

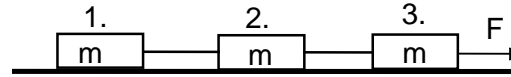
4. Több-test dinamika

Alapfeladatok

1.

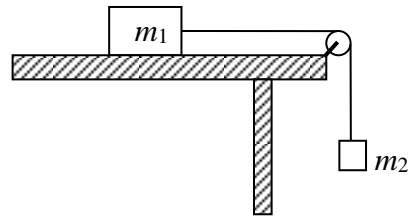
Három darab, egyformán $m = 2 \text{ kg}$ tömegű, vízszintes talajon fekvő hasábot az ábra szerint fonalakkal egymáshoz kötöttünk. Mekkora erőt fejtenek ki az egyes fonalak a

2. hasábra, ha a 3. hasábot $F = 3 \text{ N}$ nagyságú, vízszintes irányú erővel húzzuk? (A súrlódás, a fonalak tömege és megnyúlása elhanyagolható.)



2.

Az ábrán látható $m_1 = 4 \text{ kg}$ tömegű test és az asztallap között a csúszási súrlódási tényező $\mu = 0,1$. Az elhanyagolható tömegű, súrlódás nélkül forgó csigán átvett fonál végén levő test tömege $m_2 = 1 \text{ kg}$.

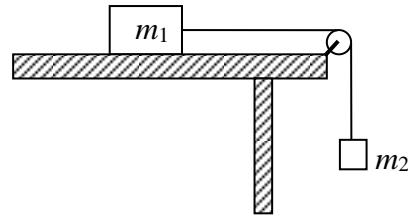


- Mekkora gyorsulással mozognak a testek?
- Határozzuk meg a kötelet feszítő erő nagyságát!

3.

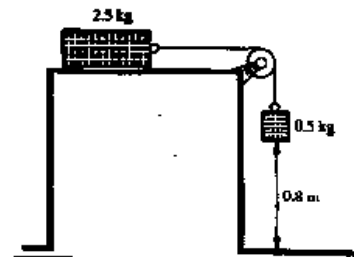
Az ábrán látható $m_1 = 2 \text{ kg}$ tömegű test és az asztallap között a csúszási-, és tapadási súrlódási tényező $\mu = 0,2$.

- Legalább mekkora legyen az elhanyagolható tömegű, súrlódás nélkül forgó csigán átvett fonál végén levő test m_2 tömege, hogy az m_1 tömegű test elinduljon?
- Mekkora gyorsulással mozognak a testek, ha $m_2 = 0,5 \text{ kg}$?



4.

Az ábra szerinti elrendezésben milyen messze tehetjük a $2,5 \text{ kg}$ tömegű testet az asztal szélétől, hogy - a rendszert magára hagyva - ne essen le az asztaltól? $\mu=0,1$.

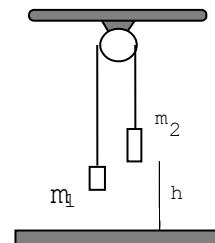


5.

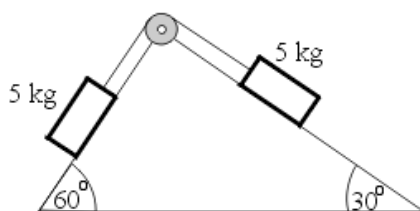
Az ábrán látható elrendezésben a testeket magukra hagyjuk.

- Határozd meg a testek gyorsulását és a kötelet feszítő erőt!
- Mekkora sebességgel csapódik az m_2 tömeg a talajba?

($m_1=2 \text{ kg}$, $m_2=3 \text{ kg}$, $h=1 \text{ m}$. A csiga tömege és súrlódása elhanyagolható.)



6.

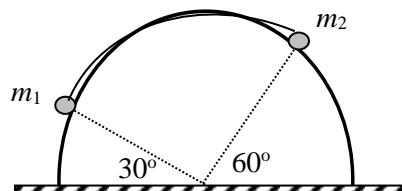


A kettős lejtő oldalain levő 5-5 kg tömegű testeket a csigán átvett fonál végeire erősítettük. A súrlódás elhanyagolható. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

- a) Mekkora gyorsulással mozognak a testek? (**$1,83 \text{ m/s}^2$**)
 b) Mekkora és milyen irányú erő terheli a csiga tengelyét? (**$48,3 \text{ N}$, lejtőhöz mérve 45°**)

7.

