

5. Körmozgás

Alapfeladatok

Kinematika, elemi dinamika

1.

Egy 810 km/h sebességű repülőgép 10 km sugarú körön halad.

- Mennyi a repülőgép gyorsulása?
- Mennyi idő alatt tesz meg egy félkört?

2.

Egy centrifugában az anyagminta percenként 3000-es fordulatszámmal 15 cm sugarú körpályán mozog.

- Mekkora a kerületi sebesség? (**47,1 m/s**)
- A gyorsulás hányszorosa a nehézségi gyorsulásnak? (**1480-szorosa**)

3.

A 60. szélességi kör mentén ül egy ember a szobájában. Mekkora sebességgel mozog és mekkora a gyorsulása a Föld tengely körüli forgása miatt? A Föld sugara 6370 km.

4.

A Föld a Nap körül jó közelítéssel egyenletesen körpályán kering, amelynek sugara 150 millió kilométer. Mekkora a Föld sebessége és gyorsulása?

5.

Vízszintes, súrlódásmentes asztallapon 1m hosszú fonál végén levő 2 kg golyótömegű egyenletes körmozgást végez. Keringési ideje 1,2 s.

- Mekkora a golyó kerületi sebessége? (**5,23 m/s**)
- Mekkora erő feszíti a fonalat? (**54,8 N**)

6.

Egyenletes körmozgást végző test sebessége 2 m/s, szögsebessége 15 1/s.

- Hány fordulatot tesz meg a test 1 s alatt? (**2,39 1/s**)
- Mekkora a test tömege, ha a körmozgás fenntartásához szükséges erő 15N? (**0,5 kg**)

7.

A 2 kg tömegű test 0,6 m sugarú körpályán mozog 3 m/s állandó nagyságú sebességgel.

- Mekkora az eredő erő? (**30 N**)
- Hány fordulatot tesz meg a test percenként? (**47,7**)

8.

Vízszintes asztalon egy 0,5 kg tömegű kis test 1 m/s nagyságú sebességgel mozog, miközben 2,5 N nagyságú vízszintes erő hat rá, sebességére merőlegesen.

- Mekkora időközönként változik a test sebességének irány ellentétesre?
- Mekkora utat tesz meg a test ezalatt?

Függőleges síkú körpálya állandó sebességgel

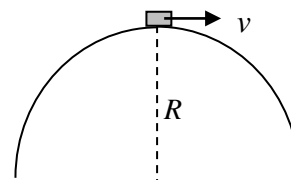
9.

Egy dimbes-dombos úton 1000 kg tömegű autó halad 72 km/h nagyságú sebességgel. Pályája a dombtetőn és a völgy alján 100 m sugarú, függőleges síkú körpályának tekinthető. Mekkora erővel nyomja a talaj az autót a dombtetőn, illetve a völgy alján?

10.

Egy vidámpark óriásvasútján a kocsi $v = 36$ km/h sebességgel érkezik egy domb tetejére. A dombtetőn a pálya $R = 40$ m sugarú, függőleges síkú kör, melynek középpontja a kocsi alatt van. A kocsi tömege $m = 200$ kg.

- Határozd meg a kocsi centripetális gyorsulását!
- Mekkora ebben a pontban a nyomóerő a kocsi és a pálya között?

**Körmozgás a tapadási erő hatására**

11.

Legfeljebb mekkora állandó nagyságú sebességgel haladhat egy gépkocsi az $R = 200$ m sugarú kanyarban a kicsúszás veszélye nélkül, ha kerekei és a talaj között a tapadási súrlódási tényező $\mu = 0,5$?

12.

Egy lemezjátszó tengelyétől 10 cm távolságra apró testet teszünk. A tapadási súrlódási tényező 0,4. Legfeljebb mekkora fordulatszámmal foroghat a lemezjátszó, ha azt akarjuk, hogy a test ne csússzon le a tányérról?

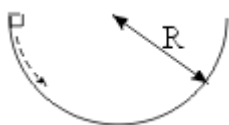
Ingamozgás

13.

Fonálinga hossza 40 cm, a végén rögzített tömeg 0,2 kg. Az ingát vízszintes helyzetig kitérítjük és ott elengedjük.

