

## 7. Munka, energia

### Alapfeladatok

#### A munka fogalma

1.

A 2 tonna tömegű kocsí álló helyzetből indulva 50 méteres úton állandó gyorsulással mozog. A kocsi felgyorsításához szükséges munka 100 kJ.

- a) Mekkora a kocsira ható erők eredője? (**2 kN**)
- b) Mennyi ideig tartott a gyorsítás? (**10 s**)

2.

A 10 kg tömegű nyugvó terhet a hozzáerősített kötél segítségével 200 N nagyságú függőleges erővel emeljük.

- a) Mennyi ennek az erőnek a munkája, ha a terhet 10 m magasra emeli?
- b) Mennyi a gravitációs erő munkája ugyanekkor?
- c) Mekkora a teher sebessége az emelés végén

#### Mechanikai teljesítmény

3.

Hány joule energia az 1 kWh?

- A) 3 600 J                      B) 3 600 000 J                      C) 60 000 J

4.

Egy vasúti kocsí 45 km/h állandó sebességgel való vontatásához vízszintes pályán 12 kW állandó teljesítmény szükséges.

- a) Mekkora a vonóerő? (**960 N**)
- b) Mekkora a menetellenállási tényező, ha a kocsi tömege 1000 kg ? ( **$\mu = 0,0098$** )

5.

Vízszintes pályán 40 kg tömegű testet 3 m/s sebességgel, a pályával párhuzamos állandó erővel vontatunk.

- a) Mekkora erő szükséges a vontatáshoz? (**80 N**)
- b) Mekkora a vontatóerő teljesítménye? (**240 W**)

A súrlódási együttható 0,2.

6.

A 80 kg tömegű szánkót vízszintes, havas úton 50 W teljesítménnyel, 14,4 km/h sebességgel vontatjuk.

- a) Mekkora a vonóerő? (**12,5 N**)
- b) Mekkora a súrlódási tényező? (**0,016**)

#### Mechanikai energiatétel

7.

Vízszintes síkon fekvő 5 kg tömegű testet elhanyagolható súrlódás mellett 5 másodperc alatt gyorsítunk fel állandó gyorsulással 36 km/h sebességre.

- a) Mennyi munkát végzünk? (**250 J**)
- b) Mennyi az átlagos teljesítmény? (**50 W**)

8.

Mikor fogyaszt több benzint egy 1000 kg tömegű autó motorja, ha a gépkocsi álló helyzetből 54 km/h sebességre felgyorsul, vagy ha állandó sebességgel felmegy egy 12,5 méter magas dombra? (A közegellenállás hatását elhanyagolhatjuk.)

9.

Vízszintes talajon 3 kg tömegű test 5 m/s kezdősebességgel indul.

- a) Mekkora a test mozgási energiája induláskor? **(37,5 J)**  
 b) Mekkora út megtétele után áll meg a test, ha a súrlódási tényező 0,4? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ ). **(3,1 m)**

10.

Vízszintes talajon csúszó 12 kg tömegű láda mozgási energiája a megfigyelés kezdetekor 408 J. A láda és a talaj között a súrlódási együttható 0,2. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

- a) Mekkora út megtétele után áll meg a láda? **(17 m)**  
 b) Határozza meg a láda gyorsulását! **(-2 m/s<sup>2</sup>)**

### Mechanikai energia megmaradása

11.

Egy testet 5 m magasban elejtünk. Mekkora a test sebessége a becsapódást közvetlenül megelőző pillanatban?

12.

Függőlegesen fellőtt 1,6 kg tömegű lövedék mozgási energiája a talaj fölött 100 m magasságban  $2 \cdot 10^3 \text{ J}$ .

- a) Mennyit fog még emelkedni?  
 b) Mekkora sebességgel lőtték ki?  
 (A közegellenállás elhanyagolható.)

13.

A talaj fölött 3 m magasságból egy golyót dobunk függőlegesen felfelé 2 m/s nagyságú kezdősebességgel. A kezdeti mozgási energiájának hányszorosával ér a golyó a talajra?

14.

Egy 45 cm magas, 30°-os hajlásszögű lejtőről súrlódás nélkül csúszik le egy test;  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora sebességgel érkezik a test a lejtő aljához? **(3 m/s)**  
 b) Mennyi ideig csúszik a test lejtőn? **(0,6 s)**

15.