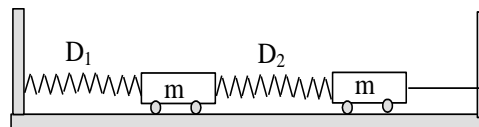
Vízszintes alapú fél-hengeren vékony köté van átvetve. A köté egyik végén $m_1 = 0,1 \text{ kg}$, a másik végén pedig $m_2 = 0,3 \text{ kg}$ tömegű, elhanyagolható kiterjedésű testek lógnak. A testekhez húzott sugarak 30° -os, illetve 60° -os szöget zárnak be a vízszintessel. A súrlódás mindenhol elhanyagolható. A két testet egyszerre elengedjük.



- a) Mekkora gyorsulással kezdenek mozogni a testek?
 b) Mekkora erő feszíti induláskor a fonalat?

8.

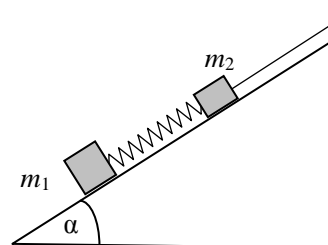
Az ábrán látható elrendezésben a két kiskocsi egyensúlyban van. Mindkét kocsi tömege $m = 1 \text{ kg}$. A jobb oldali kiskocsit a falhoz rögzítő fonál olyan hosszú, hogy a bal oldali, $D_1 = 200 \text{ N/m}$ rugóállandójú rugó megnyúlása $\Delta l_1 = 5 \text{ cm}$.



- a) Mekkora a megnyúlása a jobb oldali, $D_2 = 100 \text{ N/m}$ rugóállandójú rugónak?
 b) Mekkora gyorsulással indulnak a kiskocsik, ha a fonalat elvágjuk?
 (A kocsik és a talaj közötti súrlódás elhanyagolható.)

9.

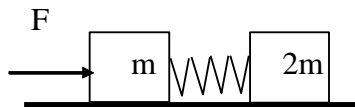
Az α hajlásszögű lejtőn az m_1 és m_2 tömegű testek az ábra szerinti helyzetben egyensúlyban vannak. A testek között elhanyagolható tömegű rugó feszül. Az m_2 tömeget rögzítő fonál elszakad. Mekkora az egyes testek gyorsulása közvetlenül a fonál elszakadása után? (A testek és a lejtő közötti súrlódás elhanyagolható, $\alpha = 30^\circ$, $m_1 = 0,5 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$.)



10.

Vízszintes, súrlódásmentes talajon $F=18 \text{ N}$ nagyságú erővel tolunk két testet az ábra szerinti elrendezésben. A testek egymáshoz képest nem mozognak, tömegük m , illetve $2m$. Mekkora erőt fejt ki a rugó? ($m = 3 \text{ kg}$)

- A) 18 N B) 9 N C) 12 N



11.



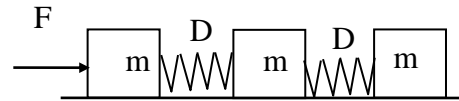
Vízszintes sínen szorosan egymás mellett áll két kiskocsi. Az egyik 100 gramm , a másik 150 gramm tömegű. A kocsik a sínen súrlódás nélkül mozoghatnak. A kisebb tömegű kocsival megtoljuk a nagyobbát úgy, hogy a

kisebbikre $0,5 \text{ N}$ erőt fejtünk ki vízszintes irányban, az ábra szerint.