- Határozzuk meg a test sebességét a fonál függőleges helyzetében!
- Mekkora a fonalat feszítő erő a függőleges helyzeten való átlendüléskor?

14.



Egy félgömb alakú edényben a perem magasságából lecsúszó jégkocka súrlódás nélkül csúszik fel-le. Tömege 30 g, az edény sugara 20 cm.

- Mekkora a kocka sebessége az edény legmélyebb pontjain? (2 m/s)

- Mekkora erővel hat ekkor az edény a jégkockára? ($g = 10$ m/s²) (0,9 N)

Körmozgás rugó hatására

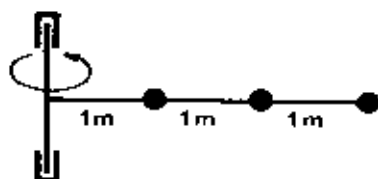
15.

Két 3 kg tömegű testet rugó köt össze. A rugó hossza feszítetlen állapotban 50 cm, a rugóállandó 100 N/m. A rendszert a Föld körül keringő űrhajóban a rugó körül állandó fordulatszámmal forgásba hoztuk. A rugó rugalmas megnyúlása 50 cm.

- Mekkora a fordulatszám? (0,91 1/s)
- Mekkora munkával hoztuk ebbe az állapotba a rendszert? (37 J)

16.

Három darab, 1-1 m hosszúságú fonállal az ábra szerint összekötött, pontszerű, 0,2-0,2 kg tömegű testet forgatunk vízszintes síkban, egyre gyorsabban. Milyen fordulatszámnál és melyik kötélszakad el először? A fonalak mindegyike 96 N erőt bír el. A nehézségi erőt ne vegyük figyelembe.



Haladó szintű feladatok

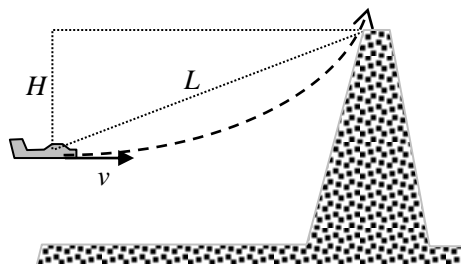
Függőleges síkú körpálya állandó sebességgel

17.

Az ember szervezete a nehézségi gyorsulás 5-szörösét viseli el károsodás nélkül. Legalább mekkorának kell lenni azon körpálya sugarának, amelyen függőleges síkban teljes kört írhat le egy 720 km/h sebességgel haladó repülőgép? (1000 m)

18.

Vízszintes pályán, $v = 200$ m/s sebességgel repülő vadászgép pilótája csak az ábrán látható helyzetben vette észre az előtte tornyosuló hegygerincet. A hegygerinc pereme tőle légvonalban $L = 800$ m távolságban volt, a horizont felett $H = L/2 = 400$ m magasságban. Az ütközés elkerülése céljából a pilóta függőleges síkú körpályára állt és így éppen csak sikerült elkerülnie a katasztrófát.



- Mekkora sugarú körpályára állt a pilóta?
 - Mennyi idő alatt érte el a gép a hegygerincet?
 - Mekkora volt a repülőgép gyorsulása a manőver során?
 - Mekkora nyomóerővel hatott az ülés a pilótára a manőver kezdetén, ha a pilóta tömege $m = 70$ kg?
- (Feltételezhető, hogy a repülőgép sebességének nagysága nem változott a manőver során.)

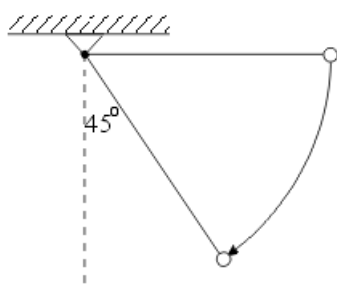
Ingamozgás

19.

Fonálinga hossza 40 cm, a végén rögzített tömeg 0,2 kg. Az ingát vízszintes helyzetig kitérítjük és ott elengedjük. Tekintsük az inga azon helyzetét, amikor a fonál 30°-os szöget zár be a függőlegessel!

- Határozzuk meg a test sebességét és centripetális gyorsulását!
- Mekkora a test tangenciális gyorsulása és gyorsulása a vizsgált helyzetben?
- Mekkora a fonalat feszítő erő?

20.



