy a protonok és neutronok tömege egyenlő,  $M_p = M_n = 1,67 \cdot 10^{-27}$  kg.)

### Tömeghiány jelensége, kötési energia

4.

Határozza meg az egy nukleonra jutó átlagos kötési energiát a  ${}^2_1\text{H}$  atommag esetén! (A proton tömege  $1,6726 \cdot 10^{-27}$  kg, a neutron tömege  $1,6749 \cdot 10^{-27}$  kg, a deutron mag tömege  $3,3431 \cdot 10^{-27}$  kg, a fény sebessége  $3 \cdot 10^8$  m/s.)

5.

Határozza meg az egy nukleonra jutó átlagos kötési energiát a  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$  és a  ${}^{56}_{26}\text{Fe}$  atommagok esetén! (A kalcium móltömege 40,080 g/mol, a vasé 55,847 g/mol, az Avogadro-szám  $6,022 \cdot 10^{23}$ . A proton tömege  $1,6726 \cdot 10^{-27}$  kg, a neutron tömege  $1,6749 \cdot 10^{-27}$  kg.)

6.

A szabad neutron instabil részecske, spontán bomlása során proton és elektron keletkezik (továbbá antineutrínó.) Mennyi a keletkező részecskék által elszállított mozgási energia? A neutron nyugalmi tömege  $1,6749 \cdot 10^{-27}$  kg, a protoné  $1,6726 \cdot 10^{-27}$  kg, az elektroné  $9,1061 \cdot 10^{-31}$  kg.)

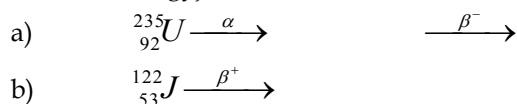
### Radioaktív bomlások

7.

Az  $\alpha$ -bomlást sok esetben  $\beta$ -bomlás követi. Miért?

8.

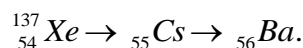
Egészítsd ki az alábbi bomlási egyenleteket a keletkező magok rendszámával, tömegszámával és vegyjelével!



${}_{89}\text{Ac}$	${}_{90}\text{Th}$	${}_{91}\text{Pa}$	${}_{92}\text{U}$	${}_{93}\text{Np}$	${}_{94}\text{Pu}$
${}_{51}\text{Sb}$	${}_{52}\text{Te}$	${}_{53}\text{I}$	${}_{54}\text{Xe}$	${}_{55}\text{Cs}$	${}_{56}\text{Ba}$

9.

A  ${}_{92}^{235}\text{U}$  mag neutron hatására például  ${}_{38}^{95}\text{Sr}$ -izotópra és  ${}_{54}^{137}\text{Xe}$ -izotópra hasad. Állapítsa meg, hogy hány neutron lép ki a fenti magreakció során! A keletkező izotópok tovább bomlanak. A xenon bomlásláncában a nyilak fölé írt betűkkel jelölje a bomlás módját, és írja be a hiányzó tömegszámokat:



10.

A  ${}^{14}\text{C}$   $T = 5736$  év felezési idővel  $\beta^-$  bomló. Egy anyag most 0,001 mól  ${}^{14}\text{C}$  izotópot tartalmaz.

- Mennyi most az anyag aktivitása?
- Mennyi lesz az aktivitása 10 000 év múlva?
- Mennyi idő alatt csökken az aktivitás a kezdeti érték 10-ed részére?  
(Az Avogadro-szám  $N_A = 6 \cdot 10^{23}$  1/mol.)

11.

Egy lombikban lévő vízbe jód-131 radioizotóp ( ${}^{131}\text{I}$ ) szennyezés került. Négy nap elteltével a lombik tartalmának aktivitása  $1,85 \cdot 10^2$  Bq volt. Hány gramm  ${}^{131}\text{I}$ -izotóp került a vízbe, ha 1 gramm  ${}^{131}\text{I}$ -izotóp aktivitása  $4,6 \cdot 10^{15}$  Bq, és a felezési idő 8 nap? ( **$5,6 \cdot 10^{-14}$  g**)

12.

A  ${}_{72}^{174}\text{Hf}$  (hafnium)  $2 \cdot 10^{15}$  éves felezési idővel  $\alpha$ -bomló.