- a) Mekkora a kiskocsik közös gyorsulása? (**2 m/s^2**)
 b) Mekkora nyomóerő lép fel a kocsik között? (**$0,3 \text{ N}$**)
 c) Módosul-e az a) illetve b) kérdésre adott válasz, ha a nagyobb kocsira fejtünk ki a másik felé irányuló, ugyancsak $0,5 \text{ N}$ nagyságú, vízszintes irányú erőt? (**nem; $0,2 \text{ N}$**)

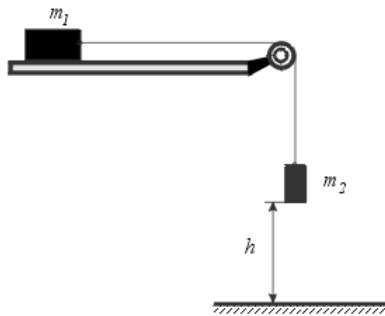
12.

Vízszintes, súrlódásmentes talajon $F=18\text{ N}$ nagyságú erővel tolunk három egyforma testet az ábra szerinti elrendezésben. A testek között $D=100\text{ N/m}$ rugóállandójú rugók vannak. A testek egymáshoz képest nem mozognak. Határozzuk meg a rugók összenyomódásait!



Haladó szintű feladatok

13.

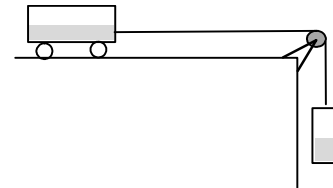


Vízszintes asztallapra helyezett $m_1=10\text{ kg}$ tömegű testhez csigán átvett fonál végére függesztett testet kötünk, melynek tömege $m_2=5\text{ kg}$. Kezdetben az m_1 tömegű test 3 m távolságra áll a csigától, az m_2 tömegű test pedig $h=1,2\text{ m}$ magasan van a talaj felett. Az asztallap és a rajta levő test között a súrlódási együttható $0,3$.

- Mekkora sebességgel ér a fonál végén függő test a talajhoz? (**$1,82\text{ m/s}$**)
- A csigától milyen távolságban áll meg az m_1 tömegű test? ($g=10\text{ m/s}^2$) (**$1,25\text{ m}$**)

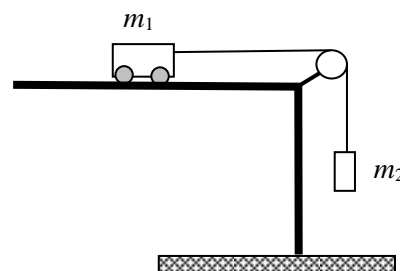
14.

Vízszintes asztalon lévő, $0,5\text{ kg}$ tömegű kiskocsit csigán átvett vékony fonállal egy $0,5\text{ kg}$ tömegű edényhez kapcsolunk. A rendelkezésünkre álló 3 kg tömegű homok egy részét a kocsiba öntjük, a maradékot az edénybe. A testeket álló helyzetből elengedjük. Mennyi homokot rakhatunk a kocsira, ha azt akarjuk, hogy a $7,5\text{ N}$ teherbírású fonál ne szakadjon el a testek mozgása idején? (A súrlódás és a csiga tömege elhanyagolható, $g = 10\text{ m/s}^2$.)



15.

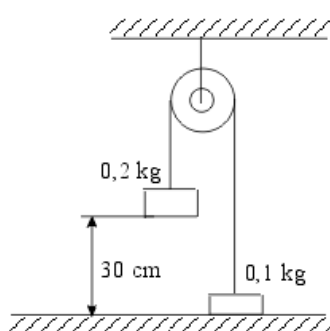
Az ábra szerinti elrendezésben az m_1 tömegű kiskocsi súrlódásmentesen mozoghat a vízszintes asztalon. A kiskocsihoz fonalat kötünk. A fonalat könnyű, súrlódás nélkül forgó csigán vetjük át, és másik végéhez egy m_2 tömegű nehezéket rögzítünk, majd a testeket elengedjük. A testek mozgása közben a fonalat feszítő erő 80% -a az m_2 tömegre ható gravitációs erőnek.



- Határozzuk meg a testek gyorsulását!
- Határozzuk meg az m_2/m_1 tömegarányt!

16.

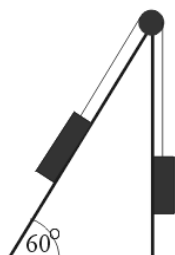
Csigán átvett fonál egyik végén $0,1\text{ kg}$ -os, a másik végén $0,2\text{ kg}$ -os tömegű test van. Míg a



kisebbs tömeget a földön tartjuk, a nagyobbik tömeg 30 cm magasan van a talaj felett.