Egy fonálinga hossza 1 m. Az ingát vízszintes helyzetéből engedjük el.

Az inga 45° -os helyzeténél

a) mekkora a fonálon függő test sebessége, mekkora szöget zár be a sebességvektor a függőlegessel, **(3,72 m/s; 45°)**

b) mekkora a test gyorsulása? **(15,48 m/s²)**

21.

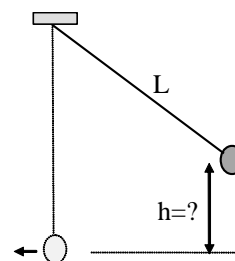
Két, egyenként 0,05 kg tömegű kis golyót 60 cm hosszú fonál köt össze. Az azonos magasságban, egymástól 60 cm-re lévő golyókat egyszerre elengedjük. 50 cm esés után a fonál közepe egy szögön fennakad, majd a két golyó összeütközik. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

a) Mekkora a golyók legnagyobb sebessége? **(4 m/s)**

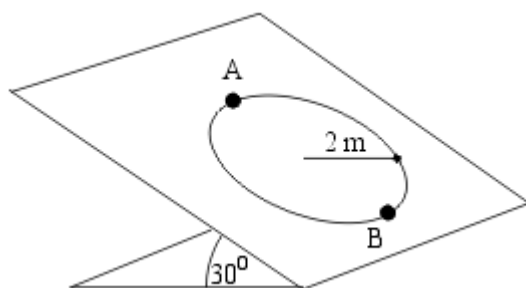
b) Mekkora a szögre ható legnagyobb erő? **(6,33 N)**

22.

Egy $L = 1 \text{ m}$ hosszúságú fonálingát kitérített helyzetében elengedünk. Mekkora magasságban engedhetjük el a testet, ha nem akarjuk a fonalat elszakítani, de tudjuk, hogy a fonál a test súlyának legfeljebb a kétszeresét bírja el, nagyobb erő hatására elszakad?



23.



Egy 30° -os hajlásszögű lejtőn, a lejtő síkjában, egy 5 kg tömegű, pontszerűnek tekinthető test körpályán mozog. A testet a körpályán a pálya középpontjában rögzített 2 m hosszú zsineg tartja. A körpálya legfelső (A) pontján a zsineget 200 N erő feszíti. $g=10 \text{ m/s}^2$.

a) Mekkora a test sebessége az A pontban? **(9,5 m/s)**

(9,5 m/s)

Az AB íven a pálya legalsó (B) pontjáig haladva a súrlódási munka 95 J.

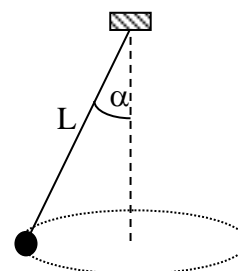
b) Mekkora erő feszíti a zsineget a B pontban? **(255 N)**

Kúpinga

24.

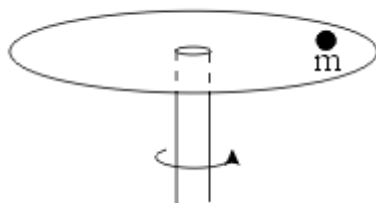
Egy $L = 1 \text{ m}$ hosszúságú fonál végén egy $m = 0,2 \text{ kg}$ tömegű test kúpinga mozgást végez. A fonál $\alpha = 30^\circ$ -os szöget zár be a függőlegessel. Határozzuk meg

- a fonalat feszítő erőt,
- a centripetális gyorsulást,
- a periódusidőt!



A sebesség, illetve a lendületvektor változása

25.



Vízszintes tárcsa függőleges tengely körül egyenletesen forog úgy, hogy 3 s alatt 5 fordulatot végez. A tárcsán, a tengelytől 12 cm-re egy kis méretű, 20 g tömegű testet rögzítettünk.

- a) Mekkora a tárcsára rögzített test gyorsulásának nagysága? **(13,2 m/s²)**
 b) Határozzuk meg két, egymást 0,1 s-mal követő helyzet között a lendületvektor megváltozásának nagyságát!

(0,0251 kg.m/s)

26.

Egy test egyenletes körmozgást végez. Lendületének nagysága 2 kg.m/s, szögsebessége 2 s⁻¹. Mekkora a testre ható eredő erő nagysága?

