

9. Forgómozgás

Alapfeladatok

Kinematika

1.

Egy motor 3600 1/min fordulatszámmal forog.

- Határozzuk meg a periódusidőt és a szögsebességet!
- Mekkora a 2 cm sugáron forgó pont sebessége?

2.

Határozzuk meg a Föld tengely körüli forgásának szögsebességét! Mekkora az egyenlítői pont, illetve a 60. szélességi körön fevő pont sebessége?

3.

Egy tengely körül forgó test nyugalomból 2 s alatt egyenletesen gyorsul fel 40 1/s szögsebességre.

- Mekkora a szöggyorsulás?
- Mekkora a szögelfordulás?
- Hány fordulatot tesz meg a test?

4.

Egy tengely körül forgó test nyugalomból 2 s alatt egyenletesen gyorsulva 20 rad szöggel fordul el.

- Mekkora a szöggyorsulás?
- Mekkora az elért szögsebesség?

5.

Egy 20 1/s kezdeti szögsebességgel forgó test egyenletesen lassulva 40 s alatt áll meg.

- Mekkora a szöglassulás?
- Mekkora a szögelfordulása?
- Hány fordulatot tesz meg a test?

6.

Egy 30 1/s kezdeti szögsebességgel forgó test egyenletesen lassulva 60 fordulat megtétele után áll meg.

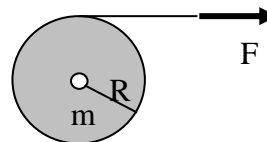
- Mennyi idő alatt áll meg a test?
- Mekkora a szöglassulás?

Forgómozgás alátörvénye

7.

Egy $m = 2$ kg tömegű, $R = 0,1$ m sugarú henger vízszintes tengely körül foroghat. A tengelyre csévélte fonál végét $F = 4$ N erővel

húzzuk. (A tömör henger tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = \frac{1}{2} mR^2$.)



- Határozd meg a henger szöggyorsulását!
- Mekkora szögsebességre gyorsul fel a kezdetben álló henger $t = 4$ s alatt, és mekkora a szögelfordulás?
- Határozd meg a henger forgási energiáját a $t = 4$ s időpillanatban!

8.

Orvosbiológiai kísérletben egy függőleges tengely körül forgó kamra falához simulva áll a kísérleti személy, akinek centripetális gyorsulása $10g$, távolsága a forgó kamra tengelyétől 2 méter.

- Mekkora a kamra szögsebessége? (7 1/s)

- b) Mekkora volt a kamra állandó szöggyorsulása, ha a fenti szögsebességet nyugalomból indulva 70 másodperc alatt érte el? (**0,1 1/s²**)
 c) Mekkora az ehhez szükséges forgatónyomaték, ha a kamra és a kísérleti személy együttes tehetetlenségi nyomatéka 1500 kgm²? ($g=10 \text{ m/s}^2$) (**150 Nm**)

9.

Forgó hengert a palástjához szorított féktuskóval fékezzük le. A henger tehetetlenségi nyomatéka 50 kgm², kezdeti szögsebessége 12,5 1/s. A szögsebesség egyenletesen, 180 s alatt zérusra csökken. Mekkora erővel kell a féktuskót a hengerhez nyomni, ha a súrlódási együttható 0,2?

Forgási energia

10.

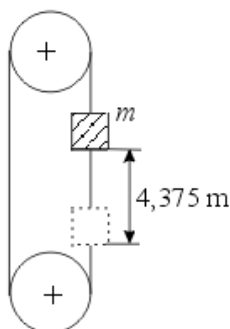
Egy lemezjátszó berendezés mekkora munkavégzés árán hoz 33 1/perc fordulatszámú mozgásba egy 30 cm átmérőjű, 0,15 kg tömegű hanglemezt? (**0,0101 J**)

11.

A 8000 kg/m³ sűrűségű anyagból készült, 0,2 m sugarú és 5 cm vastagságú korong rögzített tengely körül forog. A korong forgási energiáját 12 s alatt 2500 J-ról 4000 J-ra növeljük, a fordulatszám egyenletes emelésével.

- a) Mekkora a fordulatszám megváltozása?
 b) Mekkora a korong szöggyorsulása?

12.



Az ábrán látható tömör hengerek sugara 0,4 m, tömegük egyenként 50 kg, a heveder a hengereken nem csúszik meg.

- a) Mekkora lesz a hevederre akasztott $m=14 \text{ kg}$ tömegű test sebessége 4,375 m út megtétele után? ($g=10 \text{ m/s}^2$) (**4,375 m/s**)
 b) Mennyi idő alatt éri el ezt a sebességet? (**2 s**)

13.

