

## 6. Általános tömegvonzás

### Alapfeladatok

#### Gravitációs erő, gravitációs gyorsulás

1.

Egy test tömege a Holdon mérve 6 kg. Mekkora a tömege a Földön mérve?

- A) 1 kg                      B) 6 kg                      C) 36 kg

2.

A Mars tömege 0,107-szerese a Föld tömegének, sugara pedig 0,533-szorosa a Föld sugarának. A Föld-felszíni gravitációs gyorsulást  $9,81 \text{ m/s}^2$ -nek véve határozzuk meg a Mars-felszíni gravitációs gyorsulást!

- A)  $3,69 \text{ m/s}^2$                       B)  $1,97 \text{ m/s}^2$                       C)  $0,21 \text{ m/s}^2$

3.

Valaki a Földön 100 kg tömegű testet képes felemelni. Mekkora tömegű testet tudna az illető felemelni, ha a Föld sugara feleakkora lenne, de a sűrűsége nem változna?

4.

Mekkora a gravitációs gyorsulás a Föld felszíne felett 300 km magasságban? (A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .)

#### Körmozgás egy égitest gravitációs terében

5.

Űrhajót szeretnénk Föld körüli, az Egyenlítő felett húzódó pályára állítani, de takarékoskodni akarunk az üzemanyaggal, ezért a Föld forgását hívjuk segítségül. Honnan indítsuk az űrhajót?

- A) az Egyenlítőről    B) Debrecenből    C) Helsinkiből

A feladatban vázolt űrhajó milyen irányba kering a Föld körül?

- A) nyugatról keletre                      B) keletről nyugatra

6.

Ha a Hold tömege a jelenleginek fele lenne, és a mostani pályán mozogna, változna-e keringési ideje?

- A) Igen, növekedne.    B) Igen, csökkenne.    C) Nem változna.

7.

A Föld felszíne felett 200 km magasságban körpályán kering egy műhold. A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , sugara 6370 km. Határozzuk meg a műhold sebességét és keringési idejét! A gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .

8.

Egy Föld körül keringő műhold legnagyobb és legkisebb távolsága a Föld középpontjától 21000 km, ill. 7000 km. Mekkora kellene ezeken a helyeken növelni, ill. csökkenteni a műhold sebességét, hogy körpályán folytassa az útját?

(A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .)

9.

A Jupiter Callisto nevű holdja  $1,887 \cdot 10^9 \text{ m}$  sugarú (közelítőleg) kör alakú pályán kering az anyabolygó körül. Keringési ideje 16 nap 16 óra 32 perc. Állapítsa meg a Jupiter tömegét ezekből a mérési adatokból!

10.

A Föld egyenlítője felett körpályára akarunk állítani egy műholdat úgy, hogy keringés közben a műhold Földfelszínhez képesti helyzete ne változzon.

- a) Milyen irányba keringjen a műhold (Nyugatról Keletre vagy fordítva)?
- b) Mekkora legyen a keringési ideje?
- c) Mekkora sugarú pályán kering?

(A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24}$  kg, a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

11.

A Föld körül körpályán keringő 200kg tömegű mesterséges égitest mozgási energiája  $5,5 \cdot 10^9$  J.

- a) Mekkora sebességgel mozog? (**7,42 km/h**)
  - b) Mekkora a pálya sugara? (**7240 km**)
- (A Föld tömege  $6 \cdot 10^{24}$  kg, a gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

12.

A két egyenként  $5,074 \cdot 10^{30}$  kg tömegű csillag egymástól mért távolsága 8 millió km. Távolságuk felezőpontja körül körpályán keringenek. A gravitációs állandó  $6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>. Mennyi a csillagok keringési ideje? (**2 nap**)

### Haladó szintű feladatok

13.

Melyek teljesülnek az alábbi mozgásokban a következő megállapítások közül:

- a sebesség nő – a sebesség csökken – a sebesség nagysága állandó
- a gyorsulás nő – a gyorsulás csökken – a gyorsulás nagysága állandó.

- a) Egy golyó vákuumban szabadon esik néhány métert.
- b) Egy műanyag golyó szabadon esik a 10. emeletről.
- c) Egy meteor zuhan a Föld felé néhány földszögnyi távolságból.
- d) Egy műhold a Föld körüli körpályán kering.
- e) Egy műhold a Föld körüli ellipszispályán kering, és most jutott túl pályájának a Föld-höz legközelebbi pontján.