- A) 8 N B) 2 N C) 4 N.

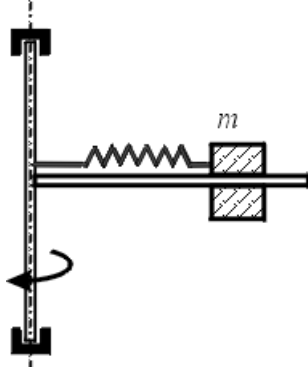
27.

Egy testre állandó nagyságú erő hat, úgy, hogy a pályára az erő mindig merőleges. Egy adott időpillanatban a test impulzusa 0,2 kg.m/s, majd 0,05 s múlva az impulzusvektor megváltozását 0,2 kg.m/s nagyságúnak találjuk.

- a) Milyen a pálya alakja és a mozgás lefolyása? **(egyenletes körmozgás)**
 b) Mekkora az erő nagysága? (A mozgás síkban történik.) **(4,19 N)**

Körmozgás rugó hatására

28.



Egy függőleges tengelyhez mereven van hozzáerősítve egy vízszintes rúd. A rúdra a vázlat szerint egy $m=0,2$ kg tömegű testet fűzünk fel, és egy rugóval kötjük a tengelyhez. A rugó feszítetlen állapotában 0,5 m-re van a test a forgástengelytől. A rugó 50 N erő hatására nyúlik meg 1 cm-rel.

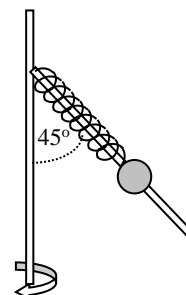
- a) Mekkora lesz a test távolsága a forgástengelytől, ha a tengelyt 10 1/s fordulatszámmal forgatjuk? **(59,4 cm)**
 b) Mekkora lesz a rugóból és az m tömegű testből álló rendszer energiája az adott fordulatszámmal a nyugalmi állapothoz képest? **(161 J)**
 c) Mekkora az a fordulatszám, amely fölött nem találunk olyan sugarat, amelyen a test forgás közben megmarad? **(25,2 1/s)**

Elhanyagolható a test és a rúd közti súrlódás és a rugó tömege.

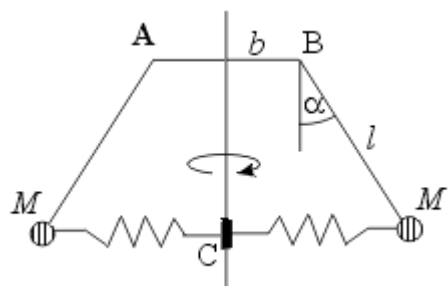
29.

Függőleges tengelyhez 45° -os szögben egy sima fém rudat, valamint egy 100 N/m rugóállandójú, 10 cm alaphosszúságú rugót rögzítünk. A rugó másik végéhez egy 1 kg tömegű test kapcsolódik, ami gyöngyszerűen fel van fűzve a fémrúdra és azon súrlódás nélkül csúszhat.

- a) Határozzuk meg a rugó hosszát, ha a rendszer egyensúlyban van!
 b) Milyen hosszú a rugó, ha a rendszer 1 s⁻¹ fordulatszámmal forog?



30.



Az ábrán vázolt fordulatszámláló a függőleges tengely körül foroghat. Az A és B csuklók, valamint C csúszógyűrű súrlódása elhanyagolható. A rendszer tömegét a golyók tömege képviseli. Adatok: $b=0,1$ m, $M=0,1$ kg és $l=0,2$ m. A terheletlen rugó hossza $0,1$ m, és 1 N erővel $0,1$ m-rel nyújtható meg.

a) Mekkora a fordulatszám, ha $\alpha = 60^\circ$? **(1,79 1/s)**

b) Mekkora munkával gyorsíthatjuk fel a szabályzót

az $\alpha=60^\circ$ -hoz tartozó fordulatszámra? **(1,44 J)**

Egyenletesen változó körmozgás

31.

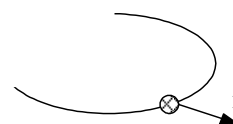
Egy test sebessége egy adott pillanatban nulla, de gyorsulása nem nulla. Milyen irányú a test gyorsulása a pálya-érintőhöz képest.