Az ábra szerint $\alpha = 21,8^\circ$ -os lejtőn $h=0,8 \text{ m}$ magasságból $m_1=1 \text{ kg}$ tömegű test csúszhat le. A testhez a lejtő tetején megerősített, vízszintes tengely körül forgatható korong kerületére csavart fonál végét kötjük. A korong tömege $m = 0,5 \text{ kg}$, sugara $R=5 \text{ cm}$.



- a) Mekkora sebességgel ér a lejtő aljára a test, ha a súrlódás elhanyagolható?
 b) Mekkora a korong szöggyorsulása?

Haladó szintű feladatok

Forgómozgás alátörvénye

14.

Egy 2 kg tömegű, 20 cm sugarú tömör henger 120 1/s szögsebességgel forog a a tengelye körül. ($\Theta=m \cdot r^2/2$).

- a) Legalább mekkora, a paláston ható, állandó erővel tudjuk a hengert 2 s alatt megállítani? (**12 N**)
 b) Mekkora a henger egy, a palástján lévő pontjának gyorsulása a henger megállítása előtt

0,1 másodperccel? (**14 m/s²**)

c) Mekkora munkavégzés szükséges a henger megállításához? (**288 J**)

15.

Egy 0,25 m sugarú, 0,1 m vastagságú, 4000 kg/m³ sűrűségű anyagból készült, 10 1/s fordulatszámmal forgó korongot a korong palástja mentén ható állandó 20 N nagyságú erővel akarunk lefékezni.

a) Mekkora mozgási energiaváltozást okoz az erő 15 s alatt?

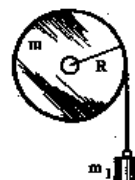
b) Adjuk meg a korong mozgási energiáját az idő függvényében!

16.

A rajz szerint vízszintes tengely körül forgatható m tömegű, R sugarú korong kerületére csavart fonál végére m_1 tömegű testet függesztünk. Mekkora a korong szöggyorsulása, és mekkora erő feszíti a fonalat, ha

a) $m_1 = m/2$;

b) $m_1 = m$?



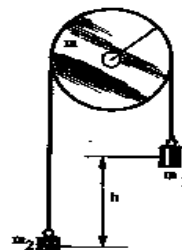
17.

Az ábra szerint vízszintes tengely körül forgatható korong kerületén átvett fonál egyik végére m_1 , másik végére m_2 tömegű testet függesztünk.

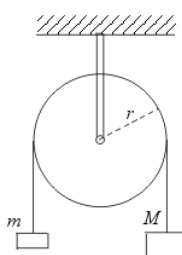
a) Mekkora szöggyorsulással forog a korong, ha a korong tömege m ,

$m_1 = m$ és $m_2 = m/2$?

b) Mekkora erő terheli a korong tengelyét, ha $m = 2$ kg?



18.

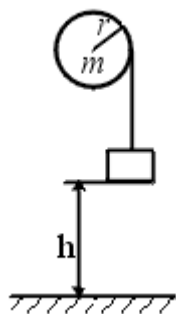


Egy 0,5 m sugarú, 26 kg tömegű tömör hengeren átvett fonál végein két test lóg, amelyek együttes tömege 12 kg. A testeket elengedve a henger 3,2 1/s² szöggyorsulással indul. A kötélt a hengereken nem csúszik meg, $g=10$ m/s², a tömör henger tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = m \cdot r^2/2$.

a) Mekkora két test tömege külön-külön? (**8 kg, 4 kg**)

b) Az indulástól számított 3 másodperc múlva mennyi az összes mozgási energia? (**288 J**)

19.



Az $r=0,2$ m sugarú, vízszintes tengely körül forgó $m=3$ kg tömegű korong tengelyénél a forgást fékezi $M=0,1$ Nm nagyságú forgatónyomaték. A korong palástjára tekert hosszú fonál végén függő test $v=0,5$ m/s sebességgel a talajig egyenletesen süllyed. $g=10$ m/s², $\Theta = m \cdot r^2/2$.

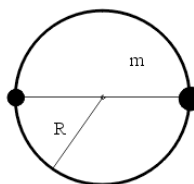
a) Mekkora a fonál végén függő test tömege? (**50 gramm**)

b) Ábrázoljuk a korong szögsebességét attól a pillanattól kezdve, amikor a fonálon függő test a talaj felett $h=2$ m magasan van, egészen a korong megállásáig!