- a) Mekkora a kisebbik tömeg mozgási energiájának legnagyobb értéke, ha elengedjük? **(0,0981 J)**
 b) Milyen magasra emelkedik a kisebb tömeg, miután elengedtük? **(40 cm)**

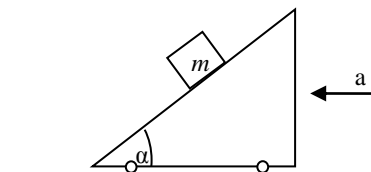
17.



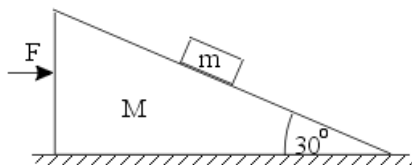
Csigán átvett fonál egyik végén a 60° -os súrlódásos lejtőn fekvő tömeg $0,5 \text{ kg}$, a fonál másik végén szabadon függő tömeg 1 kg . A létrejövő mozgás gyorsulása: a . Ha viszont az 1 kg -os tömeg fekszik a lejtőn, és a $0,5 \text{ kg}$ -os tömeg lóg szabadon, a létrejövő gyorsulás: $a/2$. Mekkora a súrlódási tényező? **(0,22)**

18.

Az ábrán látható, $\alpha = 30^\circ$ -os lejtőre egy m tömegű testet helyezünk. A test és a lejtő közötti súrlódás elhanyagolható. Mekkora vízszintes irányú gyorsulással kell mozgatnunk a lejtőt, ha azt akarjuk, hogy a test ne mozogjon a lejtőhöz képest?



19.

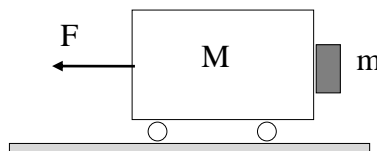


A 8 kg tömegű, 30° -os hajlásszögű ékre 2 kg tömegű testet helyezünk. Az ék vízszintes gyorsításával elérjük azt, hogy a test az ékhez viszonyítva nyugalomban maradjon. A súrlódások elhanyagolhatók.

- a) Mekkora az ékre ható vízszintes erő? **(56,6 N)**
 b) Mekkora erő hat az ék és a test között? **(22,66 N)**
 c) Mekkora a talaj és az ék között ható erő? **(98,1 N)**

20.

Az ábrán látható kiskocsi tömege $M=1 \text{ kg}$. Függőleges hátlapja vaslemezből készült és ide tapad egy $m=0,4 \text{ kg}$ tömegű mágneses korong. A mágneses vonzóerő $F_m=20 \text{ N}$, a korong és a vaslemez közötti tapadó súrlódási tényező $\mu=0,4$. A kocsi súrlódásmentesen gördülhet a vízszintes asztallapon. A kocsit vízszintes irányú, F nagyságú erővel balra kezdjük húzni. Legalább mekkora legyen F értéke, hogy a korong megmozduljon a kocsihoz képest?



Versenyfeladatok

21.

Az 5 kg tömegű fahasáb vízszintes, súrlódásmentes felületen fekszik. A hasádba hossz tengelye mentén 5 g tömegű, 400 m/s sebességű lövedék fúródik, és 10^{-3} s alatt lefékeződik. Tekintsük a lassulást állandónak.

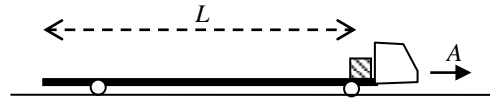
- a) Mekkora lesz a hasáb és a közös sebessége? **(0,4 m/s)**
 b) Mekkora a hasáb és a lövedék között fellépő erő? **(2 kN)**

c) Milyen mélyen hatolt be a lövedék a hasádba? (0,2 m)

22.

Egy teherautó tömege 2 t, sebessége 20 m/s. A rakománya és a rakodófelülete közötti súrlódási tényező 0,3. Mekkora fékező erővel lehet a kocsit megállítani a rakomány megcsúszásának veszélye nélkül? Mekkora távolságon belül történik a megállás?