- a) merőleges rá b) párhuzamos vele c) tetszőleges szöget bezárhatnak

32.

Egy test az ábrán látható pályán mozog. Mutathat-e a testre ható eredő erő az ábrán berajzolt irányba?

- A) Igen. B) Nem.



33.

Egy test 1 m sugarú körpályán mozog. Gyorsulása 2 m/s^2 nagyságú és 60° -os szöget zár be a testhez húzott sugárral. Mekkora a test sebessége?

- A) $\sqrt{2} \text{ m/s}$ B) 1 m/s C) $0,93 \text{ m/s}$

34.

Motorkerékpár álló helyzetből indulva, egyenletesen növekvő nagyságú sebességgel, 20 m sugarú, vízszintes körpályán halad. Érintő irányú gyorsulásának nagysága 2 m/s^2 .

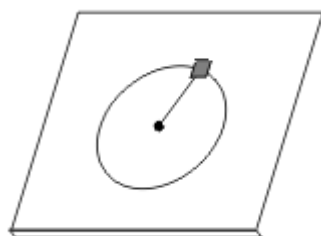
- a) Mennyi idő múlva lesz a gyorsulás nagysága kétszerese a kezdő értéknek? **(4,16 s)**
b) Mekkora szöget zár be a ekkor a gyorsulás iránya a sebességgel? **(60°)**

35.

Egy játékmozdonyt 50 cm sugarú, kör alakú pályán indítunk el. Felgyorsulás közben $0,2 \text{ m/s}^2$ nagyságú, állandó kerületi gyorsulással mozog.

- a) Az indulás után mennyi idő múlva lesz a centripetális gyorsulás $0,2 \text{ m/s}^2$? **(1,58 s)**
b) Mekkora szöggel fordul el ezalatt a gyorsulás vektora? **(73,7°)**

36.

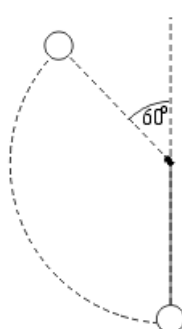


A $0,2$ m hosszú fonállal kikötött testet vízszintes felületen körpályára indítjuk 3 m/s kezdősebességgel. A test tömege $0,5$ kg, a súrlódási együttható $0,4$, $g=10 \text{ m/s}^2$.

- a) Mekkora szöggel fordul el a fonál az indulástól a megállásig? **(5,625 rad = 322,3°)**
b) Mekkora fonálerő az indítástól számított $0,6$ s múlva? **(0,9 N)**

Elválási határsebesség, elválási határhelyzet

37.

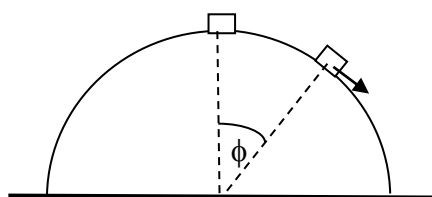


Egy pontszerű test 2 m hosszú és elhanyagolható tömegű fonálon függ. A testet ebből a helyzetéből vízszintes irányú kezdősebességgel kilendítjük. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

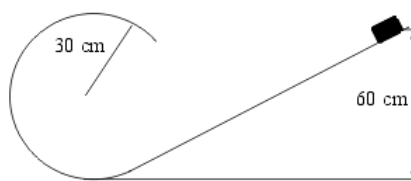
- Legalább mekkora kezdősebességgel elindítani a testet, hogy függőleges síkban körbeforduljon?
- Mekkora kezdősebesség esetén lazul meg a fonál az ábra szerinti helyzetben?

38.

Egy rögzített félgömb tetejéről elhanyagolható kezdősebességgel egy kisméretű test csúszik le. Határozzuk meg, hogy mekkora Φ szögnél válik el a test a félgömbtől. (A test és a félgömb közötti súrlódás elhanyagolható.)



39.

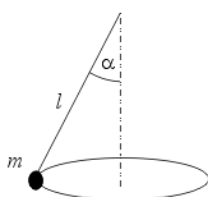


Egy 30 cm sugarú függőleges körpályára egy lejtőről 60 cm magasságból engedünk rácsúszni egy testet. A súrlódás elhanyagolható; $g=10 \text{ m/s}^2$.