Forgási energia

20.

Egy $R=10$ cm sugarú, $m=0,06$ kg tömegű korong a középpontján és a korong síkjára merőleges vízszintes tengely körül súrlódásmentesen foroghat. A korong kerületére, két áttellenes pontban egy-egy pontszerű testet erősítettünk, amelynek tömege 0,02 kg, illetve 0,03 kg. Az ábra szerinti helyzetben a rendszert magára hagyjuk.



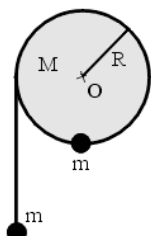
Számítsuk ki

- a korong szöggyorsulását az elindulás pillanatában! (**$12,5 \text{ 1/s}^2$**)
- a pontszerű testeknek a mozgás során elért legnagyobb sebességét! (**$0,5 \text{ m/s}$**)

A súrlódás elhanyagolhatóan kicsi; a korong tehetetlenségi nyomatéka esetünkben

$m \times R^2/2$; a nehézségi gyorsulás értéke 10 m/s^2 .

21.



Az ábrán látható $R=10 \text{ cm}$ sugarú, $M=4 \text{ kg}$ tömegű, homogén, tömör korong súrlódásmentesen foroghat az O középpontján átmenő, vízszintes tengelye körül. A korong peremére vékony, elhanyagolható tömegű, nyújthatatlan zsineget csévélünk. A zsineg szabad végére egy $m=0,5 \text{ kg}$ tömegű nehezéket kötünk, a korong aljára pedig egy szintén $0,5 \text{ kg}$ tömegű kis testet erősítünk. A rendszert magára hagyjuk.

- Mekkora gyorsulással indul meg a nehezék? (**$1,64 \text{ m/s}^2$**)
 - Mekkora a korong szögsebessége egy félfordulat után? (**$6,1 \text{ 1/s}$**)
- $\Theta_{\text{korong}} = (m \cdot r^2)/2$; $g=10 \text{ m/s}^2$.

Perdületmegmaradás

22.

Egy rézhenger 20 1/s szögsebességgel forog a szimmetriatengelye körül. A fékező hatások elhanyagolhatóak.

- Mekkora lesz a szögsebessége, ha 200 C fokkal felmelegítik?
- Növekszik vagy csökken a henger forgási energiája?

23.

$0,5 \text{ m}$ sugarú, 2 kg tömegű vízszintes síkú korong a középpontján átmenő függőleges tengely körül foroghat. A kezdetben álló korong szélén egy összenyomott rugó $0,2 \text{ kg}$ tömegű testet lök meg a koronghoz képest érintőirányú, $4,2 \text{ m/s}$ nagyságú sebességgel.

- Mekkora a test pályaperdülete a korong középpontján áthaladó, függőleges tengelyre vonatkoztatva?
- Mekkora szögsebességgel és merrefelé kezd forogni a korong?

Síkmozgás

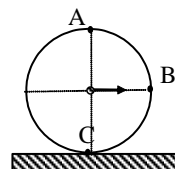
24.

Egy gépkocsi 90 km/h sebességgel halad, kerekeinek átmérője 60 cm .

- Mekkora szögsebességgel forog a kerék? (**$83,3 \text{ 1/s}$**)
- Az úttesthez képest mekkora pillanatnyi sebességgel mozog a kerék legfelső pontja? (**50 m/s**)

25.

Egy autó 10 m/s állandó nagyságú sebességgel halad, és az ábrán látható, $0,25 \text{ m}$ sugarú kereke tisztán gördül. Mekkora sebességgel mozog a kerék A pontja a talajhoz képest?



- A) 10 m/s B) 20 m/s C) 15 m/s .

26.

Mekkora sebességgel mozog az előző kérdésben vizsgált autó kerekének B pontja a talajhoz képest?

- A) 10 m/s B) $10\sqrt{2} \text{ m/s}$ C) $10 / \sqrt{2} \text{ m/s}$.

27.

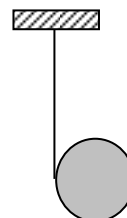
Mekkora gyorsulással mozog az előző kérdésben vizsgált autó kerekének C pontja a talajhoz képest?

- A) 400 m/s^2 B) 0 m/s^2 C) 100 m/s^2

28.

