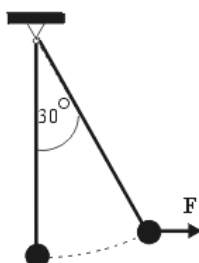


10. Egyensúly

Alapfeladatok

Tömegpont egyensúlya

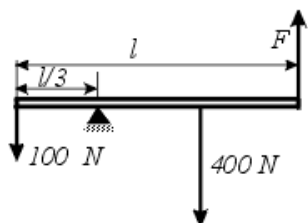
1.



Mekkora vízszintes irányú erővel tudunk egy 2 kg tömegű fonalingát 30° -os helyzetben kifizítve tartani? **(11,27 N)**

Merev test egyensúlya

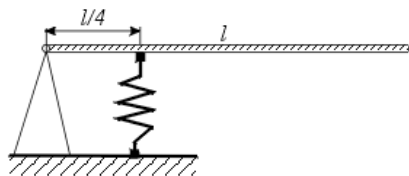
2.



Egy súlytalan rudat hosszának egyharmadában alátámasztunk; az ábra szerint a bal oldalon a rúd végén 100 N, a jobb oldalon a jobboldalra eső rúdhossz közepén 400 N erő hat.

A jobb oldali végén mekkora F erővel tudjuk a rudat egyensúlyban tartani? **(147 N)**

3.

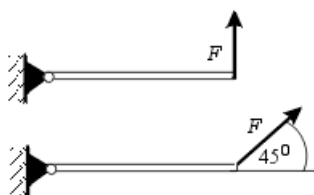


Egyik végén forgatható, egyenletes keresztmetszetű homogén rudat hosszának $1/4$ részénél egy rugóval támasztunk alá. Ekkor a rugó összenyomódása 1,8 cm. A rúd vízszintes. / A rugó 50 N erő hatására nyomódik össze 1cm-t./

a) Mekkora a rúd súlya? **(45 N)**

b) Mekkora lenne a rugó összenyomódása, ha a rudat $1/3$ részénél támasztanánk alá? **(1,35 cm)**

4.



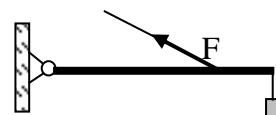
Az egyik végén csuklóval rögzített 2 m hosszú, homogén 25 kg tömegű vízszintes rudat mekkora erővel tudjuk egyensúlyban tartani,

a) ha az erő hatásvonala függőleges, **(122,5 N)**

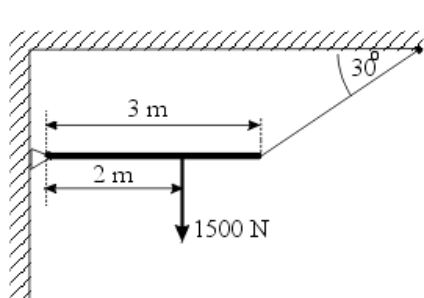
b) ha az F erő hatásvonala 45° -os szöget zár be a vízszintessel? ($g=10 \text{ m/s}^2$.) **(172,6 N)**

5.

50 kg tömegű, 8 m hosszú, homogén tömegeloszlású rúd egyik végén átmenő vízszintes tengely körül foroghat. A rúd másik végén 30 kg tömegű teher van. A rudat vízszintes helyzetében, hosszának $3/4$ -énél megerősített, a vízszintessel 30° -os szöget bezáró kötél tartja egyensúlyban. Mekkora erőt fejt ki a kötél a rúdra?



6.

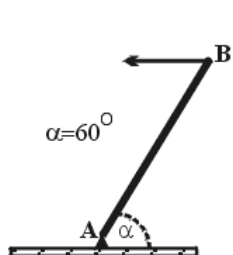


Az egyik végén csuklóhoz rögzített vízszintes rúd másik végét az ábra szerinti elrendezésben egy kötél tartja. A csuklótól 2 m távolságban a rúdra függőlegesen lefelé mutató 1500 N nagyságú erő hat. (A rúd és a kötél saját súly elhanyagolható.) Mekkora lesz a kötélen ébredő erő? **(2000 N)**

7.