- Mekkora lesz a keletkezett mag rendszáma (neve) és tömegszáma?
- Mekkora az aktivitása 1 kg  ${}_{72}^{174}\text{Hf}$ -t tartalmazó anyagnak?

13.

Mekkora 1 mol  ${}^{40}\text{K}$  aktivitása? Mennyi idő alatt csökken a 8-ad részére, ha a felezési idő  $1,28 \cdot 10^9$  év?

14.

Mennyi idő alatt csökken ezredrészére 0,1 g tiszta  ${}^{212}\text{Po}$ -izotóp aktivitása, ha felezési ideje  $3 \cdot 10^{-7}$  s?

15.

Egy tartály 4 mg rádiumot tartalmaz. A rádium tömegszáma 226, rendszáma 88.

- Hány rádiumatom van a tartályban?
- A rádium  $\alpha$ -bomló, felezési ideje 1680 év. Hány mg rádium lesz a tartályban 3360 év múlva?
- Hány rádiumatom bomlik el 1 s alatt?
- Milyen rendszámú és tömegszámú atommag keletkezik a rádium bomlásakor?

16.

A polónium 218-as tömegszámú izotópja  $\alpha$ -aktivitású. A radioaktív bomlás felezési ideje 3 perc, és minden egyes, a bomlás során keletkező  $\alpha$ -rész  $9 \cdot 10^{-13}$  J mozgási energiával hagyja el az atommagot.

- Hány atommag bomlik el  $10^{-6}$  kg polónium-izotópból az első 9 perc alatt? ( **$2,4 \cdot 10^{18}$** )
- Mennyi 20 °C-os vizet lehetne a légköri nyomáson elforralni azzal az energiával, ami eközben felszabadul? (**0,84 kg**)

Az Avogadro-szám:  $6,02 \cdot 10^{23}$  1/mol; a víz fajhője: 4,18 kJ/kgK, forráshője: 2256 kJ/kg.

17.

Radioaktív technéciummal végzendő orvosi vizsgálatához  $80 \cdot 10^6$  Bq aktivitású izotópot adnak be egy betegnek. A felhasznált izotóp felezési ideje 6 óra.

- Mekkora aktivitású preparátumot kell előkészíteni reggel 8 órára, ha az izotópot egy óra múlva, 9 órakor adják be a betegnek? (**90 MBq**)

A felhasznált izotóp tisztán gammasugárzó, bomlásakor atommagonként egyetlen

2,24 · 10<sup>-14</sup> J energiájú foton keletkezik.

b) Mekkora az előkészített preparátumból egy másodperc alatt kilépő fotonok összenergiája a beadás időpontjában? **(1,8 · 10<sup>-6</sup> J)**

**18.**

Egy üzemben a hegesztési varratok átvilágítására <sup>60</sup>Co-izotóp  $\gamma$ -sugárzását használják. A <sup>60</sup>Co bomlásakor atommagként két  $\gamma$ -foton keletkezik. Az egyik foton energiája 1,17 MeV, a másiké 1,33 MeV. A radioaktív preparátum a beszerzéskor 3,7 · 10<sup>10</sup> Bq aktivitású volt, egy év alatt aktivitása 12,2%-kal csökkent.

a) Mennyi a felezési idő, és mennyi idő alatt csökken az aktivitás a beszerzési érték harmadrészére? **(5,33 év; 8,45 év)**

b) Mekkora volt a preparátumból egy másodperc alatt kilépő  $\gamma$ -fotonok összenergiája a beszerzéskor? **(9,25 · 10<sup>10</sup> MeV = 14,8 mJ)**

**19.**

Egy urántömb 30% <sup>235</sup>U-izotópot és 70% <sup>238</sup>U-izotópot tartalmaz. Hány %-a lesz a tömbben lévő <sup>235</sup>U magok száma a <sup>238</sup>U magok számának 5 · 10<sup>9</sup> év múlva?

(A <sup>235</sup>U felezési ideje 7,1 · 10<sup>8</sup> év, a <sup>238</sup>U felezési ideje 4,51 · 10<sup>9</sup> év.)

**20.**

Egy urántömb 30% <sup>235</sup>U-izotópot és 70% <sup>238</sup>U-izotópot tartalmaz. Mennyi idő múlva lesz a <sup>235</sup>U mennyisége 0,1%-a a <sup>238</sup>U mennyiségének?