23.



Egy álló teherautó rakfelületén egy kis láda van a rakfelület végétől $L = 4$ m távolságra. Az autó elindul, és $A = 6 \text{ m/s}^2$ gyorsulással mozog. A láda és a rakfelület közötti súrlódási tényező $\mu = 0,4$.

- Mekkora lesz a láda talajhoz képesti gyorsulása?
- Mennyi idő múlva esik le a láda az autóról?
- Mekkora lesz a láda talajhoz képest sebessége a leesés pillanatában?
- Mennyit mozdul el a láda a talajhoz képest a leesésig?

Tételezzük fel, hogy a láda ütközésmentesen ér talajt és a talajon a súrlódási tényező továbbra is $\mu = 0,4$!

- Mennyi ideig csúszik a láda a talajon? Mekkora úton áll meg?
- Ábrázoljuk a láda sebesség - idő grafikonját a teljes mozgás időszakára!

24.

Egy autó induláskor egyenletesen gyorsulva 4 s alatt éri el a 10 m/s sebességet. Ezután egyenletesen halad. Összesen mennyivel csúszik hátra a rakfelületen levő láda, ha a láda és a rakfelület között a súrlódási együttható 0,2?

25.

Az eső testek a levegőben több-kevesebb idő alatt egyenletes sebességet érnek el. Egy 4 g tömegű pingpong labda például 15 m/s sebességgel esik.

- Mekkora sebességgel esik az ugyanakkora méretű 256 g tömegű fémgolyó?
 - A pingpong labdát és a fémgolyót hosszú fonállal összekötjük, mekkora lesz ebben az esetben a közös sebességük egyenletes esés közben?
- (A közegellenállási erő a sebesség négyzetével arányos.)

26.

Azonos anyagból egy R és egy 2R sugarú tömör gömböt készítünk. A gömböket vékony, elhanyagolható tömegű fonállal kötjük össze és a rendszert elegendően nagy magasságban elejtjük. A közegellenállási erő miatt a testek sebessége egy idő után állandósul. Mekkora erő feszíti ekkor a fonalat? Az R sugarú gömb tömege 1 kg. Ismeretes, hogy egy gömbre ható közegellenállási erő egyenesen arányos a gömb főkörének területével.

27.

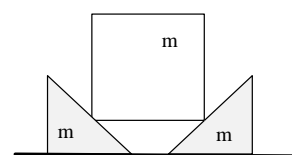
Asztalra 5 kg tömegű 30°-os lejtőt és erre 3 kg tömegű testet helyezünk, amely lecsúszik a lejtőn. (A lejtő az asztalon nem csúszik el.)

Mekkora függőleges erő nyomja az asztal lapját a test csúszása közben,

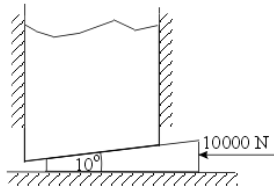
- ha a súrlódást elhanyagoljuk, **(71,1 N)**
- ha a súrlódási együttható 0,2? **(73,6 N)**

28.

Két darab, egyformán 45°-os hajlásszögű és m tömegű lejtőre ugyancsak m tömegű kocka alakú testet helyezünk. Határozzuk meg a testek gyorsulásait, ha a súrlódás a lejtők és az asztal és a lejtők és a test között is elhanyagolható.



29.



Egy oszlopot az ábra szerinti elrendezésben 10° -os ékkel emelünk. A súrlódást csak az ék és a talaj közt vesszük figyelembe, itt a súrlódási együttható 0,2. Az ék tömegétől tekintsünk el. $g=10 \text{ m/s}^2$. Az oszlop egyenletes emeléséhez az ékre 10000 N nagyságú, vízszintes erővel kell hatni.

- a) Mekkora az oszlop tömege? **(266 kg)**
- b) Mekkora a munkavégzésünk hatásfoka az oszlop emelése közben? **(47 %)**
- c) Mekkora vízszintes erő szükséges az oszlop egyenletes süllyesztéséhez? **(63 N)**