Válaszait indokolja!

### Körmozgás egy égitest gravitációs terében

14.

Tekintsük a Földet tökéletesen gömb alakúnak! Tételezzük fel, hogy az Északi sarkon venni akarjuk egy Föld körüli szinkron pályán keringő távközlési műhold adását. Határozzuk meg, hogy legalább milyen magasra kell telepíteni a parabola antennát! (A Föld sugara  $R=6370$  km, tömege  $M=5,97 \cdot 10^{24}$ kg, a gravitációs állandó  $\gamma=6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)

15. "

Egy bolygó felszínéhez közel  $T=2$  óra periódusidővel körpályán kering egy űrhajó. Határozzuk meg a bolygó sűrűségét! (A gravitációs állandó  $\gamma=6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>)

### A Föld tengely körüli forgása

16.

Az Egyenlítő mentén épült vasútvonalon két mozdony halad ellenkező irányban. Mindkét mozdony tömege egyenlő:  $m=25000$  kg, és a sebességük is egyenlő nagyságú:  $72$  km/h.

- a) A Föld forgását figyelembe véve melyik mozdony nyomja kisebb erővel a síneket? (**a Kelet felé haladó**)

- b) Mennyi a két nyomóerő különbsége? (**150 N**)

A Föld sugara  $6,4 \cdot 10^3$  km.

17.

Határozzuk meg az átlagos sűrűségét annak a gömb alakú bolygónak, amely 6 óra alatt fordul meg a tengelye körül, és amelynek egyenlítőjén 10%-kal kisebbnek mérjük (rugós erőmérővel) valamely test súlyát, mint a pólusain! (**3030 kg/m<sup>3</sup>**)  
A gravitációs állandó:  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{kg s}^2$ .

**Második kozmikus sebesség**

18.

Egy  $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$  tömegű égitest középpontjától  $2r$  távolságra kezdősebesség nélkül „elejtünk” egy testet. Mekkora lesz a test sebessége az égitest középpontjától  $r = 7000 \text{ km}$  távolságra? ( $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ )

19.

Legalább mekkora sebességgel kell indítani egy űrszondát a Föld felszínéről, hogy kikerüljön a Föld gravitációs teréből? (A Föld sugara  $R = 6370 \text{ km}$ , tömege  $M = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , a gravitációs állandó  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .)

20.

A Hold tömege  $7,5 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ , sugara  $1,74 \cdot 10^6 \text{ m}$ , a gravitációs állandó értéke  $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .

a) Mekkora sebességgel kell kilőni egy testet a Holdon, hogy az a Hold körül, a Hold felszínének közelében körpályán keringjen? (**1,69 km/s**)

b) Legalább mekkora függőleges irányú sebességgel kell a testet fellőni a Holdon, hogy ne essék vissza? (**2,38 km/s**)

(Más égitestek hatását és a Hold mozgását ne vegyük figyelembe!)

**Ellipszis és hiperbolapályák gravitációs térben**

21.

Egy test olyan ellipszis pályán kering a Föld körül, amelyen földközeli fele olyan távol van a Föld középpontjától, mint földtávolban. Hányszor nagyobb földközeli fele a test sebessége, mint földtávolban.

- A) 4-szer      B) 2-szer      C)  $\sqrt{2}$ -ször

22.

A Föld körül ellipszis pályán keringő űrhajó legkisebb távolsága a Föld középpontjától 6870 km. Sebessége ekkor 10 km/s.

a) Mekkora az űrhajó legnagyobb távolsága a Föld középpontjától? (**42,6  $\cdot 10^6 \text{ m}$** )

b) Mekkora az űrhajó legkisebb sebessége? (**1,6 km/s**)

A Föld tömege  $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ,  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ .

**Versenypeladatok**

23.

A Földbe egy mély kutat fúrunk. A kút alján nagyobb vagy kisebb a gravitációs gyorsulás, mint a Föld felszínén?

- A) Nagyobb.      B) Kisebb.      C) Egyenlők.

24.

Ha a Föld sűrűsége mindenhol  $\rho$  lenne, és lehetne belé egy olyan kutat fúrni, ami az Északi pólustól a Déli pólusig vezetne, akkor mekkora lenne a  $g$  gravitációs gyorsulás a kútban, a Föld középpontjától  $r$  távolságban? (A gravitációs állandó:  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2/\text{kg}^2$ )

- A)  $g = 4\pi\gamma\rho r / 3$       B)  $g = 4\pi\gamma\rho^2 / 3r$       C)  $g = 4\pi\gamma\rho r^2/3$

25.