Egy 15°-os lejtésű, 50 m hosszú lejtőn súrlódás nélkül fut le egy 500 kg tömegű kocsi.  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

- a) Mekkora a sebesség a lejtő alján, ha álló helyzetből indult el a kocsi? **(16,1 m/s)**  
 b) Mekkora a lejtő alján a kocsi mozgási energiája? **(65 kJ)**

16.

Vízszintes talajon egy 200 N/m rugóállandójú, 0,1 méterrel összenyomott rugó egyik vége egy falhoz rögzített, a másik végénél pedig egy 0,5 kg tömegű kiskocsit tartunk. A kiskocsit elengedve a rugó egy bizonyos sebességre gyorsítja a kocsit. Mekkora lesz a test sebessége akkor, amikor a rugó összenyomódása már megszűnik? A kocsi mozgása során a súrlódás elhanyagolható.

17.



A 10 kg tömegű, 21 m/s sebességű golyó a nyugvó kiskocsin levő homokba fúródik. A golyó lefékeződése után a kocsi 2000 N/m rugóállandójú ütközőbaknak fut. A kocsi és a homok együttes tömege 200 kg.

- a) Mekkora sebességgel fut a kocsi az ütközőbaknak? **(1,05 m/s)**  
 b) Mekkora a rugó maximális összenyomódása? **(0,33 m)**

## Haladó szintű feladatok

### A munka fogalma

18.

Egy szállítószalag a vízszintessel  $30^\circ$ -os szöget zár be. A szalag alkotta lejtő hossza 12 m, a szalag állandó sebessége 0,8 m/s. A teher a szalagon nem csúszik meg. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Mekkora a munkavégzés, ha a szalag 60 kg tömegű terhet szállít fel? **(3600 J)**

b) Mekkora a hasznos teljesítmény? **(240 W)**

19.

Legalább mennyi munkát kell, végezzünk, ha egy földön fekvő, 2 méter hosszú, 2 kg tömegű lánc végét 2 méter magasra akarjuk emelni?

A) 20 J

B) 40 J

C) 10 J

20.

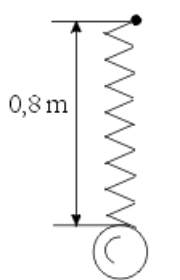
Egy álló helyzetből induló autó egyenletesen gyorsul. Hogyan aránylanak egymáshoz a motor által az első-, a második-, és a harmadik másodpercben végzett munkák?

A) 1:2: 3

B) 1: 3: 5

C) 1: 4: 9

21.



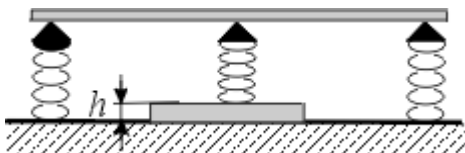
Egy rugó nyújtatlan hossza 0,8 m,  $D=25 \text{ N/m}$ . A rugó alsó végére a földön fekvő 1,5 kg tömegű testet erősítettük. A rugó felső végét függőlegesen a test felett tartjuk, 0,8 m magasságban. Ezután lassan felemeljük a rugó felső végét 0,8 m-ről 1,7 m magasságba. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Számítsuk ki az emelés során végzett munkát! **(9 J)**

b) Ábrázoljuk az emeléshez szükséges erőt a felső rugóvég elmozdulásának függvényében!

c) Ábrázoljuk a rugalmas energiát az elmozdulás függvényében!

22.



Egy 300 kg tömegű, állandó keresztmetszetű, homogén tömegeloszlású merev gerendát három csavarrugó támaszt alá, egy közepén, kettő pedig a két végén. A középső rugó  $h=10 \text{ cm}$ -rel magasabban támaszkodik a vízszintes talajra, mint a szélsők.

a) Mekkora erővel hatnak a rugók a gerendára? **(667 N, 1667 N)**

b) Legalább mekkora munkát kell végeznünk, hogy a gerendát végig vízszintesen tartva, függőlegesen felemeljük a rugókról? **(317 J)**

A rugók hossza feszítetlen állapotban egyenlő, rugóállandójuk  $10^4 \text{ N/m}$ ;  $g=10 \text{ ms}^2$ .