120 kg tömegű terhet egy elhanyagolható tömegű rúddal ketten emelnek. Mekkora erőt kell a rúd végeire kifejteniük, ha a terhet a rúd harmadában van felfüggesztve?

8.



Egy $m=1$ kg tömegű, egyenletes tömegeloszlású rúd az A pont körül függőleges síkban súrlódás nélkül elfordulhat.

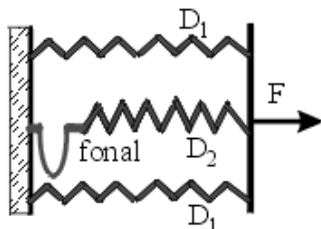
Mekkora vízszintes irányú erőt kell alkalmazni a B pontban, ha azt akarjuk, hogy a rúd a rajzolt helyzetben egyensúlyban legyen?

(28,3 N)

Haladó szintű feladatok

Tömegpont egyensúlya

9.



Az ábrán látható rugórendszer az érfalban található két kötőszöveti fehérje - a nagyon rugalmas elasztin és a kevésbé rugalmas kollagén - együttes viselkedését modellezi. A $D_2 = 850$ N/m rugóállandójú középső rugó elé egy nyújthatatlan fonal van lazán bekötve, így a középső rugó csak 3 cm-es elmozdulás után kezd megnyúlni, amikor a fonal már kifeszült. Mindkét szélső rugó $D_1 = 25$ N/m rugóállandójú. Valamennyi rugó nyújtatlan hossza azonos.

a) Mekkora a rugórendszer megnyúlása $F = 1$ N húzóerő hatására? **(2 cm)**

b) Mekkora a megnyúlás, ha $F = 15$ N? **(4,5 cm)**

10.

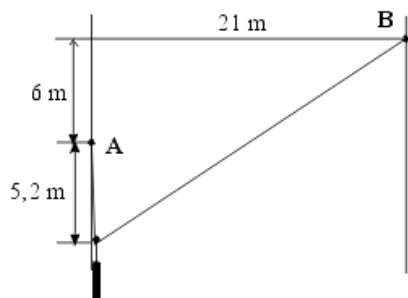


Az ábrán látható expandert négy, egymással párhuzamos, egyforma rugóból állították össze. Adott erő hatására ez az expander 48 cm-rel nyúlik meg.

a) Mekkora lenne az expander megnyúlása az előbbi erő hatására, ha az egyik rugót lekapcsolnánk róla? **(64 cm)**

b) Hány százalékkal kevesebb munkával lehet a három rugós expandert feleannyira kihúzni, mint a négy rugóst? **(81,25 %)**

11.



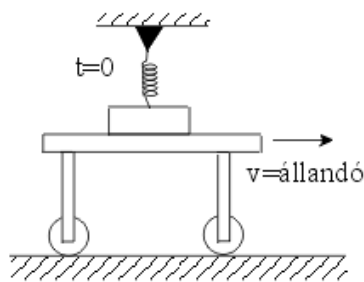
Az A és B pontok közt kötél lóg. A kötéltre súrlódásmentesen mozgó csigával terhet akasztunk. A csigát az A pont alatt 5,2 m mélyen a falhoz szorítva tartjuk, majd elengedjük.

a) A kiindulási helyzettől milyen mélyre kerül a csiga egyensúlyi helyzetében? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

(1,8 m)

b) Mennyi lesz a mozgás során a csiga legnagyobb sebesség? **(6 m/s)**

12.



Állandó sebességgel mozgó vízszintes asztallapon az asztallal együtt mozog egy ráhelyezett hasáb. A hasábhöz erősített rugó a $t=0$ időpillanatban feszítetlen és függőleges helyzetű; ekkor a rugó hossza 0,8 m. A rugó másik vége felülről rögzítve van. Amikor a rugó tengelye a függőlegetől 60° -kal tér ki, akkor már a hasáb megcsúszik az asztallapon.