Egy  $m_1$  és egy  $m_2=2m_1$  tömegű csillag körpályán kering az egymásra kölcsönösen kifejtett gravitációs vonzóerő hatására. A csillagok közötti távolság állandóan  $d$ . Határozd meg a csillagok keringési idejét!

( $m_1=3\cdot 10^{30}\text{kg}$ ,  $d=9\cdot 10^9\text{m}$ , a gravitációs állandó  $6,67\cdot 10^{-11}\text{Nm}^2/\text{kg}^2$ )

26.

Egy  $R$  sugarú bolygó körül  $2R$  sugarú körpályán kering egy műhold. Keringési ideje 4 óra 10 perc 30 másodperc. Határozzuk meg a bolygó átlagsűrűségét!

(A gravitációs állandó  $f = 6,67\cdot 10^{-11}\text{Nm}^2/\text{kg}^2$ .)

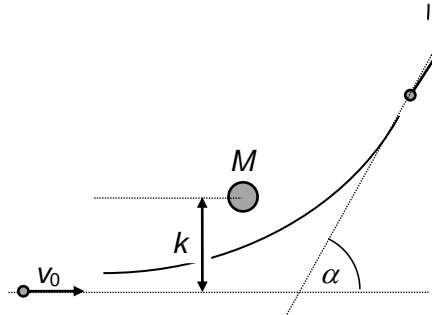
27.

Egy űrállomás  $r$  sugarú körpályán kering a Föld körül, keringési ideje 20 óra. Ha a Föld középpontjától ugyanezen  $r$  távolságra elejtenénk egy testet, akkor az mennyi idő alatt esne le a Földre. (A Föld sugara elhanyagolható  $r$ -hez képest, a légellenállás hatását is hanyagoljuk el.)

- A) 10 óra      B) 5 óra      C)  $10/\sqrt{2}$  óra

28.

A csillagászok megfigyelték, hogy egy  $M$  tömegű, nyugvó égitestet egy űrszonda közelített meg. Az égitesttől nagyon nagy távolságra a szonda sebessége  $v_0$ , és pályájának érintő egyenese  $k$  távolságra volt az égitest középpontjától. A megfigyelések szerint a szonda megközelítette az égitestet, majd újra eltávolodott tőle, a sebességvektora összességében  $\alpha = 60^\circ$ -kal fordult el. A szonda egy másik esetben ugyancsak  $M$  tömegű égitestet közelít meg. A szonda és az égitest távoli helyzetében a  $v_0/2$  sebességgel mozgó szonda a  $-v_0/2$  sebességgel mozgó égitest felé közeledik. A párhuzamos pályaerintők most is  $k$  távolságra vannak egymástól. Feltehető, hogy az űrszonda mozgását kizárólag a vizsgált égitest gravitációs vonzása határozza meg.



- Az első megfigyelés adatainak felhasználásával állapítsuk meg, hogy a második esetben összességben mekkora szöggel fordul el a szonda sebességvektora!
- Hányszorosára növekszik a szonda mozgási energiája az égitesttel való kölcsönhatás eredményeként?

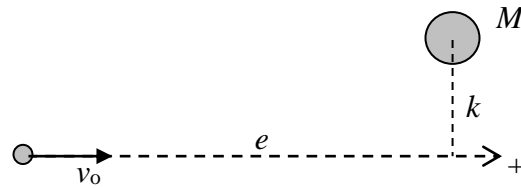
29.

Egy műhold körpályán kering egy bolygó körül, keringési ideje  $T_1 = 8\text{ h}$ . Mivel át kíván állni egy  $T_2 = 27\text{ h}$  keringési idejű körpályára, ezért pályamódosítást hajt végre. Első lépésben a rakéták rövid idejű bekapcsolásával megváltoztatja sebességének nagyságát, és egy átmeneti ellipszis pályán kering, majd elérve a megfelelő távolságot ismét bekapcsolja a hajtóművet és kizárólag a sebesség nagyságának változtatásával átáll a  $T_2$  keringési idejű körpályára.

- Mennyi időt vesz igénybe a pályamódosítás?
- Hány százalékkal változott a műhold sebességének nagysága a rakéták bekapcsolása miatt az első, ill. a második lépésben a bolygóhoz rögzített forgásmentes vonatkoztatási rendszerben?