(A <sup>235</sup>U felezési ideje 7,1 · 10<sup>8</sup> év, a <sup>238</sup>U felezési ideje 4,51 · 10<sup>9</sup> év.)

## Egyéb

**21.**

Becsülje meg a termikus neutron átlagos sebességét!

**22.**

A neutronfizikában gyakran megoldandó feladat, hogy a hasadásban keletkező gyors neutronokat le kell lassítani. Ezt általában úgy oldják meg, hogy a gyors neutronokat valamilyen közegbe (lassító közeg) engedik. A neutronok rugalmasan ütköznek a közeget alkotó anyag atommagjaival és az ütközésekben energiát veszítve lelassulnak. Milyen anyagot alkalmaznál lassító közegként, ha az a cél, hogy a neutronok minél kevesebb ütközésben lelassuljanak?

A) Vízet.      B) Ólmot      C) Vasat.

**23.**

Mivel magyarázza azt a jelenséget, hogy ha egy atommag három részre hasad, akkor több neutron szabadul ki, mintha a mag csak két részre hasad?

**24.**

Jelöld, hogy az alábbi állítások igazak, vagy hamisak!

- Az azonos számú protont tartalmazó atommagok egymás izotópjai.
- A tömegszám a magban lévő neutronok számát adja meg.
- A vegyjelet a rendszám határozza meg.
- A nukleáris kölcsönhatás hosszú hatótávolságú.
- Két egymáshoz nagyon közel lévő neutron vonzza egymást.
- Egy mag tömege egy picivel mindig nagyobb, mint az őt alkotó szabad nukleonok tömegeinek összege.
- Ha egy magban a neutronok száma több mint az optimális neutronsám, akkor a mag valószínűleg  $\beta^-$  bomló.
- $\beta^+$  bomlásnál a magból egy elektron lép ki.
- $\beta^-$  bomlásnál a rendszám változatlan, a tömegszám eggyel növekszik.
- Az  $\alpha$  bomlásnál a tömegszám 4-gyel, a rendszám 2-vel csökken.
- A nehéz magok (pld <sup>235</sup>U) lassú neutronokkal ütközve kisebb részekre hasadnak, és

közben 2-3 gyors neutron szabadul fel. A hasadásban felszabaduló neutronok egy része újabb hasadást okozhat, így egy önfenntartó magfizikai láncreakció jöhet létre.

- Egy magfizikai láncreakció esetén az egymást követő fázisokban akkor növekszik a hasadások száma, ha a sokszorozási tényező kisebb, mint egy.
- Ha egy atomreaktorba kadmium rudakat engedünk le, akkor a sokszorozási tényező növekszik.
- Egy atomreaktorban a moderátor közeg elsődleges feladata a hasadásban keletkező neutronok lelassítása.
- A paksi atomerőműben a moderátor közeg grafit.
- Egy működő paksi atomreaktorban a hasadásokban felszabaduló energia vizet melegít.
- A paksi atomerőműben a primer körben keletkező gőz turbinát hajt.
- Két könnyű mag fúziója alacsony hőmérsékleten azért nem megy végbe, mert a magok kis mozgási energiájuk miatt nem tudnak a nukleáris kölcsönhatás hatótávolságán belülre kerülni a magok Coulomb-taszítása ellenében.
- A hidrogénbomba működése a maghasadáson alapszik.

25.

Egy nyugvó atommag két részre bomlik, és a részek szétrepülnek. Az egyik rész tömege fele a másikénak.

a) Melyik résznek nagyobb a mozgási energiája?

- A) a kisebb tömegűnek      B) a nagyobb tömegűnek      C) egyenlők

b) Hogyan aránylik a két rész mozgási energiája egymáshoz?

- A) 1:1      B) 1:2      C) 1:  $\sqrt{2}$

26.

A  ${}^{232}_{90}\text{Th}$  atommag  $\alpha$ -bomló.

- a) Határozza meg a keletkező maradék mag tömegszámát és rendszámát!  
 b) A bomlásban felszabaduló  $0,653 \cdot 10^{-12}$  J energia megoszlik a kilépő  $\alpha$ -részecske, és a visszalökődő maradék mag mozgási energiája között. Mekkora sebességgel lökődik vissza a maradék mag?