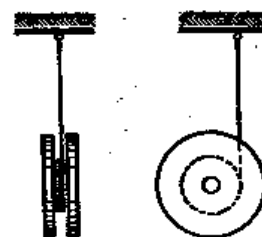
Egy $m = 0,1 \text{ kg}$ tömegű, $R = 5 \text{ cm}$ sugarú tömör henger peremére fonalat csévelünk. A fonál másik végét a mennyezethez rögzítjük, majd a hengert elengedjük. ("jojó")

- a) Határozzuk meg a henger középpontjának gyorsulását és a henger gyorsulását!
b) Mekkora erő feszíti a henger mozgása közben a fonalat?
($\Theta = m \cdot R^2 / 2$)



29.

Az ábra szerint orsóra csavart fonál végét felfüggesztjük. Az orsó a fonalon lecsavarodik. Az orsó hengeres testének sugara r , tömege a tárcsák tömegéhez képest elhanyagolható. A két tárcsa sugara R , együttes tömegük m . Írjuk le az orsó mozgását és határozzuk meg a fonalat feszítő erőt! Legyen $R=2r$.



30.

Ha egy lejtő és egy henger között elegendően nagy a tapadási súrlódási együttható, akkor a lejtőre helyezett henger tisztán gördül. A mozgás során állandó-e a henger mechanikai energiája?

- A) Nem, csökken. B) Igen, állandó. C) Nem, növekszik.

31.

Tekintsünk egy m tömegű, R sugarú vékony falú gyűrűt és egy tömör hengert. Álló helyzetből indulva gurítani kezdjük őket, míg középpontjaik sebessége v nem lesz. Melyik test mozgásba hozásakor végeztünk több munkát? (A testek végig tisztán gördülnek.)

- A) A tömör henger esetén. B) A gyűrű esetében. C) A munkák egyenlők.

32.

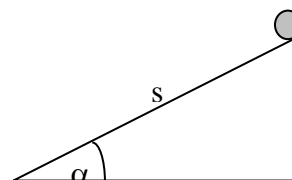
Egy tömör henger tisztán gördül. Haladó mozgásához tartozó mozgási energiája hányszorosa a forgómozgásához tartozó forgási energiának? ($\Theta = 0,5 m \cdot R^2$)

- A) 4-szerese B) 2-szerese C) 1-szerese

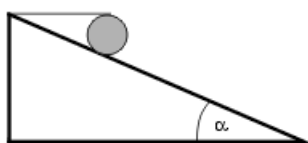
33.

Az $s = 10 \text{ m}$ hosszú, $\alpha = 30^\circ$ hajlásszögű lejtő tetejéről elengedünk egy tömör hengert, ami a lejtőn tisztán gördülve mozog.

- a) Határozzuk meg a henger középpontjának sebességét a lejtő alján!
b) Mennyi idő alatt ér a henger a lejtő aljára?
($\Theta = m \cdot R^2 / 2$)



34.



A $0,4 \text{ kg}$ tömegű és 5 cm sugarú homogén korongot a síkjába eső vízszintes fonállal rögzítjük az $\alpha = 36^\circ$ -os lejtőn. A fonál a korong tetejéhez kapcsolódik, a korong a lejtőn nem csúszik meg.

- a) Mekkora a fonálerő? (**$1,3 \text{ N}$**)
b) A fonál elvágása után mennyi idő alatt tesz meg a korong 5 m

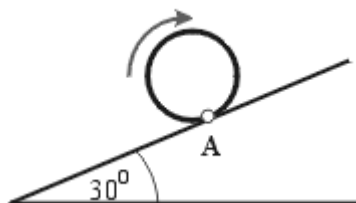
utat? (1,6 s)

c) Mekkora a korong tömegközéppontra vonatkoztatott perdülete az 5 m út befutása után?

($6,25 \cdot 10^{-2} \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$)

A korong tehetetlenségi nyomatéka a szimmetriatengelyre $\Theta = m \cdot r^2/2$.

35.

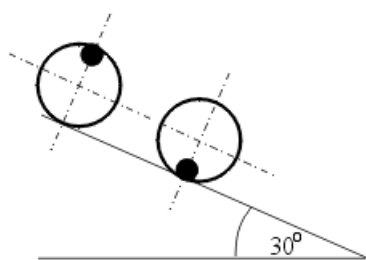


Megindított és magára hagyott 1 méter átmérőjű függőleges síkú vékony gyűrű gördül felfelé a 30° -os lejtőn (csúszás nélkül). Amikor a gyűrű az A-ban van, akkor a fordulatszám 2 s^{-1} .

a) Mekkora utat tesz meg a gyűrű a lejtőn felfelé A-ból mérve? (8 m)

b) Mennyi ideig tart a mozgás? (2,55 s)

36.