30.

Egy  $K$  inerciarendszerben nyugvó,  $M$  tömegű égitest felé közeledik egy űrhajó. Amikor még az űrhajó olyan távol van az égitesttől, hogy a gravitációs vonzás elhanyagolható, akkor pályájának érintő egyenese  $k$  távolságra van a bolygó középpontjától, és az űrhajó sebessége olyan nagy, hogy ezzel a sebességgel



$\frac{k}{\sqrt{3}}$  sugarú körpályán keringhetne a bolygó körül. A következőkben az űrhajó mozgását fogjuk vizsgálni. A vizsgálat során feltételezhetjük, hogy az űrhajó nem kapcsolja be a hajtóműveit, nem ütközik a bolygóba és mozgását a bolygó gravitációs terén kívül más égitest nem befolyásolja.

- Jelölje  $v_0$  az űrhajó sebességét a bolygótól nagy távolságra! Határozd meg  $v_0$ -t  $M$ -el és  $k$ -val kifejezve!
- Jelölje  $r_{\min}$  az űrhajó minimális távolságát a bolygó középpontjától! Határozd meg ezt a távolságot  $k$ -val kifejezve!
- Tudva azt, hogy az űrhajó hiperbola pályán mozog, határozd meg, hogy a bolygó mellett elhaladó, majd attól nagy távolságra eltávolodó űrhajó végsebessége mekkora szöget zár be a kezdeti  $v_0$  sebességgel!
- Tekintsünk egy olyan  $K'$  vonatkoztatási rendszert, amely a  $K$  vonatkoztatási rendszerhez képest  $v_0/2$  nagyságú sebességgel egyenletesen eltolódik az  $e$  egyenessel párhuzamosan, annak pozitív irányában. A  $K'$  vonatkoztatási rendszerből nézve hányszorosára növekszik az űrhajó mozgási energiája, és mekkora szöggel fordul el sebessége a bolygó gravitációs vonzása miatt?

31.

A régiek úgy gondolták, hogy a Föld egy nagy, lapos korong. Képzeld el, hogy a Föld valóban nem  $R$  sugarú gömb, hanem igen nagy sugarú,  $H$  vastagságú lapos korong. Mekkora  $H$  vastagság esetén tapasztalnánk a korong felszínén (a szélektől messze), hogy a gravitációs gyorsulás ugyanakkora, mint amekkorának a gömb alakú Föld felszínén tapasztaljuk?

( $R = 6370$  km. A két „Föld”-modellben a sűrűségeket tekintjük állandónak és egymással egyenlőnek.)

32.

- Egy  $m$  tömegű műhold ellipszispályán kering egy  $M$  tömegű bolygó körül. Mutassuk meg, hogy a műhold mechanikai energiája (a mozgási és gravitációs potenciális energia összege) meghatározható az

$$E = -\frac{\gamma mM}{2a}$$

összefüggés alapján, ahol  $a$  a pályaellipszis félnagy tengelye,  $\gamma$  a gravitációs állandó.

- Egy űrhajó ellipszispályán kering egy bolygó körül. A pálya nagy tengelye kétszerese a kistengelynek. A keringés során, egy alkalmas pillanatban, az űrhajó a hajtómű rövid idejű működtetésével megváltoztatja sebességének irányát, miközben sebességének nagysága változatlan marad. A manőver eredményeképpen az űrhajó körpályán kering tovább. Határozzuk meg, hogy mekkora szöggel fordult el az űrhajó sebessége a manőverben? (A manőver során az űrhajó tömegének változása elhanyagolható.)

**33.**

Tekintsük egy tökéletesen gömb alakú,  $R$  sugarú,  $M$  tömegű bolygót, ami  $T$  periódusidővel forog a tengelye körül. A bolygó felszínét összefüggő, nem túlságosan mély (mélység  $\ll R$ ) óceán fedi. Becsüljük meg, hogy mennyivel mélyebb az óceán a bolygó egyenlítője mentén, mint a pólusoknál! (A bolygónak nincs holdja, és pálya-menti mozgása, valamint a központi csillag vonzó hatása a jelenség leírása szempontjából elhanyagolható. ( $M = 6 \cdot 10^{24}$  kg,  $R = 6370$  km,  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$  Nm<sup>2</sup>/kg<sup>2</sup>.)