(Az  $\alpha$ -részecske tömege  $6,64 \cdot 10^{-27}$  kg, a maradék mag tömege  $378,58 \cdot 10^{-27}$  kg, a  ${}^{232}\text{Th}$  mag a bomlás előtt nyugalomban volt)

27.

Igen nagy távolságból  $\alpha$ -részecske közeledik egy eredetileg nyugvó, szabad lítium atommag felé a két részecskét összekötő egyenes mentén. A részecskéket pontszerűnek tekintjük.

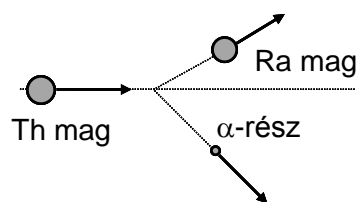
Mekkora az  $\alpha$ -részecske kezdeti mozgási energiája, ha a lítium atommagot  $10^{-14}$  m távolságra közelíti meg? ( **$2,18 \cdot 10^{-13}$  J**)

$m_{\alpha} = 6,64 \cdot 10^{-27}$  kg,  $q_{\alpha} = 3,3 \cdot 10^{-19}$  C,  $m_{\text{Li}} = 1,15 \cdot 10^{-26}$  kg,  $q_{\text{Li}} = 4,8 \cdot 10^{-19}$  C,  $k = 1/(4\pi \cdot \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9$  Nm<sup>2</sup>/C<sup>2</sup>.

28.

A tórium egyik izotópjának atommagjából az  $\alpha$ -bomlásnak nevezett folyamatban egy  $\alpha$ -részecske lökődik ki, a maradék mag pedig egy rádium atommag lesz. A bomlás során  $\Delta E = 6,5 \cdot 10^{-13}$  J magenergia szabadul fel, ami a szétlökődő  $\alpha$ -részecske és rádium mag mozgási energiája formájában jelenik meg. (Az  $\alpha$ -részecske tömege  $m_{\alpha} = 6,64 \cdot 10^{-27}$  kg, a rádium mag tömege 57-szerese az  $\alpha$ -részecske tömegének. A vizsgált jelenséget a magok körüli elektronok semmilyen módon nem befolyásolják.)

a) Mekkora lesz a szétlökődő részecskék sebessége abban a vonatkoztatási rendszerben,





amelyben a tórium mag nyugalomban volt?

b) Vizsgáljuk a bomlást olyan vonatkoztatási rendszerből, amelyben a tórium mag a bomlás előtt  $v_0 = 4,86 \cdot 10^5$  m/s sebességgel halad. Legfeljebb mekkora szöveget zárhat be a bomlásban keletkező rádium mag sebessége a tórium haladási irányával?

### **Katódsugárcső**

1980 orvosi 5g

Egy katódsugárcsőben az elektronokat  $U=104$  V állandó feszültséggel gyorsítjuk. A katódsugár áramerőssége  $I=2 \cdot 10^{-4}$  A. Az elektron tömege  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, töltése  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

- Hány elektron jut a cső világító ernyőjére másodpercenként? ( $1,25 \cdot 10^{15}$  db)
- Mekkora erőt fejtenek ki az ernyőre csapódó elektronok? ( $6,75 \cdot 10^{-8}$  N)

1989 TTKpót 5

Egy TV-képernyőn másodpercenként 25 kép jelenik meg. A képek 625 sorból, és soronként 830 képelemből állnak.

- Mekkora a katódsugár átlagos áramerőssége, ha a képernyőre becsapódó elektronok száma képelemenként átlagosan  $5 \cdot 10^8$ ? (1,04 mA)
  - Mekkora sebességűek az elektronok, ha a gyorsító feszültség 16 kV? ( $7,5 \cdot 10^7$  m/s)
  - Mekkora a katódsugár gyorsításához szükséges átlagos teljesítmény? (16,6 W)
- Az elektron tömege  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}$  kg, az elektron töltése  $e=1,6 \cdot 10^{-19}$  C.

## 28. Statisztikus fizika

### II. főtétel

1.

Normál légköri nyomáson 10 kg vizet elforralunk. Mekkora a víz entrópiaváltozása? ( $L_f = 2256 \text{ kJ/kg.}$ )

2.