A 30° -os hajlásszögű lejtőn 0,6 m sugarú, 4 kg tömegű abroncs áll. A lejtővel való érintkezési ponttal átellenben az abroncsra egy 4 kg tömegű testet erősítettünk. Az abroncsot elengedjük, és az csúszás nélkül legördül. $g = 10 \text{ m/s}^2$

a) Mekkora a helyzeti energia csökkenése fél fordulat alatt? (116,8 J)

b) Mennyi ekkor az abroncsra erősített testnek és az abroncs középpontjának a sebessége?

(0, 5,4 m/s)

Versenyfeladatok

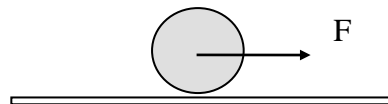
37.

Az ábrának megfelelő elrendezésben a kezdetben álló, m tömegű, R sugarú tömör hengert a tengelyre kötött fonál segítségével, F erővel húznak. ($m = 1 \text{ kg}$, $R = 0,1 \text{ m}$, $F = 6 \text{ N}$)

a) Mekkora legyen a tapadási súrlódási tényező a test és a talaj között, ha azt akarjuk, hogy a henger tisztán gördüljön, ill. csúszva gördüljön?

b) Határozzuk meg a henger középpontjának sebességét és a henger szögsebességét az indulás után $t = 2 \text{ s}$ múlva, ha $\mu = 0,4$!

c) Határozzuk meg a henger középpontjának sebességét és a henger szögsebességét az indulás után $t = 2 \text{ s}$ múlva, ha $\mu = 0,1$!



38.

Egy R sugarú tömör gömböt helyezünk egy α hajlásszögű lejtőre. ($\alpha = 45^\circ$, $R = 0,05 \text{ m}$.)

a) Mekkora legyen a tapadási súrlódási tényező a gömb és a lejtő között, ha azt akarjuk, hogy a gömb tisztán gördüljön, ill. csúszva gördüljön?

b) Határozzuk meg a gömb középpontjának sebességét és a gömb szögsebességét az indulás után $t = 1 \text{ s}$ múlva, ha $\mu = 0,3$!

c) Határozzuk meg a henger középpontjának sebességét és a gömb szögsebességét az indulás után $t = 1 \text{ s}$ múlva, ha $\mu = 0,1$!

39.

Egy R sugarú tömör gömböt helyezünk egy α hajlásszögű lejtőre. ($\alpha = 30^\circ$, $R = 0,05 \text{ m}$, $\mu = 0,1$)

a) Tisztán vagy csúszva gördül a gömb?

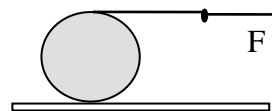
b) Határozzuk meg a gömb középpontjának sebességét és a gömb szögsebességét az indulás után $t = 1 \text{ s}$ múlva!

40.

Egy m tömegű, R sugarú tömör hengert a rátekert fonál segítségével, az ábra szerinti módon gyorsítanak. ($m=1$ kg, $R=5$ cm, $F=9$ N, $\mu=0,2$)

a) Tisztán vagy csúszva gördül a henger?

b) Határozzuk meg a henger középpontjának sebességét és a henger szögsebességét az indulás után $t=1$ s múlva!

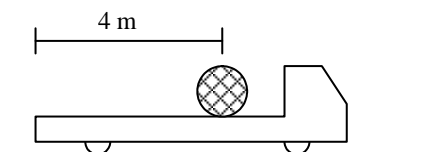


41.

Egy R sugarú, m tömegű tekegolyót v_0 kezdősebességgel úgy dobnak el, hogy nem hozzák forgásba. A golyó a pályán csúszva indul. A súrlódási tényező μ . Az indulástól mekkora távolságban kezd a golyó tisztán gördülni? ($R=0,1$ m, $m=1$ kg, $v_0=5$ m/s, $\mu=0,4$)

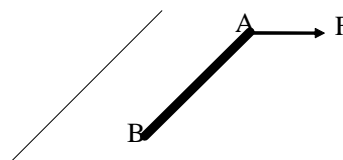
42.

Egy álló teherautó rakfelületére homogén tömegeloszlású, henger alakú testet helyeznek az ábra szerinti helyzetbe a rakfelület végétől 4 méter távolságra. A jármű elindul és 3 m/s^2 állandó gyorsulással növeli sebességét. A henger csúszásmentesen gördül. Az autó indulása után mennyi idővel esik le a járműről a henger?