23.

Egy 200 N súlyú vödört 30 m mélyről kézzel kell felhúzni egy méterenként 5 N súlyú kötéllel. A felhúzott kötélrészt már nem kell tartani.

a) Írjuk fel és ábrázoljuk a húzóerőt a vödör emelkedésének függvényében! **( $F = 350-5x$ )**

b) Ha a vödört egymást követően ketten húzzák, akkor milyen hosszú kötel felhúzása után kell cserélniük ahhoz, hogy mindketten ugyanannyi munkát végezzenek? **(13 m)**

### Mechanikai teljesítmény

24.

Egy 20 kg tömegű ládát  $30^\circ$ -os lejtőn, 5,4 km/h állandó sebességgel, 0,2 kW teljesítménnyel 60 másodpercig húzunk felfelé. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Mennyivel növekszik a láda helyzeti (magassági) energiája? **(9 kJ)**

b) Mekkora a súrlódási együttható? **(0,19)**

25.

Egy 5 m hosszú, 3 m magas lejtőn állandó sebességgel húzunk felfelé egy 20 kg tömegű ládát a lejtő hosszával párhuzamos erővel. A láda és a lejtő közötti csúszási súrlódási tényező értéke 0,4.

a) Mennyi munkát végzünk, miközben a ládát a lejtő aljáról a tetejéig húzzuk? **(902,5 J)**

b) Ennek hány százaléka a láda helyzeti energiájának növekedése? **(65,2%)**

A nehézségi gyorsulás értéke:  $10 \text{ m/s}^2$ .

26.

Egy  $30^\circ$ -os hajlásszögű lejtőn 1000 kg tömegű gépkocsi halad felfelé  $10 \text{ m/s}$  nagyságú, állandó sebességgel. Mekkora teljesítményt ad le a motorja? (A közegellenállás elhanyagolható.)

A) 100 kW

B) 50 kW

C) 25 kW

27.

Egy 1000 kg tömegű személygépkocsi mozgását  $108 \text{ km/h}$  sebességnél  $500 \text{ N}$  nagyságú közegellenállási erő fékezi.

a) Mekkora motorteljesítmény szükséges ahhoz, hogy a jármű vízszintes terepen  $108 \text{ km/h}$  sebességgel egyenletesen haladjon?

b) Mekkora a motor teljesítménye akkor, amikor a jármű  $10^\circ$ -os emelkedőn halad ugyanezen sebességgel?

28.

Sífelvonó üzemel egy  $37^\circ$  hajlásszögű lejtőn. A kötélt  $13,5 \text{ km/h}$  sebességgel mozog, és  $80$  személyt húz egyszerre. Egy személy átlagosan  $75 \text{ kg}$  tömegű. A súrlódási tényező a sítálapok és a hó között  $0,08$ .

a) Mekkora a motor teljesítménye, ha a súrlódástól eltekintünk? **(133 kW)**

b) Mekkora a motor teljesítménye, ha a súrlódást figyelembe vesszük? **(147 kW)**

### Mechanikai energiatétel

29.

Egy  $1 \text{ kg}$  tömegű, kezdetben álló testet  $12 \text{ N}$  nagyságú erővel emelni kezdünk. A test növekvő sebességgel mozog. Mekkora a test sebessége  $4 \text{ m}$  magasságban?

30.

Egy  $200 \text{ m}$  széles, átlagosan  $2 \text{ m}$  mély folyó vize  $1,5 \text{ m/s}$  sebességgel áramlik. A folyón egy olyan vízerőmű működik, amelynél a vízszintkülönbség  $30 \text{ m}$ .

a) Hány köbméter térfogatú víz érkezik másodpercenként az erőműhöz?

b) Mekkora az erőmű elektromos teljesítménye, ha az energiaátalakítás hatásfoka  $70\%$ ?

(Feltételezhetjük, hogy az erőműtől elfolyó víz sebessége is  $1,5 \text{ m/s}$ . A víz sűrűsége  $1000 \text{ kg/m}^3$ .)

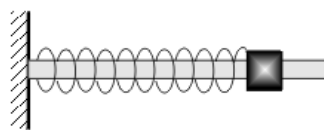
31.