Becsülje meg 1 kg etilalkohol  $0^\circ\text{C}$ -ról  $78,5^\circ\text{C}$ -ra történő melegítésekor, majd elforralásakor bekövetkező entrópiaváltozást! ( $L_f = 900 \text{ kJ/kg}$ ,  $c = 2380 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ , a forráspont  $78,5^\circ\text{C}$ )

3.

$20^\circ\text{C}$  hőmérsékletű, 40 g tömegű rézdarabot dobunk egy fazékba, amelyben 200 g,  $80^\circ\text{C}$  hőmérsékletű víz van.

- Mekkora lesz a közös hőmérséklet?
- Mennyivel változik a réz entrópiája?
- Mennyivel változik a víz entrópiája?
- Mennyivel változik a rendszer entrópiája?

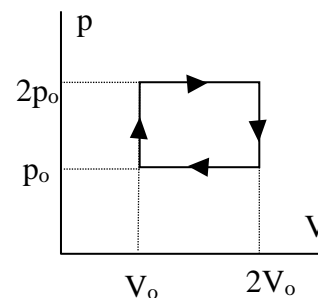
### Termikus hatásfok

4.

Egy erőmű  $300^\circ\text{C}$ -ra melegíti fel a turbinákhoz küldendő gőzt. A gőz a turbina után levő hűtőben  $100^\circ\text{C}$ -ra hűl le. Legfeljebb mekkora ennek a turbinának a hatásfoka? Hogyan lehetne ezen javítani?

5.

Az ábrán hélium-gáz munkavégző körfolyamata látható. Határozzuk meg a körfolyamat termikus hatásfokát!



### Boltzmann-eloszlás

6.

A  $\text{I}_2$  molekulában a jód-jód kötés kötési energiája  $0,25 \text{ eV}$ . Becsüljük meg, hogy egy mólnyi mennyiségű gázban átlagosan hány kötés bomlik fel  $600 \text{ K}$ , illetve  $3000 \text{ K}$  hőmérsékleten!

7.

Egy kémiai reakció sebessége  $310 \text{ K}$  hőmérsékleten háromszor akkora, mint  $280 \text{ K}$ -en. Becsüljük meg a reakció aktiválási energiáját!

8.

A víz párolgáshője  $40 \text{ kJ/mol}$ . Becsüljük meg, hogy hányszorosára növekszik a víz párolgásának sebessége, ha  $300 \text{ K}$ -ről  $340 \text{ K}$ -re növekszik a hőmérséklet!

9.

Feltételezve, hogy a Föld légköre mindenhol  $290 \text{ K}$  hőmérsékletű, határozzuk meg, hogy hány méter magasságban csökken a levegő sűrűsége  $25 \%$ -kal, a földfelszíni értékhez képest?

## 29. Felületi feszültség

1.

Egy szűk üvegcsőben a víz egy bizonyos szintig felemelkedik, a higany lesüllyed.

a) Magyarázd meg a jelenséget!

b) Miért nem emelkedik tovább a víz, és miért nem süllyed tovább a higany?

2.

Higanyba állított vékony üvegcső belsejében a higany szintje lesüllyed. Hogyan változik süllyedés közben a higany egészének a magassági energiája?

A) Csökken.

B) Növekszik.

C) Nem változik.

3.

A ricinusolaj felületi feszültségének meghatározása céljából ugyanazon vékony csövön keresztül azonos térfogatú vizet, majd olajat csepegtetünk ki. Azt tapasztaljuk, hogy vízből 25, olajból 48 csepp esett le. Határozzuk meg az olaj felületi feszültségét! ( $\alpha_{\text{víz}} = 7,3 \cdot 10^{-2}$  N/m,  $\rho_{\text{víz}} = 1000$  kg/m<sup>3</sup>,  $\rho_{\text{olaj}} = 960$  kg/m<sup>3</sup>)

4.

Egy adott mennyiségű folyadékot egy vékony üvegcsövön kicsepegtetve 60 cseppet számlálunk. Hány cseppet kapnánk, ha ugyanezt a kísérletet a Holdon lévő úrállomáson végeznénk? (A Holdon a testekre ható gravitációs erő hatoda a Föld felszínén mért értékeknek.)