43.

Egy 20 cm hosszú, 0,05 kg tömegű vonalzó fekszik légpárnás asztalon. Egy adott pillanatban a vonalzó nyugalomban van, és a végén lévő A pontban $F=0,01$ N erő hat a vonalzó hosszára merőlegesen, a vízszintes síkban. Mekkora ebben a pillanatban a másik, B végpont gyorsulása? (Egy rúd tehetetlenségi nyomatéka a



középpontján átmenő tengelyre $\Theta = \frac{1}{12} ml^2$.)

44.

Egy 2 kW-os villanymotor fordulatszáma percenként 2700. Ha kikapcsoljuk a motort, egyenletesen lassulva 30 s alatt áll meg. A motor működésekor hány százalékos a mechanikai energiavesztés? A motor forgórészének tehetetlenségi nyomatéka 0,25 kgm².

45.

M tömegű, L hosszúságú rúd egyik végén ékkel van alátámasztva, másik végén fonállal van felfüggesztve. A fonalat elégetjük. A mozgás megindulásának pillanatában mekkora erővel nyomja a rúd az éket?

46.

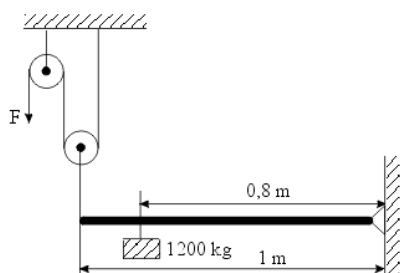
Egy 0,4 kg tömegű, egyenletes tömegeloszlású, 76 cm hosszú rúd az egyik végén vízszintes tengelyhez van rögzítve, amely körül súrlódásmentesen foroghat a függőleges síkban, $\Theta = m \cdot l^2 / 3$. A labilis egyensúlyi helyzetben lévő rúd elhanyagolható kezdősebességgel kibillen, $g=10 \text{ m/s}^2$.

a) Mekkora a rúd szögsebessége akkor, amikor először halad át a vízszintes helyzeten? (6,28 1/s)

b) Mekkora a rúd szöggyorsulása ugyanakkor? (19,7 1/s²)

c) Milyen irányú erővel hat a tengely a rúdra ebben a pillanatban? (9,5°)

47.

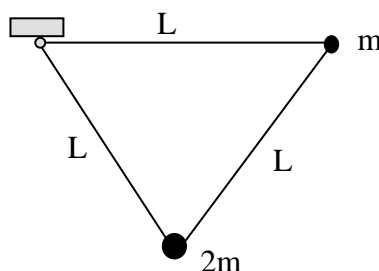


Az ábrán látható berendezésnél a csigák, a rúd és a kötél tömege, valamint a súrlódás elhanyagolható. A rúdra 1200 kg tömegű testet akasztottunk. $g=10 \text{ m/s}^2$

- Mekkora erővel kell a kötél végét tartani, hogy a rúd vízszintes maradjon?
- Mekkora erővel kell a kötél végét húzni ahhoz, hogy ennek gyorsulása 4 m/s^2 legyen induláskor?

48.

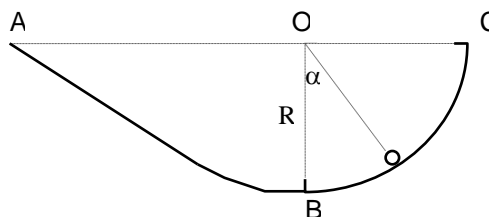
Elhanyagolható tömegű, $L=12 \text{ cm}$ hosszúságú rudakból egy szabályos háromszöget készítünk. A háromszög csúcaiba m , illetve $2m$ tömegű golyókat erősítünk. A szerkezet a harmadik csúcson átmenő, vízszintes tengely körül foroghat. A szerkezetet az ábrán látható helyzetből elengedjük.



- Mekkora lesz a golyók legnagyobb sebessége a mozgás során? (A súrlódást és a közegellenállást elhanyagolhatod.)
- Ha a szerkezet végül mégis egyensúlyba kerül, akkor mekkora szögnek zárnak be a rudak a függőlegessel?

49.

Egy vékonyfalú gyűrű alakú test az ábrán látható ABC lejtőn mozog. A test az A pontból indul, és tiszta gördüléssel eljut a B pontig. A pálya BC íve O középpontú negyedkör, amelyen a tapadási tényező $\mu_0=0,25$. Határozd meg azt az α szöveget, amelynél a henger tiszta gördülése csúszva gördülésbe megy át! (A henger r sugara a pálya méreteihez képest elhanyagolható, tehetetlenségi nyomatéka a középpontján átmenő forgástengelyre $\Theta=m \cdot r^2$ alapján számítható.)