A rugóállandó 20 N/m , $g=10 \text{ m/s}^2$, a hasáb tömege $4,5 \text{ kg}$.

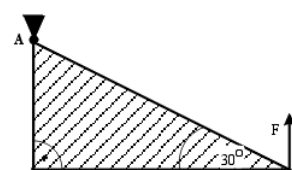
a) Mennyi a rugó energiája a hasáb megcsúszásának

pillanatában? **(6,4 J)**

b) Mekkora a hasáb és az asztallap közötti tapadási (nyugalmi súrlódási) együttható? **(0,37)**

Merev test egyensúlya

13.



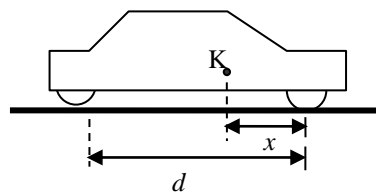
Egy 60 cm átfogójú 30° -os derékszögű háromszög alakú lap 6 mm vastag acéllemezből készült.

a) Mennyi a tömege? (Az acél sűrűsége 7800 kg/m^3 .) **(3,58 kg)**

b) A vázlat szerint az A pontban felfüggesztett háromszöget mekkora függőleges erővel tudjuk tartani úgy, hogy a nagyobbik befogó vízszintes legyen? **(11,9 N)**

14.

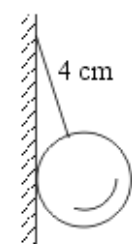
Egy gépkocsi első és hátsó tengelyének távolsága $d = 2,8$ méter. Ha ez a kocsi első kerekeivel áll fel az autómérlegre, akkor a mérleg 650 kg -ot jelez. Ha a hátsó kerekeivel áll rá a mérlegre, a mérleg 600 kg -ot jelez.



a) Mennyi a gépkocsi tömege?

b) Mekkora x távolságra van vízszintes irányban a gépkocsi K tömegközéppontja az első tengelytől?

15.



Sima, függőleges falhoz az ábra szerint 4 cm hosszú fonálon 300 g tömegű golyót rögzítettünk.

a) Mekkora erővel nyomja a 2,5 cm sugarú golyó a falat? **(1,25 N)**

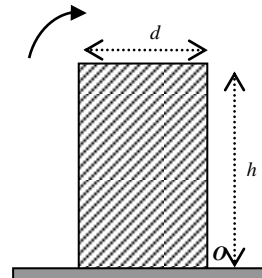
b) Mekkora erő feszíti a fonalat? ($g=10 \text{ m/s}^2$) **(3,25 N)**

16.

Egy homogén tömegeloszlású hengert egy $\alpha=30^\circ$ hajlásszögű lejtőre helyezünk. A hengert a peremére rögzített vízszintes fonál egyensúlyban tartja. Legalább mekkorának kell lenni a tapadási súrlódási együtthatónak a henger és a lejtő között, hogy az egyensúly létrejöhessen?

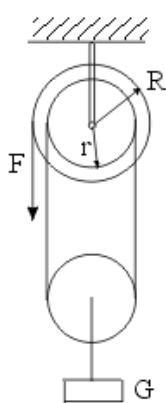
17.

Az ábrán látható $h = 1,6$ m magas, $d = 1,2$ m széles, $m = 20$ kg tömegű, homogén tömegeloszlású szekrényt fel szeretnénk borítani a szekrény O sarkán átmenő, az ábra síkjára merőleges forgástengely körül, ezért a szekrényt külső felületének valamely pontjában, megfelelő irányban nyomni kezdjük. A szekrény a talajon nem csúszik meg.



- Képesek vagyunk-e felborítani a szekrényt, ha legfeljebb 70 N erőt tudunk kifejteni?
- Feltéve, hogy fel tudjuk borítani a szekrényt, határozzuk meg, hogy legalább mennyi munkát kell végeznünk!

18.



Az ábrán látható emelő berendezés felső hengerei össze vannak erősítve és közös tengely körül foroghatnak. A hengerek sugarai $R=0,4$ m, $r=0,3$ m. A kötel egyik vége a kisebbik hengerhez van rögzítve és a hengerre van felcsévélve. A mozgócsigán $G=450$ N súlyú teher lóg. A mozgócsigát tartó kötelek párhuzamosak.