Egy rugóra  $0,3 \text{ kg}$  tömegű testet akasztva a rugó hossza  $44 \text{ cm}$  lesz. Ha  $0,45 \text{ kg}$  tömegű testet akasztunk a rugóra, a hossza  $54 \text{ cm}$  lesz. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Mekkora a rugó terheletlen hossza, és a rugóállandó? **(0,24 m, 15 N/m)**

b) Hányszor nagyobb a rugóban tárolt rugalmas energia a második esetben, mint az elsőben? **(2,25-szor)**

32.

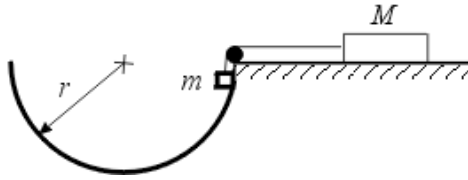


Vízszintes rúdra az ábra szerint felfűztünk egy súlytalan, húzó-nyomó rugót és egy  $0,2 \text{ kg}$  tömegű testet. A rugó egyik végét rögzítettük, másik végét a testhez erősítettük. A test a rúdon súrlódva csúszhat. A rugó  $0,3 \text{ N}$  erő hatására nyúlik meg vagy nyomódik össze  $1 \text{ cm}$ -rel. Kezdetben a rugó nyújtatlan, ezután elmozdítjuk a testet úgy, hogy a rugó  $5 \text{ cm}$ -rel nyomódjon össze. Itt a testet elengedjük. A kifelé csúszó test  $6 \text{ cm}$  út

megtétéle után áll meg.

- a) Mekkora a súrlódási együttható?  
 b) Hol van test, amikor a leggyorsabban mozog?  
 A nehézségi gyorsulás értéke  $9,81 \text{ m/s}^2$ .

33.



A vízszintes lapon levő  $M=6 \text{ kg}$  tömegű ládához hosszú fonalat erősítünk, és a csigán átvett fonál végére  $m=1,5 \text{ kg}$  tömegű testet akasztunk. Az  $m$  tömegű test függőleges síkú,  $r=2 \text{ m}$  sugarú körpályán súrlódás nélkül mozog. A láda és az asztal között a súrlódási együttható  $\mu = 0,2$ ,  $g=10$

$\text{m/s}^2$ .

- a) Mekkora gyorsulással indul a láda? ( **$0,4 \text{ m/s}^2$** )  
 b) Mekkora a fonálerő az indulás pillanatában? ( **$14,4 \text{ N}$** )  
 c) Mekkora út megtétele után áll meg a láda? ( **$2,4 \text{ m}$** )

### Mechanikai energia megmaradása

34.

Egy  $1,4 \text{ m}$  mély gödör legalsó pontjában egy labda sebessége  $4 \text{ m/s}$  nagyságú. Kijuthat-e a labda a gödörből?

- A) Igen. B) Nem. C) Pontosan a gödör pereméig emelkedik.

35.

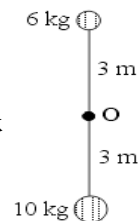
$1,5 \text{ m}$  magasságból függőlegesen lefelé dobunk egy labdát, amely  $5 \text{ m}$  magasra pattan vissza. A talajba ütközéskor a mechanikai energia  $15\%$ -a elvész.

- a) Mekkora sebességgel dobtuk el a labdát? ( **$9,36 \text{ m/s}$** )  
 b) Mekkora magasságban egyenlő először a labda helyzeti és mozgási energiája? ( **$2,5 \text{ m}$** )  
 A közegellenállás elhanyagolható,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

36.

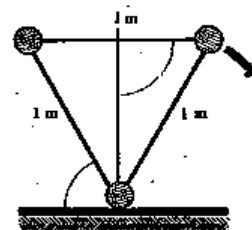
Az ábra szerinti szerkezet O tengely körül foroghat függőleges síkban.

- a) Mennyi munkavégzés árán lehet a szerkezetet  $180^\circ$ -kal elfordított helyzetébe átvinni?  
 b) Ha azután lebillen a szerkezet, akkor mekkora sebességgel mennek át a testek az eredeti függőleges helyzeten? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

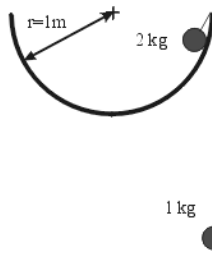


37.