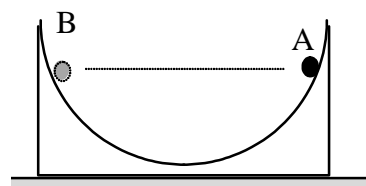


50.

Egy L hosszúságú, homogén tömegeloszlású rúd vízszintes tengely körül foroghat. A rudat vízszintes helyzetéig kitérítjük, és ott elengedjük. Megmérjük egy teljes lengés idejét. Ezután ugyanezt a mérést elvégezzük egy vízszintes helyzetből elengedett, ugyancsak L hosszúságú fonálingával is. Hogyan aránylik egymáshoz a két lengésidő? (A súrlódás és közegellenállás mindkét mozgásnál elhanyagolható. A rúd tehetetlenségi nyomatéka a végén átmenő forgástengelyre $\theta = \frac{1}{3} mL^2$.)

51.

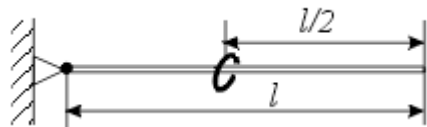
A mellékelt ábrán látható völgszerű mélyedés A pontjában elengedünk egy piciny tömör hengert, ami tisztán gördülve T_1 idő alatt jut el az átellenes B pontig. A kísérletet elvégezzük egy piciny tömör golyóval is, ami ugyancsak tisztán gördülve T_2 idő alatt jut el A-ból B-be.



- Melyik test jutott át hosszabb idő alatt A-ból B-be? Miért?
- Határozd meg a T_2 / T_1 arányt!

(A henger, illetve a golyó tehetetlenségi nyomatéka: $\Theta_{\text{henger}} = \frac{1}{2}mr^2$ ill. $\Theta_{\text{gömb}} = \frac{2}{5}mr^2$.)

52.



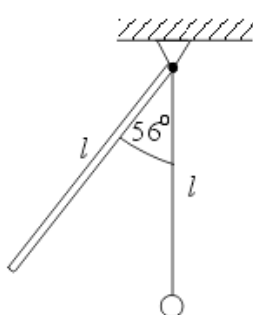
Függőleges síkban súrlódásmentesen foroghat 17 cm hosszú, elhanyagolható tömegű rúd, az egyik végén átmenő vízszintes tengely körül. Ráhúztunk a rúdra egy 9 g tömegű gyűrűt, amely súrlódás nélkül csúszkálhat rajta. A kiindulási helyzetben a rudat

vízszintes helyzetben tartjuk, és a gyűrű éppen a rúd felénél áll. Ekkor a rudat elengedjük. $g=10 \text{ m/s}^2$.

a) Mekkora mozgási energiával hagyja el a gyűrű a rudat? **(0,013 J)**

b) Mekkora szögsebességgel halad át a rúd a függőleges tengelyen? **(5,05 1/s)**

53.



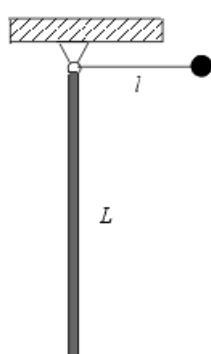
Ugyanabban a pontban csuklósan felfüggesztünk egy l hosszúságú, egyenletes keresztmetszetű, homogén tömegeloszlású rudat és egy l hosszúságú fonálingát. A rudat 56° -os szöggel kitérített helyzetben tartjuk, majd elengedjük. Ezután a rúd a fonál végén lévő testtel rugalmasan ütközik. Ennek következtében az inga kilendül, a rúd pedig függőleges helyzetben megáll.

a) A rúd M tömege hány-szorosa a fonálon függő test tömegének? **(3)**

b) Mekkora szöggel lendül ki a fonálinga? **(70,2°)**

A rúd tehetetlenségi nyomatéka $\Theta = (M \cdot l^2)/3$.

54.



Közvetlenül egymás mellé csuklósan felfüggesztett vékony, merev rúd és fonálinga egyaránt 0,25 kg tömegű. A homogén, merev rúd $L=1,2 \text{ m}$ hosszúságú, a fonál hossza $l = L/3$. A fonálingát kitérítjük vízszintes helyzetbe, azután elengedjük.

a) Mekkora a fonálinga szögsebessége és perdülete a rúddal bekövetkező ütközés előtti pillanatban?

b) A tökéletesen rugalmas ütközés után mekkora szögsebességgel lendül ki a rúd és mekkorával az inga?

c) Milyen magasra lendül fel a fonálinga végén lévő golyó, és milyen magasra emelkedik a rúd végpontja?