A) 60 cseppet

B) 360 cseppet

C) 10 cseppet

5.

Egy függőleges, vízbe érő üveg kapillárisban a  $\rho$  sűrűségű víz H magassáig emelkedik. A külső légnyomás  $p_0$ .

a) Ábrázoljuk a kapilláris vizében kialakuló nyomást az edénybeli vízfelszíntől mért magasság függvényében.

b) A kapilláris vízzel telt részébe egy parányi lyukat fúrunk, amelyen a víz nem folyik ki. Merre görbül a lyuknál kialakuló folyadékhártya?

c)

6.

Egy függőleges helyzetű, R sugarú, vékonyfalú hosszú üveg kapillárist teljesen megtöltünk vízzel, majd a cső alsó és a felső nyílását szabaddá téve hagyjuk, hogy a víz lassan kifolyjon belőle. Legfeljebb milyen hosszúságú vízoszlop maradhat a csőben?

( $R=0,2$  mm,  $\alpha=0,073$  N/m. Feltehető, hogy a víz tökéletesen nedvesíti az üveget.)

7.

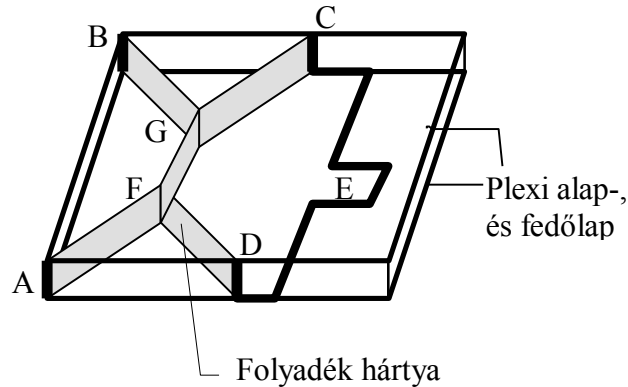
Egy  $\alpha$  felületi feszültségű r sugarú szappanbuborékban nagyobb a nyomás, mint a külső nyomás. A nyomáskülönbséget görbületi nyomásnak nevezik. Melyik összefüggés adhatja meg helyesen a görbületi nyomás kiszámítását?

$$A) \frac{4\alpha}{r^2} \quad B) \frac{4\alpha}{r} \quad C) \frac{4\alpha^2}{r}$$

8.

1999. döntő, Mikola

Az ábrán egy kísérleti eszköz\* vázlatos rajza látható. Az **A** és **B** fémcsonkok a plexi lapokhoz vannak rögzítve, a **C** és **D** csonkok merev kapcsolatban vannak egymással. A **CDE** idom a plexi lapok mentén csúsztatható, de az **ABCD** négyszög mindig téglalap marad. A fémcsonkok azonos magasságúak. Az  $\overline{AB} = \overline{CD}$  távolságot tekintjük egységnyinek,  $\overline{AB} = \overline{CD} = 1$ , jelöljük a változtatható  $\overline{AD} = \overline{BC}$  távolságot  $x$ -el!



- A berendezést  $x = 1$  esetén mosószeres oldatba mártjuk, és azt tapasztaljuk, hogy az ábrán látható geometriájú folyadék hártya alakul ki. Határozd meg a középen elhelyezkedő hártyszakasz (**FG**) hosszúságát!
- A **CDE** idom lassú, óvatos mozgatásával növeljük az  $x$  távolságot  $x = 2$  -ig. Hogyan változik eközben a hártya alakja? (Adj szöveges-, rajzos választ!)
- Ezt követően a **CDE** idom lassú mozgatásával csökkentjük az  $x$  távolságot  $x = 1$  -ig. Hogyan változik a hártya alakja és milyen lesz a végállapotban?
- Ábrázold a hártya  $L$  hosszát az  $x$  távolság függvényében a kísérlet során! (A hártya hossza kezdetben  $L = \overline{AF} + \overline{DF} + \overline{FG} + \overline{GB} + \overline{GC}$ .)  
(A kísérlet során a hártya mindvégig tapadt mind a négy fémcsonkhoz.)  
(A feladat kitzűzője a kísérleti eszközt és a feladatban vizsgált jelenséget Főzy István tanár úr (ELTE) kísérleti bemutatóján ismerte meg.)