Elhanyagolható méretű, egyenlő tömegű három golyót súlytalannak tekinthető,  $1 \text{ m}$  hosszú rudakkal összeerősítjük az ábra szerint. A rendszert egyik csúcsára állítjuk, és magára hagyjuk. A rendszer eredeti síkjában csúszásmentesen eldől. Mekkora a sebessége a golyóknak, amikor az egyik golyó földet ér?



38.



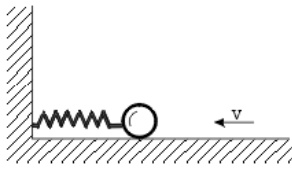
Egy 2 m átmérőjű, félgömb alakú csésze szélén fonalat vetünk át. A fonal kívül hosszan lelógó végéhez 1 kg tömegű, a belső oldalra átlógó végéhez 2 kg tömegű testet erősítünk. A súrlódás elhanyagolható.

a) Ha a 2 kg tömegű testet a csésze széléről engedjük el, akkor melyik az a legtávolabbi helyzet, ameddig eljut a csészében? (**60°**)

b) A 2 kg tömegű test a csésze belsejében hol van egyensúlyi helyzetben? (**32,53°**)

(A 2 kg tömegű test helyzetét egy alkalmasan választott szöggel jellemezzük. Eredményül ezen szög értékét adjuk meg!)

39.



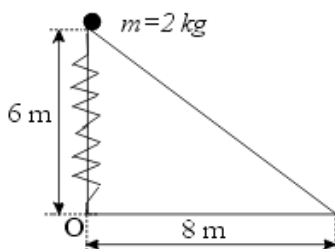
Vízszintes talajon nyugvó, 10 kg tömegű golyót 500 N/m rugóállandójú rugó köt össze a fallal. A golyónak egy 0,5 kg tömegű kisebb golyó ütközik 16 m/s sebességgel, és hozzátapad. Az ütközés centrális és tökéletesen rugalmatlan. A súrlódás elhanyagolható a golyó és a talaj között.

a) Mekkora lesz az ütközés után a rugó legnagyobb

összenyomódása? (**11 cm**)

b) A szélső helyzetből visszafelé jövet, 3 cm út megtétele után mekkora a golyók sebessége? (**0,52 m/s**)

40.

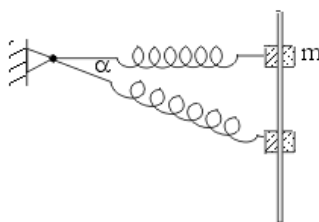


A lejtőn lévő 2 kg tömegű testet egy rugó köti össze az O ponttal. A rugó hossza terheletlen állapotban 4 m, és 14 N erővel nyújtható meg 1 m-rel. A súrlódástól eltekintünk,  $g=10 \text{ m/s}^2$ . A testet elengedjük felső helyzetéből.

a) Mekkora gyorsulással indul el? (**14,4 m/s<sup>2</sup>**)

b) Mennyi a test sebessége a lejtő közepén? (**9 m/s**)

41.

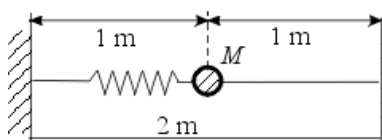


Az  $m=50 \text{ kg}$  tömegű test súrlódásmentesen mozoghat egy függőleges rúdon. A testet egy, terheletlen állapotban  $L_0=60 \text{ cm}$  hosszú rugó köti az ábra szerinti csuklóhoz. A rugó vízszintes helyzetében 1 m hosszú.

a) Mekkora a rugóállandó, ha az egyensúlyi helyzetben  $\alpha=30^\circ$ ?

b) A testet felcsúsztatjuk a rúdon a rugó vízszintes helyzetébe, majd elengedjük? Mekkora sebességgel halad át a test a  $30^\circ$ -os helyzeten? ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

42.