A nehézségi gyorsulás értéke $9,81 \text{ m/s}^2$, a rúd tehetetlenségi nyomatéka a végpontján átmenő tengelyre $(m \cdot l^2)/3$.

55.



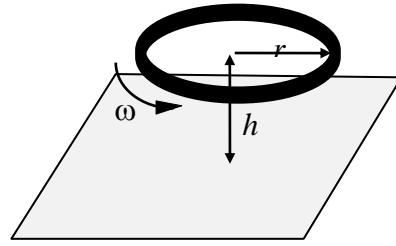
Súrlódásmentes talajon 80 cm hosszú pálca áll labilis egyensúlyi helyzetben. Az elhanyagolható tömegű pálca alsó végéhez m , a felső végéhez $3m$ tömegű pontszerű testek vannak erősítve. Amikor a pálca eldől, alja elcsúszik. ($g=10 \text{ m/s}^2$)

a) Milyen távol van kezdeti helyzetétől az m tömegű test, amikor a $3m$ tömegű test a talajba ütközik? **(60 cm)**

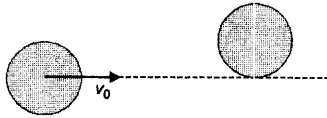
b) Mekkora és milyen irányú sebességgel ütközik a talajba a $3m$ tömegű test, és mennyi ekkor az m tömegű test sebessége? **(4 m/s, 0)**

56.

A vízszintes síkban forgó $r = 10$ cm sugarú vékony gyűrűt $h = 20$ cm magasságból az asztallapra ejtjük. Az elejtés pillanatában a gyűrű $\omega_0 = 21 \text{ s}^{-1}$ szögsebességgel forog függőleges tengelye körül. Az ütközés rugalmatlan és igen rövid idő alatt megy végbe. A súrlódási tényező a gyűrű és az asztal között $\mu = 0,3$. Továbbá $g = 10 \text{ ms}^{-2}$. Hány fordulatot tesz meg a gyűrű az elejtéstől számítva a megállásáig?



57.



Két, egyforma méretű és tömegű, homogén tömegeloszlású lapos korong vízszintes síkú légpárnás asztalon helyezkedik el. Az egyik korong áll, a másik pedig $v_0 = 1 \text{ m/s}$ sebességgel úgy mozog, hogy a középpontján átmenő, sebességével

párhuzamos egyenes érinti a másik korongot. A két korong tökéletesen rugalmasan ütközik. Határozzuk meg a korongok ütközés utáni sebességeinek nagyságát és irányát! (Az irányt a v_0 sebesség irányával bezárt szögekkel adhatjuk meg.) A vizsgált folyamatban a súrlódás mindenhol elhanyagolható.

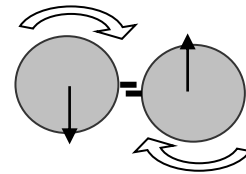
58.

Az $R = 1,4$ m sugarú gömbhéj belső felületén kis test mozog súrlódásmentesen. Sebessége $h_1 = 0,1$ m magasságban a legnagyobb, $h_2 = 0,3$ m magasságban a legkisebb. Mekkora ezek a sebességek?

(Válasz: $1,5 \text{ m/s}$, illetve $2,5 \text{ m/s}$.)

59.

Légpárnás asztalon az ábra szerint két egyforma, azonos körüljárással, $\omega = 2 \text{ 1/s}$ szögsebességgel forgó, $R = 4$ cm sugarú korong $v = 10 \text{ cm/s}$ sebességgel halad ellentétes irányban. A korongok a peremükön lévő elhanyagolható méretű tüskék mentén összeütköznek. Határozzuk meg az ütközés utáni sebességeket és szögsebességeket, ha a korongok



- tökéletesen rugalmatlan ütközés után mereven összetapadnak,
- tökéletesen rugalmas, pillanatszerű ütközés után elválnak!
-

(Válasz: a) A tüskéken átmenő álló tengely körül 1 1/s szögsebességgel forognak az óramutató járásával azonos irányban.

b) Az eredetivel ellentétesre változik a korongok sebességének és szögsebességének iránya. A nagyságok: 2 cm/s , 4 1/s .)