- Milyen magasan válik el a test a körpályától? (**50 cm**)
- Mekkora a sebesség az elválás pillanatában? (**1,41 m/s**)

Versenyfeladatok

40.



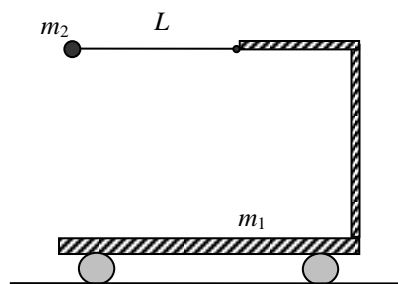
Egy lift mennyezetéhez m tömegű golyót kötünk $l=70 \text{ cm}$ hosszúságú fonállal. A lift $a=3 \text{ m/s}^2$ -el gyorsul lefelé. A test az ábra szerint úgy mozog, hogy a fonál a függőlegessel mindig $\alpha=26^\circ$ -os szöget zár be.

Határozzuk meg a körülfordulás idejét! ($g=10 \text{ m/s}^2$) (**1,88 s**)

41.

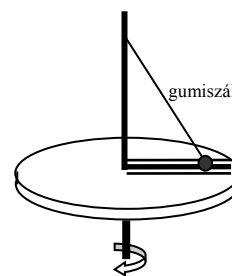
Az ábrán látható $m_1 = 0,4 \text{ kg}$ tömegű kiskocsira $L = 25 \text{ cm}$ hosszúságú, $m_2 = 0,1 \text{ kg}$ tömegű fonálingát rögzítünk. Az ingát vízszintes helyzetéig kitérítjük, majd elengedjük. Az inga elengedésének pillanatában a kiskocsi sem mozog.

- Határozzuk meg a kiskocsi és a nehezék talajhoz képesti sebességét abban a pillanatban, amikor az inga a függőleges helyzeten lendül át!
- Határozzuk meg ugyanebben a pillanatban az inga fonálát feszítő erő nagyságát! (A kiskocsi a talajon súrlódás nélkül mozog.)



42.

Függőleges forgástengelyre l_0 nyugalmi hosszúságú gumiszál és egy vízszintes körlapot erősítenek, amiben sugárirányú vajat van. A körlap a tengely mentén függőlegesen mozgatható. A gumiszál másik végén egy m tömegű test van, amit a körlap vajatába helyeznek. A rendszert $n = 1 \text{ s}^{-1}$ fordulatszámmal forgatni kezdik. Bizonyos idő eltelte után a vajatban lévő test is egyenletes körmozgást végez. Ezután a tányért szakaszosan lejjebb és lejjebb engedik, mindig kivárva a test egyenletes körmozgását- mindaddig, amíg a test elválik a tányértől.



- Változik-e a gumiszál hossza a tányér süllyesztése közben? Ha igen, akkor hogyan?
- Mekkora a gumiszál felfüggesztési pontjának a körlaptól való távolsága akkor, amikor a test elválik a laptól?

(A gumiszál erő kifejtés szempontjából egy rugalmas rugóhoz hasonlóan viselkedik, a súrlódás elhanyagolható, a test rezgéseit az egyéb energiavesztések csillapítják le.)

43.

Egy vízszintes síkú korong a középpontján átmenő függőleges tengely átmenő tengely körül foroghat. A korongra a középponttól 20 cm távolságra egy kis méretű testet teszünk. Ha a korongot nyugalmi helyzetéből indítva $2,1 \text{ 1/s}^2$ szöggyorsulással forgatjuk, a test az indulástól számított 1,2 s múlva megcsúszik.

- Mekkora utat tesz meg a test a megcsúszásáig? **(0,3 m)**
- Mekkora a tapadási súrlódási együttható együtthatója? **(0,134)**

A nehézségi gyorsulás értékét vegyük 10 m/s^2 -nek.

44.

Egy autó 70 méter sugarú kanyarban halad. Az úttest és a kerekek között a tapadási súrlódási tényező 0,4.

- Legfeljebb mekkora állandó nagyságú sebességgel haladhat az autó a megcsúszás veszélye nélkül?
- A gépkocsi az imént meghatározott maximális sebesség 75%-ával halad. Ha fékezni kényszerül, akkor mekkora lehet a maximális érintő irányú lassulása, ha nem akar megcsúszni?