- Mekkora erővel kell húzni a kötel másik végét, hogy a berendezés egyensúlyban legyen? **(56,25 N)**
- Mekkora a teher emelésekor a teljesítmény, ha a kettős henger $0,25$ 1/s állandó fordulatszámmal forog? **(35,3 W)**

19.

Egy $0,5$ m él hosszúságú, 10 N súlyú négyzet alakú deszkalapot egyik oldalának harmadoló pontjában fonál segítségével felfüggeszteni. Mekkora munkavégzéssel lehet a deszkalapnak azt az oldalát, amelyen fel van függesztve, vízszintes helyzetbe hozni?

20.

Az m tömegű, d hosszúságú homogén rudat - a végeihez kötött fonalakkal - úgy függesztünk fel, hogy az l hosszúságú fonalakat a mennyezet ugyanazon pontjában erősítjük meg. ($l=50$ cm; $d=60$ cm; $m=1,6$ kg) Mekkora erő feszíti a fonalakat?

Versenyszempontok

21.

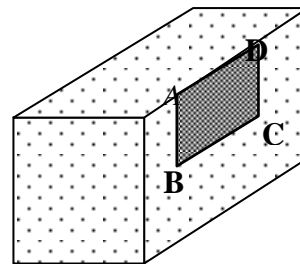
Egyenlő karú emelő egyik végére 50 cm hosszú fonálon 3 kg tömegű golyót kötünk, és ezt a golyót vízszintes helyzetből, mint egy fonálingát elengedjük. Az emelő másik végét mindig akkor erővel egyensúlyozzuk ki, hogy az emelő állandóan vízszintes maradjon. Az inga mely helyzetében kell éppen 30 N erővel leszorítani az emelőt?

22.

Egy vízzel telt tartály oldalában egy téglalap alakú ajtó van (ABCD). Az ajtó AD éle azonos magasságban van a tartálybeli vízszinttel. Az ajtó kinyílik, de mi meg szeretnénk akadályozni a víz kiáramlását, ezért kívülről befelé nyomjuk az ajtót. (Persze fizikushoz illően a lehető legkisebb megfelelő erőt alkalmazunk a legoptimálisabb helyen.) Ha az ajtó az AB éle mentén tud elfordulni, akkor jelölje ezt az erőt F_{AB} , ha az ajtó az AD éle mentén

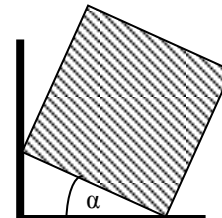
fordul, akkor F_{AD} , ha a CB éle mentén, akkor F_{BC} .

- Rakjuk növekvő sorrendbe a három esetben szüksége erő!
- Adjuk meg a három erő arányát!



23.

Az M tömegű, homogén tömegeloszlású kocka a falnak dől az ábrán látható módon. A fal és a kocka között a súrlódás elhanyagolható, a padló és a kocka közötti súrlódás pedig éppen elegendő ahhoz, hogy a kocka ne csússzon meg. Határozzuk meg a súrlódási tényezőt! ($\alpha = 18^\circ$)



24.

Egy derékszögű falszegletbe L hosszúságú, m tömegű, homogén tömegeloszlású, egyenletes keresztmetszetű rudat állítunk függőleges helyzetben. A rúdnak a talajjal érintkező pontját egy vízszintes fonállal állandó sebességgel húzni kezdjük úgy, hogy a rúd mindvégig a falra merőleges, függőleges síkban marad. A súrlódási együttható a talajon 0,2, a falon 0,3. Milyen távol lesz a rúd alja a faltól abban a pillanatban, amikor a fonál meglazul?

25.