Egy  $M$  tömegű testhez 1 m hosszú fonalat és nyújtatlan állapotban 1 m hosszú rugót kapcsolunk. A rugó és a fonál szabad végét azonos szinten, egymástól 2 m távolságban rögzítjük, majd a testet a rugó nyújtatlan helyzetében elengedjük. A test legnagyobb süllyedési

mélysége 0,5 m. A rugóállandó 175 N/m. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Mekkora gyorsulással kezdi mozgását a rendszer? (**10 m/s<sup>2</sup>**)

b) Mekkora a test tömege? (**1 kg**)

c) Mekkora a test gyorsulása a legmélyebb pontban? (**25 m/s<sup>2</sup>**)

43.

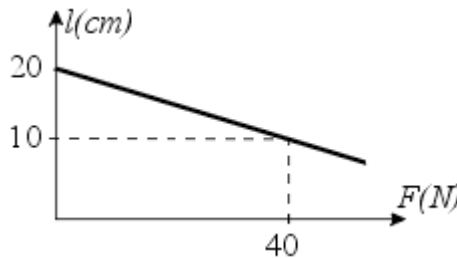
Elhanyagolható tömegű rugalmas lemez végéhez 5 kg tömegű testet erősítettünk, és a lemez másik végét vízszintesen egy asztalhoz rögzítettük. A test nyugalmi helyzetében a lemez vége 4 cm-rel süllyedt a vízszintes alá. Ezután a testet 4 cm-rel a vízszintes fölé emeljük.

A kitérés arányos az erővel,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

a) Mekkora munkát végeztünk? **(4 J)**

b) Mekkora lesz a legnagyobb lesüllyedés a vízszinteshez képest, ha a testet a felső helyzetéből elengedjük? **(12 cm)**

44.



Az ábra egy terheletlenül 20 cm hosszú rugó összenyomásához szükséges erő és a rugóhossz összefüggését mutatja. ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

a) Hány cm-rel kell a függőleges rugót összenyomni ahhoz, hogy a rugóra helyezett 0,2 kg tömegű golyó a rugó aljától számítva 0,4 m magasra jusson? **(5 cm)**

b) Mekkora sebességgel érkezik a golyó 0,4 m magasságra, ha a rugó összenyomását megkétszerezzük? **(3,74 m/s)**

## Versenyfeladatok

45.

Egy 5 m magasról a vízszintes talajra leejtett labda minden pattanáskor elveszti ütközés előtti mechanikai energiájának 19%-át.

a) Milyen magasra ugrik fel a labda a második pattanás után? **(3,28 m)**

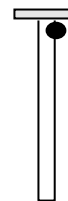
b) Ábrázoljuk a labda sebességét az elengedésétől eltelt idő függvényében, egészen a harmadik visszapattanásig!

c) Mennyi ideig mozog a labda? **(19 s)**

A számítások egyszerűsítése érdekében a levegő ellenállása elhanyagolható; a labdát pontszerűnek, az ütközéseket pedig pillanatszerűnek tekinthetjük,  $g=10 \text{ m/s}^2$ .

46.

Egy vékony, elhanyagolható tömegű gumiszál egyik végét rögzítjük, a másik végére nehezéket erősítünk. Ha a szál függőlegesen lóg és a nehezék egyensúlyban van, akkor a szál az eredeti hosszához képest 5 %-kal nyúlik meg. Hány százalékos lesz a szál maximális megnyúlása, ha a nehezéket a felfüggesztési ponthoz emeljük és ott elejtjük? (A gumiszál erőtvénnye lineáris, az elejtett nehezék függőleges pályán mozog, a közegellenállás elhanyagolható.)



47.

Egy 1 kg tömegű test lecsúszik egy 1 m magas lejtő tetejéről és a vízszintes talajon a súrlódás hatására megáll. Ezután a testet visszahúzzuk a lejtő tetejére, a kiindulási pontra. Mekkora munkát végzünk a test visszahúzása során?

48.

Lejtőben folytatódó vízszintes talajon  $v_0$  kezdősebességgel meglökünk egy testet, ami  $h = 2 \text{ m}$  magasságig felcsúszik a lejtőn, majd lecsúszik, és az indítás helyén végleg megáll. Mekkora  $v_0$  kezdő sebességgel indítottuk a testet? (A vízszintes talaj rövid, törés- és súrlódásmentes szakaszon csatlakozik a lejtőhöz.)