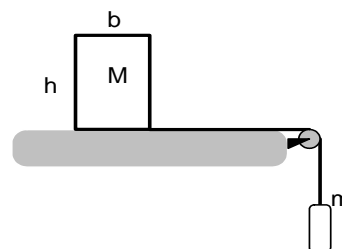
Vonaton utazva mindenki tapasztalhatta, hogy az asztalra állított üdítős üveg akkor is borulékony ha tele van, és akkor is, ha üres. Tekintsünk egy m tömegű, H magasságú üveget, amelyben teljesen tele állapotban $M=8m$ tömegű folyadék van!

- Határozzuk meg, hogy milyen folyadék magasságnál tapasztalhatunk legnagyobb stabilitást!
- Határozzuk meg, hogy a legstabilabb, illetve a legkevésbé stabil állapotban mekkora gyorsulás esetén borul fel az üveg?

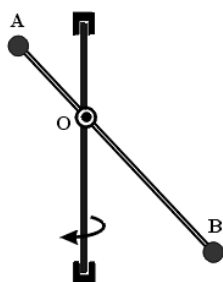
(Az egyszerűség kedvéért az üveget tekintsük henger alakúnak. A henger alapkörének R sugara legyen hatoda a henger H magasságának, $R = H/6$. Szorítkozzunk az időben állandó gyorsulású esetek vizsgálatára. A folyadék felszínének a vízszintestől való eltérését hanyagoljuk el.)

26.

Egy h magasságú, $b=h/2$ szélességű, M tömegű, homogén tömegeloszlású hasábot vízszintes felületre helyezünk. A hasáb aljához egy fonalat erősítünk, melyet elhanyagolható tömegű csigán vetünk át, és végére m tömegű testet rögzítünk, majd a rendszert magára hagyjuk. A súrlódás mindenhol elhanyagolható. Milyen m/M tömegarálynál billen meg a hasáb?



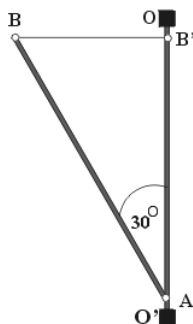
27.



Függőleges tengelyhez $^\circ$ -ban elhanyagolható tömegű pálca kapcsolódik úgy, hogy $^\circ$ -ban vízszintes helyzetű tengely körül elfordulhat. A-ban $m_1=2$ kg, B-ben $m_2=3$ kg tömegű test van. $AO=40$ cm, $OB=60$ cm.

- a) Milyen helyzetet foglal el a pálca, ha a szerkezetet $0,47$ 1/s fordulatszámmal forgatjuk a függőleges tengely körül? **(36,85°)**
 b) Mennyi ekkor a forgó szerkezet összes energiája a nyugalmi helyzetéhez képest? **(4,16 J)**

28.



Az ábra szerinti OO' függőleges tengelyre az A pontban csuklósan van felerősítve az AB homogén, 100 kg tömegű, 2 m hosszú rúd, úgy, hogy az A pont körül függőleges síkban elfordulhat. Ezt az elfordulást a BB' vízszintes súlytalan kötél akadályozza meg és tartja a rudat a rajzolt 30° -os helyzetben.

- a) Mekkora a kötélerő, ha a rendszer nyugalomban van? **(282 N)**
 b) Mekkora a kötélerő, ha a rendszer az OO' tengely körül 40 1/perc állandó fordulatszámmal forog? **(868 N)**

29.

Egy $H = 2$ mm vastagságú, $\rho = 2700$ kg/m³ sűrűségű, téglalap alakú alumíniumlemez egyik éle, mint vízszintes forgástengely körül elfordulhat. A lemezt homokfúvóból érkező, vízszintes irányba $v = 20$ m/s sebességgel repülő, egyenletes térbeli eloszlású homokszemcsék „bombázzák”. Ennek hatására a lemez függőleges helyzetéből kitér, és $\alpha = 30^\circ$ -os szögnél egyensúlyba kerül. Határozzuk meg, hogy hány kilogramm homok van a „homokszélben” köbméterenként?

(Feltehetjük, hogy a homokszemcsék tökéletesen rugalmasan ütköznek a lemeznek. A homokfúvóból érkező szemcsék sebességét a vizsgált térrészben mindenhol vízszintesnek vehetjük.)

